

# Challenges and Issues of Modern Science



Scientific peer-reviewed journal

Publication Frequency: Semiannual • Established: June 2023

<https://cims.fti.dp.ua/j>

Dnipro • Ukraine

Volume 4 • Issue No. 1 • 2025

## Journal Editorial Board

### Editor-in-Chief

Dr. Sc., Prof. *Anatolii Sanin* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA).

### Deputy Editor-in-Chief / Managing Editor

Cand. Sc., Assoc. Prof. *Yurii Tkachov* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA).

### Lead Knowledge Field Editors

Dr. Sc., Prof. *Serhii Aleksieienko* (Dnipro University of Technology: Dnipro, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Olha Ostapenko* (Vinnytsia National Technical University: Vinnytsia, UA). Dr. Sc., Prof. *Volodymyr Mokliak* (G. V. Kurdyumov Institute for Metal Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine: Kyiv, UA). Dr. Sc., Prof. *Tetiana Grynko*; Dr. Sc., Prof. *Tetiana Rusakova*; Dr. Sc., Prof. *Serhii Zirka* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA).

### Managing Editor

MSc, Sr. Lect. *Yuliia Stasiuk* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA).

### Associate Editors

Cand. Sc., Assoc. Prof. *Svitlana Antonenko*; Cand. Sc., Assoc. Prof. *Nataly Ashhepkova*; Cand. Sc., Assoc. Prof. *Liliia Bozhukha*; Cand. Sc., Assoc. Prof. *Valerii Bucharskyi*; Dr. Sc., Prof. *Roman Ivanov*; Cand. Sc., Assoc. Prof. *Igor Gomilko*; Dr. Sc., Prof. *Volodymyr Habrinets*; Dr. Sc., Cand. Sc., Assoc. Prof. *Tetiana Hviniazhvili*; Prof. *Liudmyla Knysh*; Dr. Sc., Prof. *Nataliya Krasnikova*; Cand. Sc., Assoc. Prof. *Oleksandr Krupskyi*; Cand. Sc., Assoc. Prof. *Olena Levytska*; Cand. Sc., Assoc. Prof. *Volodymyr Lipovskyi*; Cand. Sc., Assoc. Prof. *Dmytro Mozghovyi*; Cand. Sc., Assoc. Prof. *Olha Mykhailenko*; Dr. Sc., Prof. *Hanna Niameshchuk*; Cand. Sc., Assoc. Prof. *Roman Pavlov*; Dr. Sc., Prof. *Olha Zinchenko* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA). PhD, Assoc. Prof. *Samira Abasova* (Institute of Economics of the Ministry of Science and Education of the Republic of Azerbaijan: Baku, AZ). Dr. Sc., Prof. *Volodymyr Dzhyndzhoian* (Private Institution of Higher Education "Dniprovskii University of the Humanities": Dnipro, UA). Dr. Sc., Prof. *Olexandr Shapurov* (Zaporizhzhya National University: Zaporizhzhya, UA). Dr. Sc., Prof. *Olena Akymenko* (Chernihiv Polytechnic National University: Chernihiv, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Roman Ostapenko* (State Biotechnological University: Kharkiv, UA). Dr. Sc., Prof. *Nataliia Ryzhykova* (State Biotechnological University: Kharkiv, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Maryna Riabokin* (Higher Education Institution Kyiv Institute of Business and Technology LLC: Kyiv, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Yuliia Verheliuk* (State Tax University: Irpin, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Vadym Polishchuk* (Lutsk National Technical University: Lutsk, UA). PhD Cand. *Michele Oppioli* (University of Turin: Turin, IT). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Oksana Shkolenko* (State University "Kyiv

