

Методика вибору кроку дискретизації моделі в інформаційно-вимірювальних технологіях

Валерій Мазуренко 

Purpose. The main aim of the research is to produce recommendations in the form of a methodology that permits designers to establish a discretization step for a simulation model, when that model is being prepared to be included into information and measurement technology, as well as sampling rate of information and measurement technology, when that technology is implemented at real-time system of process control. The methodology should be based on the characteristics of the model itself and establish simple, clear, and easy-to-use rules. It should be possible to find discretization steps without physical experiments with real objects.

Design / Method / Approach. The research uses theory of signals and systems and control theory. The methodology is based on the spectral characteristics of signals that circulate inside observed/controlled objects and dynamic characteristics of those objects.

Findings. The paper presents formulas for calculating discretization step value that is based on value of relative sampling error of signal representation, as well as on base of values of time constants given in the object model. The recommendation on how to adjust it in relation to the real-time system's main cycle value is represented as well.

Theoretical Implications. Results achieved under presented research develop applied methods of control theory.

Practical Implications. The proposed method has practical results due to giving useful instruments for real-time systems designers that simplifies processes to define the value of crucial system parameters.

Originality / Value. The observed problem is quite important because there are no sources that present simple and clear methodology to solve it in practice.

Research Limitations / Future Research. The research is limited by the category of measurement and control systems that use object model functioning in real-time mode to estimate parameters that are not directly observed.

Paper Type. Methodological.

Keywords:

Discretization step, information and measurement technology, sampling rate, real-time systems, control theory

Contributor Details:

Valeriy Mazurenko, Ph.D., Assoc.Prof., Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, mazurenko_v@365.dnu.edu.ua

Період (або крок) дискретизації за часом Δt є важливим параметром будь-якої інформаційно-вимірювальної технології (ІВТ) так само як і будь-якої імітаційної моделі. Його вибір пов'язаний з необхідністю задовольнити двом протилежним вимогам. З одного боку, крок дискретизації доцільно вибирати більшим для того, аби знизити навантаження на обчислювальні засоби під час оброблення вимірювальної інформації. З іншого боку, його величина повинна бути досить малою, аби забезпечити працездатність моделі об'єкта контролю, закладеної в алгоритми оцінювання (наприклад у фільтр Калмана), і її достатню близькість до безперервних процесів, що виражаються цією моделлю. Додатково слід враховувати, що крок дискретизації ІВТ повинен бути кратним до кроку дискретизації, прийнятому в керуючому обчислювальному комплексі (автоматизованій системі керування технологічними процесами – АСУ ТП), тобто періоду або такту, з яким система зчитує показання вимірювачів, проводить обробку даних і формує керуючі впливи.

Питання вибору кроку дискретизації зазвичай розглядається одночасно у двох ракурсах: як стосовно імітаційного моделювання, так й стосовно реалізації ІВТ. Не зважаючи на те, що крок дискретизації може бути різним в обох цих випадках, тим не менш найбільш раціональним слід визнати підхід, коли розробники вибирають однаковий крок дискретизації як для імітаційної моделі так і ІВТ, тому що в обох цих об'єктах закладена, по суті, одна й та сама модель об'єкту, і її коректне функціонування визначається (серед інших факторів) правильним вибором величини Δt . Моделювання роботи ІВТ, вочевидь, слід проводити з кроком, який буде реалізований на практиці. Проводити імітаційне моделювання процесу керування об'єктом автоматизації з будь-яким кроком, відмінним від кроку, прийнятого для ІВТ, і який для даної моделі по визначенню повинен бути правильним, представляється недоцільним. З іншого боку, правильність вибору Δt може бути підтверджена лише самим моделюванням. Таким чином, обраний крок дискретизації повинен бути однаково прийнятним як для ІВТ, так і для процесу моделювання, а при виборі Δt повинні враховуватися як аспекти, пов'язані з реалізацією ІВТ (згадані в попередньому абзаці), так і сутність імітаційного моделювання. Проблематика визначення потрібного кроку дискретизації детально розглянуто в роботі Саймон та ін (2017). В роботі Мішри та ін (2020) цей вибір проводиться експериментальним шляхом з використанням реального об'єкту, що на практиці не завжди є можливим.

