

# Багатокритеріальна оптимізація композитних панелей із реберним підкріпленням при комбінованому навантаженні

Микола Мормуль , Олександр Щитов , Дмитро Щитов 

**Purpose.** The study is aimed at finding a constructive balance between the mass and cost of composite panels with stiffeners that are subjected to combined loading. The optimization was carried out taking into account real operation conditions, when a slight improvement in one of the parameters can significantly affect the efficiency of the structure. **Design / Method / Approach.** The work integrates engineering mechanics and mathematical modeling with the construction of a vector optimization model, for the solution of which the procedure of forming an integral quality criterion was applied, which considers expert assessment and the principle of guaranteed results. **Conclusions.** The proposed methodology allows not only to determine the optimal structural parameters for panels with different reinforcement options but also provides flexibility for adaptation to variable loads and constraints. The model was successfully tested on the example of six load scenarios for panels with rectangular and angular ribs. **Theoretical implications.** The development contributes to the development of multi-criteria optimization of composite structures, in particular by refining models and expanding the principles of evaluating the trade-off between criteria. This lays the foundation for further research in the field of aircraft design, where criteria may contradict each other. **Practical implications.** The results formed the basis for the creation of a software package that allows for the determination of the most appropriate options for structural reinforcement depending on the constraints and requirements. **Originality / Value.** The human-machine decision-making system underlying the approach allows for expert intuition to be considered without losing the accuracy of mathematical modeling. This is extremely valuable for industries where every gram of weight and every hryvnia of costs are critical. **Research limitations / Further research.** The main limitation is the focus on only two criteria – mass and cost. Further exploration should be directed towards expanding the number of indicators. **Article Type.** Applied Research.

## Keywords:

composite panels, stiffeners, vector optimization, integral quality criterion, human-machine procedure

**Мета.** Дослідження спрямоване на пошук конструктивного балансу між масою та вартістю композитних панелей з ребрами жорсткості, які зазнають комбінованого навантаження. Оптимізація проводилася з урахуванням реальних умов експлуатації, коли незначне покращення одного з параметрів може істотно вплинути на ефективність конструкції. **Дизайн / Метод / Підхід.** Робота інтегрує інженерну механіку та математичне моделювання з побудовою векторної моделі оптимізації, для розв'язання якої застосовано процедуру формування інтегрального критерію якості, що враховує експертні оцінки та принцип гарантованого результату. **Висновки.** Запропонована методика дозволяє не лише визначити оптимальні параметри для панелей з різними варіантами підкріплення, а й забезпечує гнучкість адаптації під змінні навантаження та обмеження. Модель успішно протестована на прикладі шести сценаріїв навантаження для панелей із прямокутними й кутовими ребрами. **Теоретичні наслідки.** Розробка робить внесок у розвиток багатокритеріальної оптимізації композитних конструкцій через уточнення моделей і розширення принципів оцінки компромісу між критеріями. Це закладає підґрунтя для подальших досліджень у сфері проектування літальних апаратів, де критерії можуть суперечити один одному. **Практичні наслідки.** Результати лягли в основу створення програмного комплексу, що дозволяє визначити найдоцільніші варіанти конструкційного підкріплення залежно від обмежень і вимог. **Оригінальність / Цінність.** Людино-машинна процедура, що лежить в основі підходу, уможливорює врахування експертної інтуїції без втрати точності математичного моделювання — вкрай цінне для галузей, де кожен грам ваги та кожна гривня витрат мають критичне значення. **Обмеження дослідження / Подальші дослідження.** Основне обмеження полягає у використанні лише двох критеріях – маси й вартості. Подальші розвідки доцільно спрямувати на розширення кількості показників. **Тип статті.** Прикладне дослідження.

## Ключові слова:

композитні панелі, ребра жорсткості, векторна оптимізація, інтегральний критерій якості, людино-машинна процедура

## Multi-criteria optimization of composite panels with rib reinforcement under combined loading

### Contributor Details:

Mykola Mormul, Cand. Sc., Assoc. Prof., University of Customs and Finance: Dnipro, UA, [nikolaj.mormul@gmail.com](mailto:nikolaj.mormul@gmail.com)

Oleksandr Shchytyov, Cand. Sc., Assoc. Prof., TEC-Lyceum No. 100: Dnipro, UA, [alexander.shchitov@gmail.com](mailto:alexander.shchitov@gmail.com)

Dmytro Shchytyov, Cand. Sc., DSc Cand., University of Customs and Finance: Dnipro, UA, [dmytro.shchytyov@gmail.com](mailto:dmytro.shchytyov@gmail.com)

Received: 2025-04-22

Revised: 2025-05-06

Accepted: 2025-05-06



У сучасному авіаційному, судно-, машинобудуванні та космічному виробництві одним із важливих напрямків є розробка та вдосконалення конструкцій із композитних матеріалів, які зокрема використовуються в літальних апаратах (ЛА). Використання композитних матеріалів сприяє створенню легших конструкцій, що дозволяє знижувати споживання палива та зменшувати навантаження на двигун літака. Під час експлуатації вони зазвичай піддаються сумісній дії нормальних, стискаючих та дотичних зусиль, що діють у площині панелі. З огляду на складність та багатоаспектність проектування сучасних літальних апаратів, необхідність використання багатокритеріальної оптимізації є надзвичайно важливою. Багато показників, таких як маса, міцність, жорсткість, тепло- та звукоізоляція, а також витрати на матеріали та виробництво тощо, вимагають одночасного врахування в процесі розробки та вибору оптимальних матеріалів для конструкцій. Врахування цих факторів дозволяє досягти найкращих результатів у створенні високотехнологічних та ефективних компонентів для ЛА.

## Огляд джерел

Особливу увагу в останні роки приділяють матеріалам з високими механічними характеристиками, які з легкістю та здатністю можуть витримувати екстремальні навантаження, зокрема композитним матеріалам. Серед них композитні панелі посідають важливе місце завдяки своїй здатності оптимізувати масу конструкції та підвищити її міцність. Вони можуть застосовуватися для виготовлення різних елементів літаків та ракет, таких як фюзеляж, крила, хвіст, носова частина та двері. Фундаментальні підходи з використанням глобальних апроксимаційних технік і генетичних алгоритмів для оптимізації реберних композитних панелей були закладені понад два десятиліття тому. Проте ця тема залишається актуальною та активно розвивається: так, в останні роки запропоновано застосування алгоритмів PNN NSGA III у поєднанні з TOPSIS для балансування маси та стійкості до втрати жорсткості.

З розвитком нових методів багатокритеріальної оптимізації постало питання оптимального (за кількома критеріями) проектування композитних панелей і оболонки, які знаходяться під дією як детермінованих, так і стохастичних навантажень, але цьому аспекту поки що присвячено обмаль робіт. Інтерес до цього аспекту зріс в останні роки, особливо під час воєнних дій на території України з 2022 року. Більшість досліджень з цієї теми проведено за кордоном.