Aviation Institute": Kyiv, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Olena Lutsenko* (State Biotechnological University: Kharkiv, UA). Dr. Sc., Prof. *Kateryna Razumova* (State University "Kyiv Aviation Institute": Kyiv, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Olha Petrenko* (State University of Infrastructure and Technologies: Kyiv, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Nataliia Birchenko* (State Biotechnological University: Kharkiv, UA). PhD, Assoc. Prof. *Marin Georgiev*; PhD, Dr. Sc., Prof. *Venelin Terziev* (Black Sea Institute: Bourgas, BG). Dr. Sc., Prof. *Olena Chukurna* (State University of Intellectual Technologies and Communications: Odesa, UA). PhD, Prof. *Rohit Bansal* (Vaish College of Engineering: Rohtak, Haryana, IN). PhD *Silvia Costa Pinto* (Fernando Pessoa University: Porto, PT). Dr. Sc., Prof. *Inna Khomenko* (Chernihiv Polytechnic National University: Chernihiv, UA). PhD, Assoc. Prof. *Radostin Vazov* (Sofia University "St. Kliment Ohridski": Sofia, BG). PhD, Assoc. Prof. *Ouail El Imrani* (Abdelmalek Essaâdi University: Tétouan, MA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Nataliia Sapotnitska* (Khmelnitskyi Cooperative Trade and Economic Institute: Khmelnytskyi, UA). PhD, Assoc. Prof. *Bilal Al-Ahmad* (St. Cloud State University: Saint Cloud, Minnesota, US). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Serhii Veretiuk* (Polissia National University: Zhytomyr, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Vita Kashtan*; Dr. Sc., Prof. *Yevgen Kotukh* (Dnipro University of Technology: Dnipro, UA). PhD, Assoc. Prof. *Farrukh Dekhkonov* (Namangan State University: Namangan, UZ). Dr. Hab. Inż., Prof. *Andrii Milenin* (AGH University of Krakow: Krakow, PL). Dr. Sc., Prof. *Ganna Kononenko* (Iron and Steel Institute of Z. I. Nekrasov of National Academy of Sciences of Ukraine: Dnipro, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Nataliia Saienko* (National University of Civil Defense of Ukraine: Kharkiv, UA). PhD, Sr. Researcher *Pavlo Krot* (Wrocław University of Science and Technology: Wrocław, PL). PhD, Prof. *Artem Andrianov* (University of Brasília: Brasília, Distrito Federal, BR). PhD, Sr. Researcher *Serhii Adzhamskyi* ('Transmag' Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine: Dnipro, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Oleksii Kulyk* (A. M. Makarov National Youth Aerospace Education Center: Dnipro, UA). Cand. Sc., Sr. Researcher *Serhii Dolhopolov* (The Institute of Technical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine and the State Space Agency of Ukraine: Dnipro, UA). Dr. Techn., App Eng. *Dennis Albert* (OMICRON electronics GmbH: Klaus, AT). Dr. Sc., PhD, Head of R&I *Stan Zurek* (Megger (United Kingdom): Dover, GB). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Mykola Pushkar* (National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute": Kyiv, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Oleksii Babenko* (Vinnytsia National Technical University: Vinnytsia, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Anna Fedorenko* (Odessa National Maritime University: Odessa, UA). PhD, Researcher *Reagan Jean Jacques Molu* (University of Douala: Douala, CM). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Nataliia Huliieva* (Lutsk National Technical University: Lutsk, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Yuliia Kulia* (Kharkiv National University of Radio Electronics: Kharkiv, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Andrii Voitasyk* (Admiral

ISSN 3083-5704



9 773083 570258

Signed off for publication on June 24, 2025.  
Format: 60×84/16. Printing: digital. Cond. print  
sheets: 31.4. Fonts: Times New Roman, Arial,  
Arial Black. Circulation: electronic publication.



All articles in this issue are licensed under a Creative  
Commons Attribution 4.0 International License.

Makarov National University of Shipbuilding: Mykolaiv, UA). PhD, Assoc. Prof. *Oleksii Hrechanyi* (Zaporizhzhya National University: Zaporizhzhia, UA). Dr. Sc., Assoc. Prof. *Teodora Petrova* (Trakia University: Stara Zagora, Stara Zagora, BG). Dr. Sc., Prof. *Ganna Kalashnyk* (Flight Academy of the National Aviation University: Kropyvnytskyi, UA). Dr. Sc., Sr. Researcher *Olha Medvedieva* (M. S. Poliakov Institute of Geotechnical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine: Dnipro, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Oleksandr Berlov* (Prydniprov's'ka State Academy of Civil Engineering and Architecture at the Ukrainian State University of Science and Technologies: Dnipro, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Polina Mashykhina* (Ukrainian State University of Science and Technologies: Dnipro, UA). Dr. Sc., Prof. *Mykola Biliaiev* (Ukrainian State University of Science and Technologies: Dnipro, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Nataliia Tkachuk* (T. H. Shevchenko National University "Chernihiv Colehium": Chernihiv, UA). Dr. Sc., Prof. *Liliya Frolova* (Ukrainian State University of Chemical Technology at the

Ukrainian State University of Science and Technologies: Dnipro, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Lyudmila Demchuk* (Zhytomyr Polytechnic State University: Zhytomyr, UA).

#### Assistant Editors

PhD, Sr. Researcher *Oleh Bondarenko* (Institute of Applied Control Systems of the NAS of Ukraine: Kyiv, UA). PhD, Sr. Lect. *Vladyslav Proroka*; Cand. Sc., Assoc. Prof. *Viktor Voloshko* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA). PhD, Researcher *Samir Vekilov* (The Institute of Technical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine and the State Space Agency of Ukraine: Dnipro, UA).