Мета

Метою дослідження є формулювання рекомендацій у вигляді методики щодо визначення та раціонального вибору кроку дискретизації імітаційної моделі, яка створюється під час проєктування інформаційно-вимірювальної технології, так само як й кроку дискретизації, з яким має працювати ІВТ в своїй реалізації в АСУ ТП. Методика повинна базуватися на характеристиках самої моделі, тобто на параметрах та описах, які відомі розробникам, і встановлювати прості, ясні та зручні у використанні правила. Методика має дозволяти обрати потрібний крок ще на етапі проєктування АСУ ТП, коли

можливість проведення експериментів з реальним, фізичним об'єктом відсутня.

Метод

Під час проектування інформаційно-вимірювальних і керуючих систем критерієм правильності вибору кроку Δt зазвичай є знаходження величини похибки, викликаної дискретизацією сигналів, у необхідних межах. Похибкою дискретизації вважається відмінність дійсних значень сигналу у дискретні моменти часу на виході аналогової системи від обчислених значень на виході тої дискретної системи, яка заміщає аналогову. Відносний середній квадрат похибки дискретизації:

$$\Delta_D^2 = \frac{\sigma_D^2}{\sigma_{\text{вих}}^2}, \quad (1)$$

де σ_D^2 – середній квадрат похибки дискретизації, $\sigma_{\text{вих}}^2$ – середній квадрат вхідного аналогового сигналу.

У системах передачі даних порівнюються первинний вхідний і відновлений вихідний аналогові сигнали, а замість похибки дискретизації використовують поняття похибки відновлення сигналу. Відносний середній квадрат похибки відновлення:

$$\Delta_B^2 = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_{\text{свх}}^2}, \quad (2)$$

де σ_B^2 – середній квадрат похибки відновлення, $\sigma_{\text{свх}}^2$ – середній квадрат вхідного аналогового сигналу. Похибка дискретизації, що виникає при дискретизації за часом аналогового сигналу на вході інформаційно-вимірювальної дискретної системи, так само як й похибка, що виникає при генерації дискретного сигналу, якій заміщає імітований аналоговий сигнал, є не що інше, як похибка відновлення сигналу. Через обмежену смугу пропускання системи похибка дискретизації після проходження сигналу через систему в практично реалізованих випадках зменшується:

$$\Delta_D^2 \leq \Delta_B^2 \quad (3)$$

Тобто Δ_B^2 може використовуватися в якості верхньої границі оцінювання похибки дискретизації системи.

В задачі відновлення сигналу ключову роль відіграє теорема Котельникова («теорема Найквіста — Шеннона», «теорема відліків»), яка визначає, що відновлення аналогового сигналу після його дискретизації може бути виконане без втрат, якщо частота дискретизації сигналу f_d буде відповідати наступній нерівності:

$$f_d > 2f_{\Gamma} \quad (4)$$

де f_{Γ} – верхня частота, якою обмежений спектр первинного сигналу. Дотримання даного співвідношення забезпечує точне відновлення первинного аналогового сигналу. Однак, теорема Котельникова застосовна лише в

ідеалізованих умовах, коли спектр сигналу обмежений. Реальні сигнали мають нескінченний спектр і, відповідно, не мають граничної частоти. Тому реалізувати формулу (4) в строгому вигляді не представляється можливим. На практиці для розрахунків f_d в якості граничної приймають таке значення частоти, яке характеризується тим, що в межах від 0 до f_f зосереджена певна задана частина всієї потужності сигналу. Подібний вибір граничної частоти приводить до появи похибки відновлення. Значення відносної похибки відновлення сигналу визначається відношенням потужності, укладеної у межах граничної частоти, до загальної потужності сигналу. Частина потужності сигналу, укладена в межах $[-f_f; +f_f]$, обчислюється на основі рівності Парсеваля по формулі:

$$P_f^{\text{відн}} = \frac{\int_{-f_f}^{f_f} S(2\pi f) df}{\int_{-\infty}^{+\infty} S(2\pi f) df} = \frac{\int_0^{f_f} S(2\pi f) df}{\int_0^{+\infty} S(2\pi f) df} \quad (5)$$

Відносний середній квадрат похибки відновлення:

$$\Delta_B^2 = \frac{2 \int_{f_f}^{+\infty} S(2\pi f) df}{\int_0^{+\infty} S(2\pi f) df} = 2(1 - P_f^{\text{відн}}) \quad (6)$$