У статті «Multi-Objective Optimization for Curvilinearly Stiffened Porous Sandwich Plates Reinforced with Graphene Nanoplatelets» (Xiao et al., 2022) досліджується оптимізація конструкційних параметрів пористих сендвіч-панелей з криволінійними ребрами жорсткості, армованих графеновими нанопластинками (GPL). Метою є досягнення балансу між максимальною фундаментальною частотою та мінімальною масою конструкції. Розроблено нову уточнену синусоїдальну теорію вищого порядку (NRSHT), яка в поєднанні з ізогеометричним аналізом (IGA) забезпечує точне прогнозування механічної поведінки сендвіч-панелей. Використано алгоритм покращеного недомінованого сортування генетичного алгоритму (NSGA-II) для багатокритеріальної оптимізації форми та розподілу матеріалу. Для прискорення розрахунків застосовано модель сурогатного моделювання на основі випадкового лісу (RFR).

У статті «Multi-objective optimization of composite stiffened panels for mass and buckling load using PNN-NSGA-III algorithm and TOPSIS method» (Zhang et al., 2025) розглядається багатокритеріальна оптимізація композитних панелей з ребрами жорсткості з метою зменшення маси та підвищення стійкості до втрати стійкості. Запропоновано комбінований підхід, що включає: PNN (Parallel Neural Network) для прогнозування критичного навантаження на втрату стійкості; NSGA-III (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm III) для багатокритеріальної оптимізації конструкційних параметрів; TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) для ранжування та вибору найкращих рішень з отриманого набору Парето-оптимальних варіантів. Метод дозволяє ефективно знаходити оптимальні конструкційні параметри, що забезпечують бажаний компроміс між масою панелі та її стійкістю до втрати стійкості. Це дослідження демонструє ефективність інтеграції методів штучного інтелекту та еволюційних алгоритмів для

вирішення складних інженерних задач оптимізації. Отримано набір Парето-оптимальних рішень, що дозволяє конструкторам вибирати оптимальні параметри залежно від пріоритетів між жорсткістю та масою конструкції. Це дослідження демонструє ефективність поєднання передових теоретичних моделей, чисельних методів та машинного навчання для оптимізації складних композитних структур.

У роботі «Multi-objective optimization of a sandwich structure with a hybrid composite grid core» (Kermani & Ehsani, 2022) розглядається оптимізація сендвіч-структури з гібридним композитним решітчастим осердям, спрямована на максимізацію критичного навантаження при втраті стійкості та мінімізацію ваги або вартості матеріалів. Використано метод Рітца та теорію першого порядку зсуву для розрахунків, а також генетичний алгоритм для пошуку оптимальних рішень.

Працю «Multi-objective stiffness and mass optimization of bio-inspired hierarchical grid-honeycomb sandwich structures with cutouts considering buckling constraints» (Lv et al., 2025) присвячено оптимізації жорсткості та маси сендвіч-структур з ієрархічною решітчасто-сотовою серцевиною, враховуючи вирізи та обмеження втрати стійкості. Автор поєднує вагу й вартість для створення інтегрального показника ефективності конструкції.

У дослідженні «Multi-objective optimization of multi-core composite aluminum honeycomb sandwich panels for improved crashworthiness» (Pandey et al., 2023) розглядається оптимізація багатоядерних композитних сендвіч-панелей з алюмінієвою сотовою серцевиною для покращення енергопоглинання при ударі. Використано чисельне моделювання та багатокритеріальну оптимізацію для визначення оптимальних геометричних параметрів.

А в роботі «Natural frequency and buckling optimization considering weight saving for hybrid graphite/epoxy-sitka spruce and graphite-flax/epoxy laminated composite plates using stochastic methods» (Savran & Aydin, 2022) досліджується оптимізація власних частот та стійкості до втрати стійкості для гібридних ламінованих композитних пластин з урахуванням зменшення ваги, використовуючи стохастичні методи оптимізації.

Наступні роботи демонструють сучасні підходи до оптимізації композитних панелей, включаючи використання машинного навчання, еволюційних алгоритмів та врахування невизначеностей у матеріалах та геометрії. У статті «Fail-safe topology optimization for fiber-reinforced composite structures» (Cheng et al., 2025) розглядається топологічна оптимізація волокнистих композитних структур з урахуванням пошкоджень, спрямована на забезпечення безвідмовної роботи конструкції. Дослідження «Multi-objective optimization of composite stiffened panels for mass and buckling load using PNN-NSGA-III algorithm and TOPSIS method» (Zhang et al., 2025) пропонує багатокритеріальну оптимізацію композитних панелей з ребрами жорсткості, використовуючи поєднання нейронних мереж та еволюційних алгоритмів для досягнення оптимального балансу між масою та навантаженням при втраті стійкості. У роботі «Multi-objective optimization of composite sandwich panels using surrogate models» (Seyyedrahmani et al., 2022) розроблено ефективну методологію для оптимізації сендвіч-панелей з композитними обшивками. Дослідження «Buckling design optimization of tow-steered composite panels and cylindrical shells considering aleatory and epistemic uncertainties» (Fina & Bisagni, 2025) зосереджено на оптимізації конструкцій з керованим напрямком волокон, враховуючи невизначеності в матеріалах та геометрії для покращення стійкості до втрати стійкості. У роботі «Experimental and Micro-Macro Mechanics Methods in Prediction of Mechanical Properties of Carbon Fibre-Reinforced Composite Panels» (Faroq et al., 2021) застосовано мікро-макро механічні методи для прогнозування механічних властивостей вуглецево-волокнистих композитних панелей. Стаття «Efficient Determination of Mechanical Properties of Carbon Fibre-Reinforced Laminated Composite Panels» (Faroq & Myler, 2017) описує використання MATLAB для розрахунку ефективних механічних властивостей композитних панелей, включаючи модулі пружності та коефіцієнти Пуассона. А у статті «Multi-fidelity robust design optimisation for composite structures» (Yoo et al., 2021) представлено нову багаторівневу методологію оптимізації композитних структур, яка поєднує моделі різної точності для досягнення надійного дизайну з урахуванням невизначеностей.

Вітчизняні вчені рідше звертаються до цієї теми. Більшість досліджень проведено для «гладких» конструкцій цього типу; не враховувався такий істотний для вирішення проблеми зниження матеріалоемності фактор, як посилення їх підкріплюючим силовим набором з тонкостінних елементів, що особливо важливо в умовах бойових дій (для дронів, ракет, літаків, суден, танків та іншої техніки). Стан та перспективи застосування композитних матеріалів у ракетобудуванні і літальних апаратів військового та цивільного призначення аналізували такі вітчизняні вчені, як О. Л. Шаповалов, С. Ю. Рашевський, В. В. Кохан, Г. П. Болотов та інші. В. І. Шийка досліджує оптимізацію силових і масових характеристик композиційних панелей літальних апаратів (Shyika, 2022). За допомогою теоретичних методів розрахунку знайдені навантаження при ортогональному, симетричному, ортогональному і перехресному розміщенні шарів, а також для композитних панелей (борних, вуглецевих та із скловолокна) з підкріпленням.

