

## ПАРАЛЕЛЬНІ ОБЧИСЛЕННЯ ПРИ КОМП'ЮТЕРНОМУ МОДЕЛЮВАННІ ТЕПЛОВИХ РЕЖИМІВ

*Олег Олександрович Жульковський*

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0910-1150>

Дніпровський державний технічний університет, Кам'янське

*Інна Іванівна Жульковська*

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6462-4299>

Університет митної справи та фінансів, Дніпро

*Ростислав Олександрович Шаховий*

ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-8598-395X>

Університет митної справи та фінансів, Дніпро

Трудомісткість, та матеріаломісткість натурних експериментів, їх обмеженість, багатомірність та нелінійність досліджуваних процесів та явищ, а також стрімкий розвиток обчислювальної техніки та програмного забезпечення значно актуалізував теоретичні дослідження (математичне моделювання). Особлива роль у розробці та дослідженні технологічних систем, що характеризуються високотемпературними умовами протікання процесів (у металургії, енергетиці, машинобудуванні тощо), відводиться створенню раціональних математичних моделей процесів теплообміну.

Сучасні багатоядерні системи є доволі ефективними при використанні у серверних центрах та при хмарних обчисленнях. Проте, не зважаючи на значну математичну та обчислювальну складність використовуваних алгоритмів, паралельні обчислення на мультипроцесорах набувають все більшого застосування при комп'ютерному моделюванні. Аналітичний огляд сучасного стану проблеми показав недостатній розвиток систем SCADA- і MES-рівнів, здатних прогнозувати стійкість технологічного обладнання сучасних АСУ підприємств на основі моделювання його теплових режимів. У зв'язку з цим перед роботою ставляться наступні завдання:

- розробити методику математичного моделювання процесів комбінованого теплообміну в технологічних системах;
- розробити алгоритм комп'ютерної реалізації математичної моделі теплового режиму технологічного обладнання, в тому числі із застосуванням методів паралельних обчислень;
- виконати порівняльні чисельні дослідження застосування паралельних технологій програмування при розробці й реалізації на сучасній мультипроцесорній архітектурі комп'ютерної моделі

теплого режиму технологічного обладнання.

Як відомо, основою математичних моделей зазначених процесів є диференціальне рівняння теплопровідності, що зв'язує тимчасове та просторове зміни температури проєктованого чи досліджуваного процесу, агрегату, конструкції тощо.

При вирішенні багатовимірних задач комбінованого теплообміну здійснюється послідовне рішення подібних одномірних задач з урахуванням числа розщеплень процесу теплообміну за напрямками поширення теплового потоку, тобто прийнятої системи координат.

Консервативну різницеву схему рівняння теплопровідності зручно отримувати інтегро-інтерполяційним методом, тобто із безпосередньої апроксимації відносин теплового балансу, записаних для елементарних об'ємів. При цьому для теплових потоків на границях розрахункової області використовуються вирази, що забезпечують виконання умов узгодження.

Для розв'язання задачі рекомендується використання неявної різницевої схеми, що гарантує абсолютну стійкість розрахунку при будь-яких значеннях часового кроку, значення якого вибираються виключно з міркувань забезпечення необхідної похибки обчислень.

Отже систему рівнянь теплового балансу для будь-якого з напрямів розщеплення по просторовим змінним можна записати в наступному канонічному вигляді:

$$a_i x_{i-1} - c_i x_i + b_i x_{i+1} = -f_i, \quad a_i \neq 0, \quad b_i \neq 0, \quad 1 \leq i \leq n, \quad (1)$$

де  $a_1 = b_n = 0$ , крайова задача (1) представляє собою систему з  $n$  лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) із тридіагональною матрицею.

Тридіагональний вид матриці дозволяє організувати обчислення за модифікованим методом Гауса (методом прогонки) таким чином, аби не проводити операції з нульовими елементами і так значно зменшити обсяг обчислень.

Комбінацією лівої і правої прогонки отримуємо метод зустрічної прогонки, що допускає розпаралелювання на два обчислювальні потоки для подальшої реалізації на комп'ютерах із сучасною мультипроцесорною архітектурою.

Для цього розділяють систему між двома потоками, кожен з яких оперуватиме лише своєю половиною рівнянь системи з номерами  $i = 1, p$  і  $i = p, n$  відповідно, де  $p = n/2$ .

Паралельне обчислення передбачає:

– знаходження у першому потоці коефіцієнтів для  $i = \overline{1, p}$ :

$$\alpha_2 = \frac{b_1}{c_1}, \alpha_{i+1} = \frac{b_i}{c_i - a_i \alpha_i}, i = \overline{2, n-1},$$

$$\beta_2 = \frac{f_1}{c_1}, \beta_{i+1} = \frac{a_i \beta_i + f_i}{c_i - a_i \alpha_i}, i = \overline{2, n-1};$$

– знаходження у другому потоці коефіцієнтів для  $i = \overline{p, n}$ :

$$\xi_n = \frac{a_n}{c_n}, \xi_i = \frac{a_i}{c_i - b_i \xi_{i+1}}, i = \overline{n-1, 2},$$

$$\eta_n = \frac{f_n}{c_n}, \eta_i = \frac{b_i \eta_i + f_i}{c_i - b_i \xi_{i+1}}, i = \overline{n-1, 2};$$

– поєднання рішень у формі

$$x_n = \frac{a_n \beta_n + f_n}{c_n - a_n \alpha_n}, x_i = \alpha_{i+1} x_{i+1} + \beta_{i+1}, i = \overline{n-1, 1}, \quad (2)$$

$$x_1 = \frac{b_1 \eta_2 + f_1}{c_1 - b_1 \xi_2}, x_{i+1} = \xi_{i+1} x_i + \eta_{i+1}, i = \overline{1, n-1} \quad (3)$$

для  $i = p$  із знаходженням  $x_p$  із системи

$$\begin{cases} x_p = \alpha_{p+1} x_{p+1} + \beta_{p+1} \\ x_{p+1} = \xi_{p+1} x_p + \eta_{p+1} \end{cases};$$

– знаходження по (2) усіх  $x_i$  для  $i = \overline{1, p-1}$  та по (3) усіх  $x_i$  для  $i = \overline{p+1, n}$ .

У ході дослідження доведено доцільність застосування прогресивних апаратно-програмних засобів на базі сучасних багатоядерних комп'ютерних архітектур для підвищення ефективності обчислювального експерименту. Використання застосованих технологій програмування для реалізації паралельних методів розв'язання СЛАР забезпечило збільшення швидкості обчислень у 2–3 рази.

Розглянуті підходи до математичного моделювання процесів комбінованого теплообміну [1] можуть бути використані для дослідження теплових режимів технологічного обладнання в металургії, енергетиці, машинобудуванні та інших галузях.

## ПОСИЛАННЯ

1. Features of Mathematical Simulation of the Processes of Combined Heat Transfer in Waveguides / O. Zhulkovskiy et al. 2022 *IEEE 4th International Conference on Modern Electrical and Energy System (MEES)*, Kremenchuk, Ukraine, 20–23 October 2022. 2022. URL: <https://doi.org/10.1109/mees58014.2022.10005676> (date of access: 26.05.2023).