Застосування співвідношень (5), (6) необхідно для обґрунтування вибору величини кроку дискретизації для ІВТ і, відповідно, – для проведення моделювання. Наприклад, задаємося величиною $P_f^{\text{відн}} = 0,99$, якій відповідає відносний середній квадрат похибки дискретизації не вище 2% і, користуючись формулами, які описують моделі сигналів, наявних в об'єкті, одержуємо значення верхньої границі спектра, а також припустиму по (4) граничну частоту та максимальний період дискретизації для кожного виду сигналу при заданому рівні середнього квадрата похибки. З отриманих результатів вибираємо найменший з періодів.

Слід зауважити, що крім характеристик сигналів під час вибору частоти дискретизації також повинні враховуватися динамічні характеристики об'єкта. При моделюванні крок дискретизації вибирають не менше величини домінуючої постійної часу об'єкта. Рекомендоване за класикою значення: $(\frac{1}{6} \div \frac{1}{15})$ від часу встановлення. Час встановлення, наприклад, для аперіодичної ланки першого порядку з постійною часу T_y , становить $3T_y$. Тоді рекомендований крок дискретизації становить:

$$\Delta t = \left(\frac{1}{2} \div \frac{1}{5}\right) T_y \quad (7)$$

Існують також інші рекомендації, проте всі вони близькі до наведеної (7). Наприклад, відома така рекомендація, щодо вибору кроку дискретизації цифрової моделі у співвідношенні до постійних часу об'єкту моделювання:

$$\Delta t = \left(\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}\right) T_y \quad (8)$$

Наведену методику, як показано в роботі Мазуренко (2016), було застосовано та підтверджено її коректність під час створення інформаційно-

вимірювальних технологій.

Результати

Резюмуємо отримані результати у вигляді методики. Послідовність дій з визначення кроку дискретизації для реалізації певної інформаційно-вимірювальної технології виглядає таким чином.

1. За формулами (5) та (6) розраховуємо крок дискретизації виходячи зі спектральних властивостей сигналів.

2. За формулою (7) визначаємо крок дискретизації, виходячи з динамічних властивостей об'єкту.

3. Вибираємо менше з двох отриманих значень.

4. Отримане значення кроку дискретизації зменшуємо таким чином, аби воно було кратним до значення тривалості такту роботи АСУ ТП, тобто кроку дискретизації, прийнятому в АСУ ТП.

Далі необхідно провести моделювання та перевірити адекватність цифрової моделі з вибраним кроком дискретизації. Питання адекватності моделей розглянуто в роботі Жученко та ін. (2019).

Висновки

В результаті проведених досліджень було розроблено зручну для практичного використання методику вибору кроку дискретизації моделі в інформаційно-вимірювальних технологіях. Запропонована методика об'єднує методи, основані на використанні різних характеристик об'єкту, як то спектральні характеристики сигналів, динамічні характеристики ланок, а також суто технічні параметри, як то такт роботи АСУ ТП, в якій безпосередньо реалізується ІВТ, та водночас не потребує проведення випробувань з реальним об'єктом.

References

- Mishra, I., Tripathi, R. N., & Hanamoto, T. (2020). Synchronization and Sampling Time Analysis of Feedback Loop for FPGA-Based PMSM Drive System. *Electronics*, 9(11), 1906. <https://doi.org/10.3390/electronics9111906>
- Simon, D., Seuret, A., & Sename, O. (2017). Real-time control systems: feedback, scheduling and robustness. *International Journal of Systems Science*, 48(11), 2368–2378. <https://doi.org/10.1080/00207721.2017.1316879>
- Мазуренко, В. Б. (2016). Реалізація вычислительных методов повышения точности дозирования топливных баков ракеты-носителя морского базирования. *Вісник Дніпропетровського університету. Серія: Ракетно-космічна техніка*, 24(4), 49–59. <https://tinyurl.com/jrst-2016-24-4>
- Левчук, І. Л., Манко, Г. І., Тришкін, В. Я., & Корсун, В. І. (2019). *Теорія і практика ідентифікації об'єктів управління*. ДВНЗ УДХТУ. <http://citm.ho.ua/Txt/Mono.pdf>