**Метою роботи** є дослідження та застосування методів багатокритеріальної оптимізації для проектування підкріплених композитних панелей, які мають високу міцність, стійкість до навантажень і мінімальні масу та вартість матеріалів, що забезпечує підвищення загальної ефективності літальних апаратів. За конкретний приклад взято синтез та реалізацію на комп'ютері багатокритеріальної (векторної) моделі задачі оптимального проектування підкріпленої композитної панелі.

**Гіпотеза дослідження** є наступною: масмо довести, що підкріплена панель за критеріями оптимізації, оптимізована за різними параметрами, буде значно кращою, ніж «гладка» панель.

При проведенні дослідження використано кілька наукових методів: 1) методика побудови багатокритеріальної моделі оптимізації – для оптимізації конструкцій з кількома критеріями, такими як маса та вартість матеріалів; 2) метод згортки – побудова інтегрального критерія якості на основі принципу гарантованого результату; 3) методика, наведена в роботі (Cho, 2018) – для формування фізичних обмежень можливих форм втрати стійкості.

**Наукова новизна** дослідження полягає у складанні та практичній реалізації більш стійкої, ніж «гладка», підкріпленої панелі для обшивки ЛА із застосуванням багатокритеріального методу оптимізації; а також розробці на основі цієї методики програмного комплексу.

## Постановка задачі

У роботі розглядається і реалізується на ЕОМ багатокритеріальна (векторна) модель задачі оптимального проектування вуглепластикової квадратної у плані однорідної по товщині ортотропної панелі, шарнірно опертої по контуру. Панель підкріплена симетрично розташованими відносно її площини ребрами із того самого матеріалу і знаходиться під спільною дією нормальних  $q_n$  і дотичних  $q_t$  напруг інтенсивності.

Всі типи ортотропних елементарних шарів розташовані рівномірно по товщині і симетрично відносно серединної поверхні панелі. Передбачається безмоментний докритичний стан обшивки. Підкріплена панель аналізується в межах класичної теорії Кірхгофа–Лява для розрахунку обшивки та теорії Кірхгофа–Клебша для розрахунку ребер жорсткості. При цьому вважається, що переміщення обшивки та ребер уздовж лінії їхнього з'єднання при деформації панелі припускаються рівними. У процесі оптимального проектування панелі в якості підкріплювальних елементів розглядаються два типи ребер: а) ребра у вигляді смуг з прямокутним поперечним перерізом; б) ребра з поперечним перерізом у формі рівнобокого кута.

Критеріями якості обрані як маса, так і вартість панелі, що враховує тільки вартість матеріалу. Це спричинено наступними міркуваннями. Мінімізація маси – один із головних критеріїв у проектуванні конструкцій, особливо в авіації, космонавтиці та транспортуванні, де вага безпосередньо впливає на витрати пального, вантажопідйомність, ефективність і безпеку. Зниження маси дозволяє зменшити навантаження на інші елементи конструкції, подовжити термін служби системи, а також знизити експлуатаційні витрати (Zhang et al., 2025), (Xiao et al., 2022). Мінімізація вартості охоплює як матеріальні, так і виробничі витрати, що є не менш важливими в умовах ринкової конкуренції та масового виробництва. Навіть незначна економія на

одиночному елементі конструкції може призвести до суттєвого зменшення вартості серійного виробництва (Lv et al., 2025).

Введено геометричні, структурні та фізичні обмеження. Серед фізичних обмежень враховано обмеження щодо місцевої стійкості обшивки; обмеження по стійкості елементів ребер при стиску; обмеження на загальну стійкість панелі, підкріпленої ребрами.

## Оглядовий словник

Введемо такі позначення: нижні та верхні межі змінення:

$h^-, h^+$  – товщини панелі,

$b^-, b^+$  – товщини стрингерів,

$\delta^-, \delta^+$  – висоти стрингерів,

$k^-, k^+$  – кількості стрингерів,

$\mu^-, \mu^+$  – об'ємного коефіцієнта армування;

$\bar{\varphi}(\bar{X}), \bar{k}(\bar{X}), \bar{\psi}(\bar{X})$  – сукупності геометричних, структурних і фізичних обмежень моделі;

$\bar{X}^*$  – вектор конструктивних параметрів панелі;

$G(\bar{X})$  – маса конструкції;

$C(\bar{X})$  – вартість конструкції;

$\bar{X}$  – вектор змінних параметрів, що включає:

товщину панелі  $h$ ; при використанні в якості підкріплюючого набору полос прямокутного поперечного перерізу – висоту полосо  $\delta$  і її товщину  $b$ , а при використанні в якості стрингерів ребер з поперечним перерізом форми рівнобокого кутка – висоту полки (стінки)  $\delta$ ; товщину ребра  $b$ ; кількість стрингерів  $k$ ; відносні частоти елементарних шарів, розташованих під кутами  $\pm \beta_k$  відносно твірної  $\theta_k$  ( $k = 1, N$ ); об'ємний коефіцієнт армування  $\mu$ , кути армування елементарних шарів  $\beta_k$  ( $k = 1, N$ );

$N$  – кількість напрямків армування;

$a$  – довжина панелі;

$\gamma_a, \gamma_c$  – густина арматури і сполучного;

$c_a, c_c$  – питома вартість арматури і сполучного.

## Розв'язання

Векторна задача оптимального проектування полягає у знаходженні вектору конструктивних параметрів панелі, при якому досягається оптимум показників якості конструкції: маси і вартості, а також виконується система обмежень  $D$ . Задача має вигляд:

$$\bar{X}^* = F^{-1} \left[ \underset{\bar{X} \in D}{\text{opt}} \{G(\bar{X}), C(\bar{X})\} \right]; \quad (1)$$

$$G(\bar{X}) \rightarrow \underset{\bar{X} \in D}{\text{min}}; \quad C(\bar{X}) \rightarrow \underset{\bar{X} \in D}{\text{min}};$$

$$\bar{X} = \{h, b, \delta, k, \theta_1, \dots, \theta_{N-1}, \mu, \beta_1, \dots, \beta_N\}.$$

Для випадку а)

$$G(\bar{X}) = (a^2 h + a k b \delta) \cdot [\mu \gamma_a + (1 - \mu) \gamma_c]; \quad (2)$$

$$C(\bar{X}) = (a^2 h + a k b \delta) \cdot [\mu \gamma_a c_a + (1 - \mu) \gamma_c c_c];$$

