МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ПРОГРАМИ КУТА ТАНГАЖУ ДЛЯ ВИВОДУ КОСМІЧНИХ АПАРАТІВ НА КРУГОВІ ОРБІТИ

Руслан Кеба
ORCID: https://orcid.org/0009-0007-9490-1254
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Дніпро

Анатолій Кулабухов
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1139-4829
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Дніпро

Вступ

Кругові орбіти широко використовуються космічними апаратами (КА) для виконання їх цільового призначення. Зокрема кругові орбіти використовують всі супутникові системи зв'язку, навігаційні супутники а також супутники дистанційного зондування Землі. де важливим елементом є стабільність угрупування у часі. А стабільність угрупування у просторі на даному етапі можна підтримувати тільки на кругових орбітах. Вивід КА на кругові орбіти здійснюється ракетоносіями (РН). Запуск РН відбувається зі стартового столу, де РН знаходиться к вертикальному положенні, а кінцева дільниця передбачає отримання вектору швидкості по місцевому горизонту, з величиною швидкості, яка відповідає круговій швидкості на даній висоті. Виконання цих вимог забезпечується вибором прогами тангажу в процесі польоту. Існують декілька способів створення програми тангажу [1-5].

Постановка задачі досліджень

Мета роботи – створення методичного забезпечення для автоматизованого визначення програми зміни кута тангажу РН при виводі КА на кругові орбіти.

Об'єкт дослідження – процес руху РН на активній ділянці. Предмет дослідження – програма кутового руху РН по куту тангажу.

Рішення задачі дослідження

Розглянемо задачу створення програми кута тангажу ракетоносія РН з інерційною системою наведення для виводу КА на кругову орбіту. Опис руху РН в цьому випадку доцільно розглядати в інерційній системі координат (СК). Для виведення КА на кругову орбіту в

кінцевій точці активної ділянки траєкторії (АДТ) вектор швидкості повинен мати лише горизонтальну складову (відносно місцевого горизонту) і відповідати заданій швидкості на заданій висоті. В орбітальній системі координат програма зміни кута тангажу буде мати вигляд показаний на рис. 1.

Рисунок 1 – Програма зміни кута тангажу

В загальному випадку програму тангажу можна розділити на 5 ділянок:

1. ділянка вертикального руху;
2. ділянка розвороту по куту тангажу (прискорення);
3. ділянка руху по куту тангажу з постійної кутової швидкістю;
4. ділянка розвороту до нульового кута (гальмування);
5. ділянка руху з нульовим кутом тангажу (вихід на кругову орбіту на заданій висоті).

Описати зміну кута тангажу математичною функцією в цьому випадку складно.

В інерційній СК в кінцевій точці АДТ кут тангажу не буде дорівнювати нулю, тому зручно використовувати орбітальну СК, в якій кут тангажу в кінцевій точці буде дорівнювати нулю. Для цього доцільно

програму тангажу скласти в орбітальній СК і потім перерахувати в інерційну СК. Зв'язок між інерційною і орбітальною СК показаний на рис. 2.

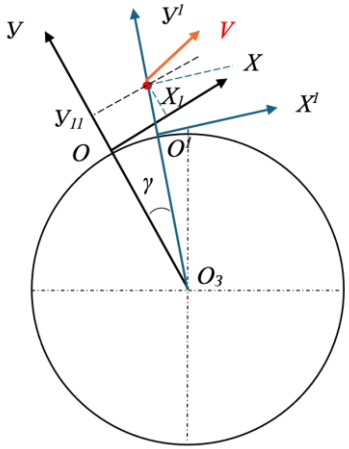

Рисунок 2 – Зв'язок інерційної і орбітальної систем координат

На рис. 2 введені наступні позначення:

УОХ – інерційна система координат;

У1О1Х1 – орбітальна система координат;

х1, у1 – координати ракети в інерційній системі координат;

Θ – кут тангажу в інерційній системі координат;

Θ1 – кут тангажу в орбітальній системі координат;

γ - центральний кут повороту орбітальної системи координат відносно інерційної;

ẋ – проекція швидкості на ось Х в інерційної системі координат;

ẏ – проекція швидкості на ось У в інерційної системі координат.

Встановим залежність між кутами тангажу в інерційній і орбітальній СК. Кут тангажу в інерційній системі координат буде визначатися виразом

$$\theta = \operatorname{arctg}\frac{\dot{y}}{\dot{x}}.$$

В орбітальної системі координати значення координати ракети по осі $У^1$ буде

$$y_1^1 = R_З + h,$$

де $R_З$ – радіус Землі;

h – висота орбіти.

Центральний кут в інерційній системі координат можна визначити наступним чином

$$\gamma = \text{arctg}\frac{x_1}{R_3+y_1}.$$

Зв'язок між кутами тангажу в інерційній і орбітальній систем координат буде

$$\theta^1 = \theta + \gamma.$$

При виводі КА на кругову орбіту кінцеве значення кута тангажу в орбітальній системі координат повинно дорівнювати нулю. Тоді в інерційній системі координат в програмі тангажу на кінцевій дільниці польоту повинно виконуватися умова

$$\theta = -\gamma.$$

На підставі аналізу зміни швидкості та програм тангажу запропоновано вибір програму тангажу за законом

$$\theta = arctn\frac{\overline{V_x}}{V_y}$$

з урахуванням практичних результатів вимірювання цих величин на РН. За основу були взяті характеристики зміни цих швидкостей на РН Falcon 9 FT, які наведені на рис. 3.

