

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ НАДДУВАННЯ ПАЛИВНИХ БАКІВ З УРАХУВАННЯМ ТЕПЛООБМІНУ

*Віталій Алексеєнко*

ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-8317-0096>

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Дніпро

*Валерій Бучарський*

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8245-5652>

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, Дніпро

### Вступ

Система наддування паливних баків (СНПБ) – одна з основних підсистем ракето-носія. Її призначення полягає в підтримці заданої величини тиску в паливних баках, а особливості визначаються схемою рушійної установки. При використанні витискувальної системи подачі компонентів палива необхідно з максимальною точністю підтримувати задане значення тиску, адже його зміна призведе до відхилення витрат компонентів палива та масового співвідношення компонентів від номінального значення. У випадку застосування турбонасосної системи подачі існує необхідність підтримувати тиск у певному діапазоні, який визначається з одного боку мінімальним тиском по кавітаційному запасу насоса, а з іншого максимальним тиском, допустимим по запасу міцності конструкції баку [1].

Підтримка необхідної величини тиску досягається шляхом заповнення, звільненого від компоненту палива, об'єму бака робочим тілом, в якості якого в різних двигунах виступають інертні гази (такі як гелій [2] або азот [3]), газифіковані компоненти палива [4], продукти газогенерації твердопаливного заряду [5], тощо.

В даній роботі буде розглянуто СНПБ для двигуна виконаного за турбонасосною системою подачі палива. Структурно така СНПБ складається з балону газу високого тиску, баку компонента, та магістралі, що їх поєднує. Ця магістраль може містити в собі газовий редуктор, що підтримує тиск на виході з нього постійним або клапан чи жиклер з постійною площею прохідного перерізу (див. рис. 1).

Для успішної розробки СНПБ необхідно на етапі проектування мати коректні методику розрахунку, що дозволяють визначити зміну термодинамічних параметрів системи у часі, а також отримати залежність витрати компонента палива від часу роботи СНПБ. Для цього в даній роботі розроблена відповідна математична модель.

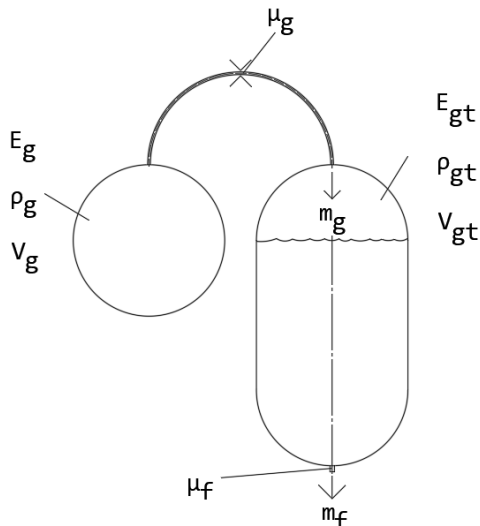


Рисунок 1 – Принципова схема СНПБ

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Метою даної роботи є розробка математичної моделі процесів в СНПБ у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь. Для цього, на основі аналізу фізичних процесів, що відбуваються в роботі такої системи, необхідно застосувати відомі рівняння механіки суцільних середовищ до об'єкту, що розглядається. Зважаючи на те, що більшість реальних СНПБ двигунів за турбонасосною схемою мають в своєму складі газовий редуктор, в роботі площа прохідного перерізу отвору подачі газу наддуву має бути представлена як змінна від часу. Крім того, в запропонованій моделі необхідно враховувати теплообмін балону газу високого тиску та баку компонента з оточуючим середовищем. Також, для підтвердження коректності роботи запропонованої моделі необхідно провести тестові розрахунки за допомогою моделі і представити аналіз їх результатів, а саме порівняння роботи системи з постійною площею перерізу отвору та змінною у часі.

### ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

#### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ БАЛОНУ ВИСОКОГО ТИСКУ

Базуючись на законах збереження маси та енергії запишемо систему диференціальних рівнянь. Перше з них – це рівняння зміни

повної енергії газу, другий член у якому виражає частку енергії, яка надбуває у балон за рахунок теплообміну –  $E_{heat}$ . Модель теплообміну опирається на закон Ньютона-Ріхмана [6] та виражає лінійну залежність кількості енергії від перепаду температури та коефіцієнту пропорційності  $k_{heat}$ . Наступне диференціальне рівняння – рівняння зміни густини газу за часом. Доповнюючи початковими умовами отримаємо наступну систему рівнянь:

$$\frac{d(\rho_g E_g V_g)}{dt} = -\dot{m}_g i_g + E_{heat}$$

$$E_{heat} = k_{heat} \left( \frac{(k_{ambient}-1) E_{ambient}}{R_{ambient}} - \frac{(k_g-1) E_g}{R_g} \right) S_{vessel} \quad (1)$$

$$\frac{d(\rho_g V_g)}{dt} = -\dot{m}_g$$

$$\rho_g[0] = \rho_{g0}$$

$$E_g[0] = E_{g0}$$

Газову магістраль з опорними елементами розглядаємо як еквівалентну магістраль з загальним коефіцієнтом витрати –  $\mu_g$ . Площа прохідного перерізу отвору приймаємо як залежність від часу –  $F_g$ . Враховуючи критичний виток газу з отвору магістралі використаємо вираз, приведений у [7]:

$$\dot{m}_g = \mu_g F_g A(k) q(\lambda) \rho_g \sqrt{(k_g - 1) E_g} \quad (2)$$

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПАЛИВНОГО БАКУ

Математична модель паливного баку має аналогічні принципи побудови. В основі лежать диференціальні рівняння енергії та густини газу, але, враховуючи витрату компоненту, додаються рівняння зміни газового об'єму та об'єму компоненту. Рідинна магістраль має свій коефіцієнт витрати –  $\mu_f$ . Тоді можемо записати систему у наступному вигляді:

$$\frac{d(\rho_{gt} E_{gt} V_{gt})}{dt} = -\dot{m}_g i_g + E_{heat}$$

$$E_{heat} = k_t \left( \frac{(k_{ambient}-1) E_{ambient}}{R_{ambient}} - \frac{(k_g-1) E_g}{R_g} \right) S_{tank}$$

$$\frac{d(\rho_{gt} V_{gt})}{dt} = \dot{m}_g$$

$$\frac{dV_g}{dt} = -\frac{dV_f}{dt} \quad (3)$$

$$\frac{dV_f}{dt} = -\frac{\dot{m}_f}{\rho_f}$$

$$\begin{aligned}\rho_{gt}[0] &= \rho_{gt0} \\ E_{gt}[0] &= E_{gt0} \\ V_{gt}[0] &= V_{gt0} \\ V_f[0] &= V_{f0}\end{aligned}$$

Витрата компоненту розраховується за аналітичним виразом представленим у [8]. У виразі площа отвору витоку ( $F_f$ ) – величина постійна.

$$\begin{aligned}m_f &= \mu_f F_f \sqrt{2 \rho_f \Delta p} \\ \Delta p &= (k_{gt} - 1) \rho_{gt} E_{gt} - (k_{ambient} - 1) \rho_{ambient} E_{ambient}\end{aligned}\quad (4)$$

## РЕЗУЛЬТАТИ

Було проведено моделювання процесу роботи модельної системи наддування, щоб проаналізувати ефективність різних підходів до регулювання масової витрати компонента палива під час спорожнення бака. Метою цього моделювання було визначити, як зміни в конструкції газової магістралі можуть вплинути на стабільність подачі палива і, відповідно, на ефективність роботи всієї системи.

В процесі моделювання було встановлено, що при використанні постійного значення площі поперечного перерізу газової магістралі спостерігається відхилення масової витрати компонента палива. Це відхилення, яке виникає під час спорожнення бака, становить 4% від номінального значення. Такий рівень відхилення може негативно вплинути на стабільність роботи двигуна, оскільки коливання масової витрати можуть призвести до нерівномірного згоряння палива і, відповідно, до зниження ефективності та надійності системи.

Для вирішення цієї проблеми було запропоновано використання лінійного закону зміни площі поперечного перерізу газової магістралі. Зокрема, відхилення було знижено до 1%, що є значно меншим показником у порівнянні з початковим варіантом та свідчить про більш рівномірну подачу палива, що позитивно впливає на роботу двигуна

## ВИСНОВКИ

Загалом отримані результати свідчать про те, що запропонована методика розрахунку параметрів у баку є коректною та може успішно використовуватись при подальшому проектуванні ракет. Ця методика включає в себе детальний аналіз процесів, що відбуваються в системі наддування, зокрема, врахування динамічних змін у площі поперечного перерізу газової магістралі.

Аналіз результатів моделювання показав, що використання лінійного закону зміни площі поперечного перерізу дозволяє значно зменшити відхилення масової витрати компонента палива. Це є важливим фактором для забезпечення стабільної роботи ракетного двигуна, адже рівномірна подача палива критично впливає на ефективність згоряння та надійність всієї системи. Зменшення відхилення до 1% порівняно з 4% у випадку постійної площі поперечного перерізу є значним покращенням, яке демонструє переваги запропонованої методики.

Отже, отримані результати демонструють, що запропонована методика є не тільки теоретично обґрунтованою, але і практично ефективною. Вона може бути успішно застосована для подальшого проектування та вдосконалення ракетних систем, забезпечуючи їх стабільність, ефективність і надійність.

### ПОСИЛАННЯ

1. Беляев, Н. (1976). Системы наддува топливных баков ракет. Машиностроение.
2. Saturn V Flight Manual. (1969, 15 серпня). <https://www.nasa.gov>. [https://www.nasa.gov/wp-content/uploads/static/history/afj/ap12fj/pdf/a12\\_sa507-flightmanual.pdf](https://www.nasa.gov/wp-content/uploads/static/history/afj/ap12fj/pdf/a12_sa507-flightmanual.pdf)
3. Atlas V Launch Services User's Guide. (2013, червень). <https://www.ulalaunch.com>. <https://www.ulalaunch.com/docs/default-source/rockets/atlasusersguide2010.pdf>
4. Delta IV Launch Services User's Guide. (2013, червень). <https://www.ulalaunch.com>. <https://www.ulalaunch.com/docs/default-source/rockets/delta-iv-user's-guide.pdf>
5. Gemini launch vehicle. (1964, січень). <https://ntrs.nasa.gov>. <https://ntrs.nasa.gov/api/citations/19720063749/downloads/19720063749.pdf>
6. Исаченко, В., Осипова, В., & Сукомел, А. (1965). Теплопередача (6-те вид.). Энергия.
7. Абрамович, Г (1991). Прикладная газовая динамика. Наука
8. Идельчик, И. (1992). Справочник по гидравлическим сопротивлениям (3-е издание). Машиностроение.