Для випадку б)

$$G(\bar{X}) = [a^2 h + a k (2 b \delta - b^2)] \cdot [\mu \gamma_a + (1 - \mu) \gamma_c]; \quad (2a)$$

$$C(\bar{X}) = [a^2 h + a k (2 b \delta - b^2)] \cdot [\mu \gamma_a c_a + (1 - \mu) \gamma_c c_c];$$

В оптимізаційній моделі (1) критеріями якості (2), (2a) є маса і вартість панелі, в якій враховується тільки вартість матеріалу. Вектор варіюваних параметрів  $\bar{X}$ . Область допустимих проектних розв'язків  $D$  описується як

$$D = \{ \bar{X} \mid \bar{\varphi}(\bar{X}) \cap \bar{k}(\bar{X}) \cap \bar{\psi}(\bar{X}) \},$$

де геометричні та структурні обмеження такі:

$$h^- \leq h \leq h^+; b^- \leq b \leq b^+; \delta^- \leq \delta \leq \delta^+; k^- \leq k \leq k^+; \mu^- \leq \mu \leq \mu^+;$$

$$0 \leq \theta_k \leq 1; \quad \sum_{k=1}^N \theta_k = 1; \quad 0 \leq \beta_k \leq \frac{\pi}{2} \quad (k = \overline{1, N}). \quad (3)$$

При спільній дії напруг на композитну панель, що викликають нормальні та зсувні напруги, фізичними обмеженнями у векторній задачі оптимізації є обмеження на місцеву стійкість обшивки, обмеження по стійкості елементів ребер при стиску та обмеження на загальну стійкість панелі, підкріпленої ребрами.

*Місцева стійкість обшивки панелі.* На основі результатів робіт (Reddy, 2003; Shyika, 2022) знаходимо критичну напругу при стиску вздовж  $q_{xk}$  і впоперек  $q_{yk}$  стрингерів і критичну напругу при зсуві  $q_{\tau k}$ :

$$q_{xk} = \frac{2\pi^2}{t^2} \left( \sqrt{D_{11}D_{22} + D_3} \right); \quad q_{yk} = \frac{\pi^2 D_{22}}{t^2};$$

$$q_{\tau k} = \frac{2\pi^2 D_{22}}{t^2} \sqrt{4 + 3 \frac{\sqrt{\alpha_1}}{\alpha_0} + \frac{\alpha_0}{\sqrt{\alpha_1}} \sqrt{\alpha_0}}, \quad (4)$$

де  $\alpha_0 = \frac{D_3}{D_{22}}$ ;  $\alpha_1 = \frac{D_{11}}{D_{22}}$ ;  $t = \frac{\alpha}{k}$  – крок ребер;

$$D_{11} = \frac{E_1 h^3}{12(1 - \nu_{12}^2)}; \quad D_{22} = \frac{E_2 h^3}{12(1 - \nu_{21}^2)}; \quad D_3 = \frac{G_{12} h^3}{12},$$

де  $D_{11}$ ,  $D_{22}$  – погонні згинальні жорсткості непідкріпленої панелі у поздовжньому та поперечному напрямках;  $D_3$  – циліндрична жорсткість непідкріпленої панелі;  $E_1$ ,  $E_2$  – модулі пружності вздовж і впоперек волокон армування;  $G_{12}$  – модуль зсуву у площині шару;  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$  – коефіцієнти Пуассона. Обмеження у місцевій втраті стійкості обшивки панелі мають вигляд:

$$\psi_1(\bar{X}) = q_{xk} - q_{\sigma} \geq 0; \quad \psi_2(\bar{X}) = q_{yk} - q_{\sigma} \geq 0; \quad (5)$$

$$\psi_3(\bar{X}) = q_{\tau k} - q_{\tau} \geq 0.$$

*Стійкість елементів підкріплюючого набору при стиску.* Для відкритих елементів ребер приймали обмеження

$$\psi_4(\bar{X}) = 10 - \frac{\delta}{b} \geq 0. \quad (6)$$

*Стійкість підкріпленої панелі (загальна стійкість панелі).* Критичні напруги при стиску вздовж стрингерів  $\bar{q}_{xk}$  і зсуву  $\bar{q}_{\tau k}$  запишемо, згідно з (Cho, 2018), як

$$\bar{q}_{xk} = \frac{\pi^2 \bar{D}_{11}}{a^2}; \quad \bar{q}_{\tau k} = \frac{2\pi^2 \bar{D}_{11}}{a^2} \sqrt{4 + 3 \frac{\sqrt{\bar{\alpha}_1}}{\bar{\alpha}_0} + \frac{\bar{\alpha}_0}{\sqrt{\bar{\alpha}_1}} \sqrt{\bar{\alpha}_0}}, \quad (7)$$

де  $\bar{\alpha}_0 = \frac{\bar{D}_3}{\bar{D}_{11}}$ ;  $\bar{\alpha}_1 = \frac{\bar{D}_{22}}{\bar{D}_{11}}$ .

Для ребер з прямокутним поперечним перерізом

$$\bar{D}_{11} = \frac{E_1}{12(1 - \nu_{12}^2)} \left[ \frac{b}{t} \delta^3 + (h + \delta)^3 \right] - \frac{E_{cmp}}{12(1 - \nu_{cmp}^2)} \delta^3.$$

Для ребер з поперечним перерізом у формі кутка

$$\bar{D}_{11} = \frac{E_1}{12(1 - \nu_{12}^2)} \left[ \frac{\delta}{t} b^3 + \frac{b}{t} (\delta^3 - b^3) \right] + \frac{E_{cmp}}{12(1 - \nu_{cmp}^2)} [(h + \delta)^3 - \delta^3];$$

$$\bar{D}_{22} = \frac{E_2 [(h + \delta)^3 - h^3]}{12(1 - \nu_{21}^2)}; \quad \bar{D}_3 = \frac{G_{12} [(h + \delta)^3 - h^3]}{12}.$$

Тут  $\bar{D}_{11}$ ,  $\bar{D}_{22}$  – згинальні жорсткості панелі з ребрами у напрямках, паралельному та перпендикулярному підкріплюючому набору відповідно;  $\bar{D}_3$  – циліндрична жорсткість підкріпленої панелі;  $\nu_{cmp}$  – коефіцієнт Пуассона матеріалу стрингерів. Обмеження по загальній втраті стійкості підкріпленої панелі мають вигляд:

$$\psi_5(\bar{X}) = q_{xk} - q_{\sigma} \geq 0; \quad \psi_6(\bar{X}) = q_{\tau k} - q_{\tau} \geq 0. \quad (8)$$