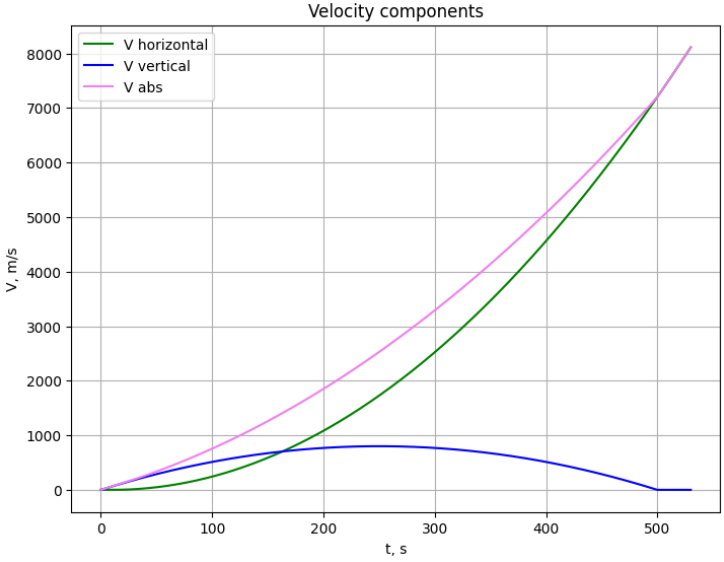

Рисунок 3 – Характер зміни горизонтальної і вертикальної складових швидкості РН

Кожну із цих складових швидкості можна описати певною математичною залежністю. На першому етапі запропоновано описати ці залежності параболічними функціями у вигляді:

$$V_x(t) = \begin{cases} 0 \text{ якщо } t<t_1 \\ k_1(t-t_1)^2 \text{ якщо } t \geq t_1 \end{cases}$$

$$V_y(t) = -k_2\left(t - t_{\text{ср}}\right)^2 + V_{ymax}$$

де t_1 – час вертикального зльоту РН;

$t_{\text{ср}}$ – середній час польоту РН на активній дільниці;

k_1 і k_2 – постійні коефіцієнти, які знаходяться з умов отримання кінцевої швидкості на заданій висоті і максимальній швидкості V_{ymax} по горизонтальній складовій швидкості.

Для параболічної залежності

$$k_1 = \frac{V_{\text{кр}}}{(t_{\text{к}} - t_1)^2}$$

$$k_2 = \frac{V_{\text{кр}} - V_{ymax}}{t_{ch}^2}$$

де $V_{\text{кр}}$ кругова швидкість, яку потрібно досягти РН на заданій кінцевій висоті;

$t_{\text{к}}$ – час польоту РН на активної дільниці.

За даними польоту РН Falcon 9 FT з використання запропонованої методики була визначена програма зміни кута тангажу, яка наведена на рис. 4.

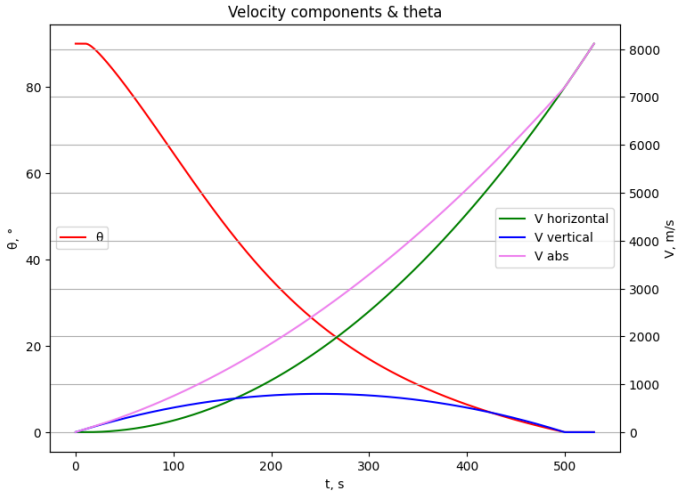

Рисунок 4 – Програма зміни кута тангажу по запропонованій методики

Висновки

Запропонована методика розрахунку програми зміни кута тангажу РН з інерційною системою наведення для виведення КА на кругові орбіти з використанням аналітичних залежностей опису швидкостей в горизонтальному і вертикальному напрямах.

Використані параболічні залежності зміни швидкостей показали що кутовий рух РН по запропонованій методиці в значної мірі співпадає з реальним рухом.

В подальшому передбачається знайти оптимальні варіанти програми тангажу в залежності від різних законів зміни вертикальної та горизонтальної складової швидкості.

Посилання

1. Гайда, П. І., Трофименко, П. Є., & Ляпа, М. М. (2011). Основи теорії польоту і конструкції ракет.

2. de Volo, G. D. C. B., Naeije, M., Roux, C., & Volpi, M. (2017). Vega launchers' trajectory optimization using a Pseudospectral transcription. In Proc. of European Conf. for Aeronautics and Space Sciences (pp. 1-15). https://doi.org/10.13009/EUCASS2019-710

3. Dwi, L., Herlambang, S., & Muhammad, R. D. (2017). Optimization pitch angle controller of rocket system using improved differential evolution algorithm. *International Journal of Advances in Intelligent Informatics*, 3(1), 27-34. http://doi.org/10.26555/ijain.v3i1.83

4. Keba, R., & Kulabukhov, A. (2023). Analysis of the methods and models of movement of rocket launchers in the active section of the trajectory. *Journal of Rocket-Space Technology*, 32(4), 76-82. https://doi.org/10.15421/452331

5. Wang, X., Dai, P., Cheng, X., Liu, Y., Cui, J., Zhang, L., & Feng, D. (2022). An online generation method of ascent trajectory based on feedforward neural networks. *Aerospace Science and Technology*, 128, 107739. https://doi.org/10.1016/j.ast.2022.107739