Механічні параметри панелі  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$ ,  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$  залежать від вихідних характеристик  $E_a$ ,  $E_c$ ,  $\nu_a$ ,  $\nu_c$ ,  $\mu$ . Пружні характеристики ортотропного елементарного шару розраховуються за методикою (Reddy, 2003; Farooq et al., 2021):

$$E_1^{(0)} = E_a \mu + E_c (1 - \mu);$$

$$E_2^{(0)} = \frac{[1 + (n - 1)\mu] E_a}{[\mu + n(1 - \mu)] \cdot [1 + (n - 1)\mu] - (n\nu_c - \nu_a)^2 \mu (1 - \mu)};$$

$$G_{12}^{(0)} = \frac{m(1 + \mu) + (1 - \mu)}{m(1 - \mu) + (1 + \mu)} G_c;$$

$$\nu_{12}^{(0)} = \nu_a \mu + \nu_c (1 - \mu); \quad \nu_{21}^{(0)} = \frac{\nu_{12}^{(0)} E_2^{(0)}}{E_1^{(0)}};$$

$$n = \frac{E_a}{E_c}; \quad m = \frac{1 + \nu_c}{1 + \nu_a} n; \quad G_c = \frac{E_c}{2(1 + \nu_c)}.$$

Компоненти матриці жорсткості для елементарного шару  $[A^{(0)}]$  знаходять за формулами (Inés, & Almeida, 2009; Alsubary et al., 2024):

$$A_{11}^{(0)} = \frac{E_1^{(0)}}{1 - \nu_{12}^{(0)} \nu_{21}^{(0)}};$$

$$A_{12}^{(0)} = \frac{\nu_{21}^{(0)} E_1^{(0)}}{1 - \nu_{12}^{(0)} \nu_{21}^{(0)}} = \frac{\nu_{12}^{(0)} E_2^{(0)}}{1 - \nu_{12}^{(0)} \nu_{21}^{(0)}};$$

$$A_{22}^{(0)} = \frac{E_2^{(0)}}{1 - \nu_{12}^{(0)} \nu_{21}^{(0)}}; \quad A_{66}^{(0)} = G_{12}^{(0)}; \quad A_{21}^{(0)} = A_{12}^{(0)}.$$

Інші компоненти квадратної матриці  $[A^{(0)}]$  розміру  $3 \times 3$  дорівнюють нулю. Множина елементарних ортотропних шарів, розташованих під симетричними кутами  $+\beta_k$  і  $-\beta_k$ , створюють багатошаровий пакет з  $k$  типами шарів. Матриця перетворення у випадку плоского повороту від осей елементарного шару до осей панелі, має вигляд

$$[G^{(k)}] = \begin{pmatrix} \cos^2 \beta_k & \sin^2 \beta_k & \sin 2\beta_k \\ \sin^2 \beta_k & \cos^2 \beta_k & -\sin 2\beta_k \\ -\frac{1}{2} \sin 2\beta_k & \frac{1}{2} \sin 2\beta_k & \cos 2\beta_k \end{pmatrix}.$$

Компоненти матриці жорсткості при перетворенні від осей елементарного шару до осей панелі визначаються залежністю

$$[A^{(k)}] = [G^{(k)}] \cdot [A^{(0)}] \cdot [G^{(k)}]^T.$$

Елементи матриці жорсткості для всього пакета обчислюють за формулою

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N \theta_k A_{ij}^{(k)}; \quad i, j = \overline{1, 3}.$$

Модулі пружності у напрямку армування, у поперечному напрямку до армування, модуль зсуву у площині шару та коефіцієнти Пуассона у результаті перетворення в осях пакета мають вигляд

$$E_1 = A_{11} (1 - \nu_{12} \nu_{21}); \quad E_2 = A_{22} (1 - \nu_{12} \nu_{21});$$

$$G_{12} = A_{66}; \quad \nu_{12} = \frac{A_{12}}{A_{22}}; \quad \nu_{21} = \frac{A_{12}}{A_{11}}.$$

## Практична реалізація

Задачу векторної оптимізації розглядали при вказаних вище двох варіантах підкріплення композитної панелі. Для кожного з варіантів обирали шість шляхів навантаження (табл. 1).

Таблиця 1 – Значення навантажень (Джерело: Автори)

Шлях навантаження	1	2	3	4	5	6
$q_a$ , МН/м	1,5	0,9	0,9	0,3	0,3	0
$q_r$ , МН/м	0	0	0,6	0,3	0,15	0,9

Механічні компоненти армуючого і сполучного матеріалів вуглепластика для обчислення механічних властивостей моношару наступні:

$$E_a = 267,0 \text{ ГПа}; E_c = 3,5 \text{ ГПа},$$

$$\gamma_a = 1,78 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3; \gamma_c = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3;$$

$$c_a = 90 \text{ \$/кг}, c_c = 3 \text{ \$/кг}, \nu_a = 0,21; \nu_c = 0,33.$$

Діапазон варіювання геометричних і структурних параметрів:

$$h^- = b^- = \delta^- = 0,1 \text{ см};$$

$$h^+ = b^+ = \delta^+ = 5,1 \text{ см};$$

$$k^- = 4 : k^+ = 10;$$

$$\mu^- = 0,1; \mu^+ = 0,7; a = 50 \text{ см}; N = 3.$$

Враховуючи, що матеріал ребер також є вуглепластиком, при обчисленні фізичних обмежень приймаємо

$$E_{стр} = E_1, \nu_{стр} = \nu_{21}.$$

Кути армування  $\beta_k$  ( $k = 1, 3$ ) обирали як фіксовані ( $\beta_1 = 0$  рад,  $\beta_2 = \pm\pi/4$  рад,  $\beta_3 = \pi/2$  рад), так і як параметри оптимізації.

Для розв'язання багатокритеріальної задачі використана модифікована людино-машинна процедура (ЛМПП) побудови інтегрального критерія якості на основі принципу гарантованого результату (Mortul et al., 2023), що дозволяє у діалоговому режимі особі, що приймає рішення (ОПР) і ЕОМ отримати оптимальні компромісні розв'язки задачі.

Алгоритм цієї процедури складається із шести кроків.

1. Кожному показнику якості  $f_i(\bar{X})$  ( $i = 1, p$ ) призначаємо ділянку нормальних значень

$$\Delta_i = [f_i^-, f_i^+]; \quad \Delta_i = [f_i^-, f_i^0] \quad (i = \overline{1, p}),$$

де  $f_i^+, f_i^-$  – обчислювані найкращі (субоптимальні) значення критеріїв оптимізації:

$$f_i^+ = \max_{\bar{X} \in D} f_i(\bar{X}); \quad f_i^- = \min_{\bar{X} \in D} f_i(\bar{X});$$

$f_i^0$  – квазінормативні значення показників якості, що призначаються ОПР, гірші за які мати оцінки по шкалам цих показників небажано.

2. Формуємо на основі заданих ділянок систему  $p$  вимог до якості конструкції: оцінка конструкції за шкалою  $i$ -го показника має відрізнятися від свого найкращого значення  $f_i^+$  або  $f_i^-$  не більше ніж на величину  $f_i^+ - f_i^0$  або  $f_i^0 - f_i^-$ .

3. Найбільше задоволення цій системі вимог дозволяє звести вихідну багатокритеріальну задачу

$$\{f_i(\bar{X})\} \rightarrow \underset{\bar{X} \in D}{opt}$$

при

$$\{f_i(\bar{X})\} \rightarrow \underset{\bar{X} \in D}{extr} \quad (i = \overline{1, p});$$

$$D = \{\bar{X} : g_j(\bar{X}) \geq 0 \quad (j = \overline{1, r})\}$$

до мінімізації інтегрального критерія оптимальності проєкту конструкції.

4. Розрахункова модель оптимізації має вигляд:

$$F(\bar{X}) = \max_{i=1,p} \hat{f}_i(\bar{X}) \rightarrow \min_{\bar{X} \in D};$$

$$\hat{f}_i(\bar{X}) = \frac{f_i^+ - f_i(\bar{X})}{f_i^+ - f_i^0} \quad \text{при } \text{extr} = \max,$$

або

$$\hat{f}_i(\bar{X}) = \frac{f_i(\bar{X}) - f_i^-}{f_i^0 - f_i^-} \quad \text{при } \text{extr} = \min.$$

5. Якщо серед критеріїв оптимізації є такі (такий), які у точці  $\bar{X}$ , що отримується з розв'язку розрахункової моделі, мають значення, що виходять за межі ділянок нормальних значень, то розв'язується наступна задача оптимізації:

$$F(\bar{X}) = \max_{i=1,p} \hat{f}_i(\bar{X}) \rightarrow \min_{\bar{X} \in D};$$

$$D' = \{\bar{X} : \bar{X} \in D, f_i(\bar{X}) \geq f_i^0 \vee f_i(\bar{X}) \leq f_i^0 \quad (i = \overline{p_2, p_2})\},$$

де  $p_1, p_2$  – мінімальний і максимальний номери критеріїв, що виходять за межі  $\Delta_i$  відповідно.

Якщо отриманий розв'язок  $\bar{X}^*$  розрахункової моделі задовольняє ОПР, то його обираємо за оптимальний компромісний розв'язок багатокритеріальної задачі.

6. В іншому випадку ОПР перепризначає квазінормативні значення показників якості конструкції. Якщо проєктувальник не може вказати деякі  $f_i^0 \geq f_i^-$  або  $f_i^0 \leq f_i^+$ , то приймається  $f_i^0 = f_i^-$  або  $f_i^0 = f_i^+$  відповідно.

У загальному вигляді алгоритм людино-машинної процедури можна представити на блок-схемі (рис. 1).



Рисунок 1 – Блок-схема алгоритму пошуку оптимального розв'язку за людино-машинною процедурою (Джерело: автори)

Для розв'язання скалярних задач багатокритеріальної оптимізації застосовано спеціально розроблений модифікований метод випадкового пошуку на вкладених гіперкубах, що дозволяє ефективно знаходити глобальні екстремуми такого класу багатоекстремальних нелінійних задач оптимізації.

Номери активних обмежень відповідають у порядку слідування шести фізичним обмеженням, а сьомий і восьмий номери – обмеженням на структурні та геометричні параметри панелі.

У таблиці 2 вказані дані оптимальних проєктів підкріпленої панелі при фіксованих кутах армування ( $\beta_1 = 0$  рад,  $\beta_2 = \pm\pi/4$  рад,  $\beta_3 = \pi/2$  рад).

**Таблиця 2 – Результати оптимізації для 6-ти шляхів навантаження (Джерело: Автори)**

Шh*	b*	$\delta^*$	k*	$\theta_1^*$	$\theta_2^*$	$\mu^*$	G*, кг	C*, \$	A
см									
$\beta_1 = 0 \quad \beta_2 = \pi/4$									
Панель, підкріплена полосами									
1	0,554	0,354	3,148	4	0	0,616	0,635	2,523	165,69 (2)
2	0,483	0,323	2,994	4	0,027	0,247	0,607	2,176	138,36 (1)
3	0,483	0,323	2,994	4	0,027	0,247	0,607	2,176	138,36 (1)
4	0,334	0,206	1,984	4	0	0,606	0,548	1,391	81,90 (2)
5	0,334	0,206	1,984	4	0	0,606	0,548	1,391	81,90 (2)
6	0,339	0,133	1,291	4	0,006	0,649	0,691	1,413	98,70 (3,8)
Панель, підкріплена кутками									
1	0,667	3,290	1,838	4	0,362	0,064	0,581	2,954	181,76 (2,5)
2	0,711	2,740	1,192	4	0,367	0,010	0,483	2,342	125,34 (2,5)
3	0,711	2,740	1,192	4	0,367	0,010	0,483	2,342	125,34 (2,5)
4	0,351	0,116	1,153	4	0,215	0,438	0,688	1,485	97,09 (2,5)
5	0,351	0,116	1,153	4	0,215	0,438	0,688	1,485	97,09 (2,5)
6	0,338	1,981	0,819	4	0,103	0,745	0,686	1,330	90,83 (3,6)

А в таблиці 3 представлені дані оптимальних проєктів при оптимізаційних кутах армування. У обох таблицях А означає активність обмежень, Ш – шлях навантаження.

**Таблиця 3 – Результати оптимізації для 6-ти шляхів навантаження (Джерело: Автори)**

Ш	h*	b*	$\delta^*$	k*	$\theta_1^*$	$\theta_2^*$	$\mu^*$
см							
Панель, підкріплена полосами							
1	0,623	0,225	2,164	4	0,573	0,407	0,434
2	0,523	0,267	2,464	4	0,492	0,378	0,399
3	0,523	0,267	2,464	4	0,492	0,378	0,399
4	0,302	0,246	2,381	4	0,349	0,003	0,397
5	0,302	0,246	2,381	4	0,349	0,003	0,397
6	0,302	1,171	0,100	4	0,690	0,239	0,533
Панель, підкріплена кутками							
1	0,663	0,201	1,971	6	0,188	0,415	0,356
2	1,260	0,318	0,850	6	0,584	0,181	0,226
3	1,260	0,318	0,850	6	0,584	0,181	0,226
4	0,139	0,404	3,867	4	0,066	0,524	0,269
5	0,139	0,404	3,867	4	0,066	0,524	0,269
6	0,314	1,952	0,763	5	0,014	0,647	0,422

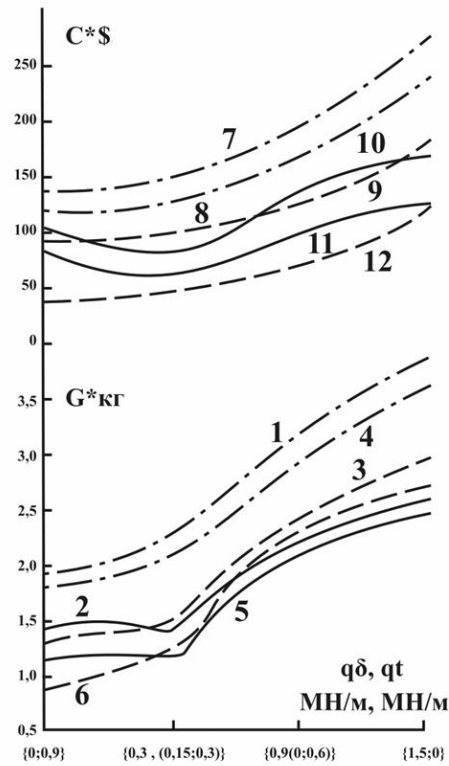
**Продовження таблиці 3**

Ш	$\beta_1^*$	$\beta_2^*$	$\beta_3^*$	G*, кг	C*, \$	A
рад						
Панель, підкріплена полосами						
1	1,568	1,225	0,325	2,401	118,27	(2)
2	1,481	1,006	0,412	2,401	96,140	(2)
3	1,481	1,006	0,412	2,401	96,140	(2)
4	0,734	1,284	1,185	1,246	57,260	(1)
5	0,734	1,284	1,185	1,246	57,260	(1)
6	0,846	1,003	0,031	1,197	69,020	(3)
Панель, підкріплена кутками						
1	0,278	1,448	1,480	2,649	111,86	(2)
2	1,439	0,348	0,793	2,312	67,830	(2)
3	1,439	0,348	0,793	2,312	67,830	(2)
4	1,000	0,794	1,047	1,247	42,980	(5)
5	1,000	0,794	1,047	1,247	42,980	(5)
6	1,361	0,719	0,946	0,833	40,140	(4,6)

**Обговорення результатів**

Для наведених випадків навантаження задача векторної оптимізації (1)-(8) реалізувалася у двох варіантах: для ребер прямокутного і кутового поперечних перерізів при фіксованих (див. табл. 2) і оптимізованих (див. табл. 3) кутах армування, за допомогою людино-машинної процедури побудови інтегрального критерія якості, що дозволяє у діалоговому режимі проєктувальника з ЕОМ на основі принципу гарантованого результату знаходити оптимальні компромісні розв'язки багатокритеріальних задач. При цьому розв'язання відповідних однокритеріальних задач оптимізації, що складають людино-машинну

процедуру, здійснювалося за допомогою модифікованого методу випадкового пошуку, що дозволяє ефективно знаходити глобальні екстремуми багатоекстремальних задач оптимізації. Для порівняння наведена також оптимізація «гладкої» композитної панелі при тих самих вихідних даних в навантаженнях, що і для підкріпленої панелі (рис. 2).



**Рисунок 2 – Залежності маси і вартості «гладкої» і підкріпленої панелі від навантаження (Джерело: Автори)**

На рис. 2 представлені залежності маси і вартості оптимальних проєктів панелі від навантаження при фіксованих і оптимізованих кутах армування для двох варіантів підкріплення ребристої і «гладкої» композитних панелей. Криві 1, 7; 2, 8; 3, 9 відповідають «гладкій», підкріпленій полосами і кутками композитних панелей при фіксованих кутах армування відповідно, а криві 4, 10; 5, 11; 6, 12 – при оптимізованих кутах армування. Видно, що для всіх оптимальних проєктів, отриманих для відповідних шляхів навантаження, маса і вартість гладких панелей значно більше, ніж у підкріплених панелей (на 20–50 %) при одних і тих самих параметрах оптимізації.

Виграш у масі і вартості оптимальних підкріплених панелей порівняно з оптимальними гладкими тим суттєвіші, чим вище рівень навантаження. При змінненні навантаження параметри оптимізації перерозподіляються, збільшуючи жорсткість пакета у напрямку дії більших напруг. Включення кутів армування до параметрів оптимізації покращує проєктні рішення гладких і ребристих панелей при врахуванні двох критеріїв: маси і вартості для всіх випадків навантаження при двох варіантах підкріплення (на 5–30 %). При другому і третьому, а також при четвертому і п'ятому шляхах навантаження (при одних і тих самих нормальних напругах і різних дотичних напругах) оптимальні проєкти співпадають як для першого, так і для другого варіантів підкріплення. Це пояснюється тим, що активними тут виступали обмеження на місцеву стійкість обшивки і загальну стійкість підкріпленої панелі.

Таким чином, враховуючи значення маси і вартості (див. рис. 2), при фіксованих кутах армування для першого, четвертого і п'ятого шляхів навантаження, слід рекомендувати підкріпляти панель полосами, для шостого шляху навантаження рекомендується панель підкріпляти кутками, а для другого і третього при високих вимогах до маси – полосами, до вартості – кутками. Крім того, при можливості варіювання кутами армування для шостого шляху навантаження рекомендується панель підкріпляти кутками, а для першого-п'ятого, якщо

віддається перевага критерію мінімуму маси, – підкріпляти по- лосами, а якщо критерію мінімуму вартості – то кутками.

### Обмеження і практичне значення

Обмеження цього дослідження можуть спричинятися:

1) певними типами композитів або панелей, що викорис- товуються для літальних апаратів, не охоплюючи всі можливі матеріали;

2) недостатньою точністю моделей та симуляцій, що ви- користовуються для оптимізації;

3) обмеженою кількістю критеріїв і обмежень, що вра- ховуються при оптимізації і не охоплюють інші аспекти, такі як довговічність матеріалів, надійність, вплив температури, тиску, корозії тощо.

Практичне значення полягає у можливості застосування отриманих оптимізаційних рішень у проєктуванні сучасних авіаційних і космічних конструкцій, ракет, дронів, безпілотників (БПЛА), квадрокоптерів, радіокерованих моделей тощо, що дозволяє зменшити масу і вартість літальних апаратів без втрати міцності. Запропонована методологія є універсальною і може бути адаптована для інших галузей народного господарства, таких як автомобілебудування, суднобудування, будівництво тощо. Розроблений на її основі програмний комплекс дозволяє оперативно визначати найдоцільніші варіанти констру- кційного підкріплення залежно від обмежень і вимог.

### Висновки

Проведене дослідження підтвердило високу ефективність використання композитних матеріалів у конструкціях літаль- них апаратів. Підкріплення панелі дозволяє досягти оптималь- них характеристик щодо маси та вартості, що є критично важ- ливим для підвищення загальної ефективності ЛА. Гіпотезу дослідження підтверджено: підкріплена панель за критеріями

оптимізації маси та вартості при отриманих оптимальних па- раметрах краще, ніж «гладка» панель.

Таким чином, у роботі запропоновано ефективний підхід до багатокритеріальної оптимізації, що базується на викорис- танні модифікованої людино-машинної процедури побудови інтегрального критерія якості на основі принципу гарантова- ного результату. Для розв'язання скалярних задач оптимізації розроблений модифікований метод випадкового пошуку, що дозволяє ефективно знаходити глобальні екстремуми багатоек- стремальних нелінійних задач оптимізації. Розроблений про- грамний комплекс скалярної та векторної оптимізації констру- кцій, зокрема композитних панелей, що базується на зазначеній методичі. Проведено моделювання та оптимізацію «гладких» і підкріплених композитних панелей з врахуванням фізичних, геометричних та структурних обмежень. Отримані оптимальні компромісні розв'язки композитної панелі за критеріями маси та вартості матеріалу при двох варіантах підкріплень та шести шляхів навантаження.

Як показало дослідження, багатокритеріальний підхід до оптимізації є необхідним для забезпечення балансу між різ- ними показниками, такими як маса та вартість. Врахування цих показників у критеріях і обмеженнях дозволяє досягти найкращих результатів у проєктуванні конструкцій. Запропонована методика багатокритеріальної оптимізації разом зі скалярною оптимізацією можуть бути успішно застосовані для розробки високоефективних компонентів як літальних апаратів, так і ін- ших конструкцій із композитних матеріалів і дозволить значно покращити їх експлуатаційні характеристики.

Для подальшого вдосконалення слід включити до оптимі- зації інші критерії та обмеження (міцність, аеродинамічні вла- стивості, термічну стійкість, довговічність, надійність, витри- валість до навантажень, стійкість до тиску, корозії тощо). Це дозволить досягти більш високих результатів у створенні лег- ких, недорогих і міцних конструкцій, зокрема для ЛА, що від- повідатимуть вимогам майбутніх технологій.

### References

- Alsubari, S. M., Chaffoui, H., & Nagi, S. (2024). Analysis of laminated Composite Structures. *Journal of Amran University*, 4(8), 10. <https://doi.org/10.59145/jaust.v4i8.103>
- Cheng, F., Jia, H., Ding, W., Zuo, W., & Fang, Y. (2025). Fail-safe topology optimization for fiber-reinforced composite structures. *Composite Structures*, 364, 119145. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2025.119145>
- Cho, H.-K. (2018). Optimization of laminated composite cylindrical shells to maximize resistance to buckling and failure when subjected to axial and torsional loads. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 19(1), 85–95. <https://doi.org/10.1007/s12541-018-0010-6>
- Farooq, U., & Myler, P. (2017). Efficient Determination of Mechanical Properties of Carbon Fibre-Reinforced Laminated Composite Panels. *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*, 12(5) [https://www.arpnjournals.org/jeas/research\\_papers/rp\\_2017/jeas\\_0317\\_5772.pdf](https://www.arpnjournals.org/jeas/research_papers/rp_2017/jeas_0317_5772.pdf)
- Farooq, U., Myler, P., & Siddique, V. (2021). Experimental and Micro-Macro Mechanics Methods in Prediction of Mechanical Properties of Carbon Fibre-Reinforced Composite Panels. *International Journal of Scientific Engineering and Science*, 5(7), 58-73. <http://ijeses.com/wp-content/uploads/2021/08/98-IJSES-V5N7.pdf>
- Fina, M., & Bisagni, C. (2025). Buckling design optimization of tow-steered composite panels and cylindrical shells considering aleatory and epistemic uncertainties. *Computational Mechanics*. <https://doi.org/10.1007/s00466-024-02589-8>
- Inés, M., & Almeida, A. D. (2009). *Structural Behaviour of Composite Sandwich Panels for Applications in the Construction Industry* [M.Sc. Thesis Extended Abstract], Técnico Lisboa. <https://e.surl.li/utl-2009>
- Kermani, A., & Ehsani, A. (2022). Multi-objective optimization of a sandwich structure with a hybrid composite grid core. *Advances in Structural Engineering*, 26(1), 137–152. <https://doi.org/10.1177/13694332221120852>
- Lv, H., Shi, S., Chen, B., Wen, Z., & Sun, Z. (2024). Multi-objective stiffness and mass optimization of bio - inspired hierarchical grid-honeycomb sandwich structures with cutouts considering buckling constraints. *Polymer Composites*, 46(2), 1884 – 1903. Portico. <https://doi.org/10.1002/pc.29080>
- Mormul, M., Shchytyov, D., Shchytyov, O., & Rudyanova, T. (2023). Aspects of multi-criterion selection of administrative decisions [In Ukrainian]. *World-Ukraine Conference Proceedings, usc18-01*, 34–40. <https://doi.org/10.30888/2709-2267.2023-18-01-010>
- Pandey, A., Upadhyay, A. K., & Shukla, K. K. (2023). Multi-objective optimization of multi-core composite aluminum honeycomb sandwich panels for improved crashworthiness. *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*, 24(6), 391–405. <https://doi.org/10.1080/15502287.2023.2212015>
- Reddy, J. N. (2003). *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*. CRC Press. <https://doi.org/10.1201/b12409>
- Savran, M., & Aydin, L. (2022). Natural frequency and buckling optimization considering weight saving for hybrid graphite/epoxy-sitka spruce and graphite-flax/epoxy laminated composite plates using stochastic methods. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 30(13), 2637–2650. <https://doi.org/10.1080/15376494.2022.2061656>
- Seyyedrahmani, F., Khandar Shahabad, P., Serhat, G., Bediz, B., & Basdogan, I. (2022). Multi-objective optimization of composite sandwich panels using lamination parameters and spectral Chebyshev method. *Composite Structures*, 289, 115417. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.115417>
- Shyika, V. I. (2022). *Optimization of strength and mass properties of composite aircraft panels* [M.Sc. Thesis in Ukrainian]. NTUU KPI. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/51724>
- Xiao, Y., Wu, Z., Zhang, X., & Ren, X. (2022). Multi-Objective Optimization for Curvilinearly Stiffened Porous Sandwich Plates Reinforced with Graphene Nanoplatelets. *AIAA Journal*, 60(12), 6825–6841. <https://doi.org/10.2514/1.j061757>
- Yoo, K., Bacarreza, O., & Aliabadi, M. H. F. (2021). Multi-fidelity robust design optimisation for composite structures based on low-fidelity models using successive high-fidelity corrections. *Composite Structures*, 259, 113477. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.113477>
- Zhang, T., Wei, Z., Wang, L., Xue, Z., Wang, S., Wang, P., Qi, B., & Yue, Z. (2025). Multi-objective optimization of composite stiffened panels for mass and buckling load using PNN-NSGA-III algorithm and TOPSIS method. *Thin-Walled Structures*, 209, 112878. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2024.112878>