#### Language Review Editors

Cand. Sc., Assoc. Prof. *Olha Novikova*; Cand. Sc., Assoc. Prof. *Irina Suima* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA).

### Contributing Reviewers

Dr. Sc., Prof. *Volt Avdieiev* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA). Dr. Sc., Prof. *Oleksandr Balan* (Odessa National Polytechnic University). PhD, Assoc. Prof. *Farrukh Dekhkonov* (Namangan State University: Namangan, UZ). Dr. Sc., Prof. *Oleh Dmitriiev* (State Scientific Research Institute of Armament and Military Equipment Testing and Certification: UA). Dr. Sc., Prof. *Mykola Dron* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Oleksii Fedosov* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA). MSc, PhD Cand. *Ruslan Keba* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA). MSc, Sr. Lect. *Olha Khodak* (Dnipro Humanitarian University: Dnipro, UA). Dr. Sc., Prof. *Liudmyla Knysh* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Oleksandr Krupskiyi* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Olena Levytska* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA). Dr. Sc., Prof. *Volodymyr Mokliak* (G. V. Kurdyumov Institute for Metal Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine: Kyiv, UA).

Dr. Sc., Prof. *Hanna Niameshchuk* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Tetiana Nosova* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Olha Ostapenko* (Vinnytsia National Technical University: Vinnytsia, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Viktor Pererva* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA). Dr. Sc., Prof. *Tetiana Rusakova* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA). Dr. Sc., Prof. *Igor Sazonetz* (Dnipro Humanitarian University: Dnipro, UA). MSc, Sr. Lect. *Yuliia Stasiuk* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Nataliia Tkachuk* (T. H. Shevchenko National University "Chernihiv Colehium": Chernihiv, UA). Cand. Sc., Assoc. Prof. *Serhii Veretiuk* (Polissia National University: Zhytomyr, UA). MSc, Sr. Lect. *Viktor Voloshko* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA). Dr. Sc., Prof. *Olha Zinchenko* (Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA).

UDC 004+005+502/504+620+621+628+629+658+681(051+082)

*Challenges and Issues of Modern Science* is an interdisciplinary academic journal that publishes original research dedicated to technological advancement and cross-sectoral scientific progress. The journal covers all stages of the life cycle of new products in mechanical engineering, applied mechanics, materials science, aerospace engineering, electrical and power engineering, and electronics — from conceptual design and modelling to realization, operation, and end-of-life strategies. Emphasis is placed on improving manufacturing processes, ensuring product quality and resilience, and addressing contemporary production challenges, while taking into account environmental considerations, economic and managerial factors, and market-driven strategies.

The journal serves as a platform for knowledge exchange among scientists and practitioners working at the intersection of engineering, digital technologies, and systems thinking. Contributions are encouraged that integrate developments in information technology, cybersecurity, automation, robotics, artificial intelligence, sustainable development, and — as introduced in this issue — market synergy. Through theoretical and applied studies, the journal contributes to understanding emerging challenges and shaping progressive responses across interconnected scientific fields.

*This issue is published in accordance with the 2025 Plan of Scientific Publications of Oles Honchar Dnipro National University, approved by the University Academic Council (Minutes No. 5 dated December 19, 2024).*

*This issue is recommended for publication by the Academic Council of the Faculty of Physics and Technology at the Oles Honchar Dnipro National University (Minutes No. 12 dated June 24, 2025).*

By Resolution No. 2633 of the National Council on Television and Radio Broadcasting dated August 29, 2024, the journal *Challenges and Issues of Modern Science* has been included in the Registry of Online Media as an electronic periodical academic multilingual publication, scientific journal. Media Identifier: R40-05435.

#### Legal Address for Editorial Control (Official address for correspondence):

Oles Honchar Dnipro National University  
49045, 72 Nauky Ave, Dnipro, Ukraine  
Email: [cdep@dnpu.dp.ua](mailto:cdep@dnpu.dp.ua)  
Website: <https://dnpu.dp.ua>  
ROR ID: <https://ror.org/00qk1f078>

#### Editorial Office Address:

Oles Honchar Dnipro National University  
49107, 12 Naukova St, Dnipro, Ukraine  
Email: [conf@fti.dp.ua](mailto:conf@fti.dp.ua)  
Website: <https://cims.fti.dp.ua/j>

## Contents

<b>Physics-Informed Neural Networks in Aerospace: A Structured Taxonomy with Literature Review</b> <i>Yurii Tkachov, Oleh Murashko</i>	4-28
<b>Multi-criteria optimization of composite panels with rib reinforcement under combined loading [Багатокритеріальна оптимізація композитних панелей із реберним підкріпленням при комбінованому навантаженні]</b> <i>Mykola Mormul, Oleksandr Shchytyov, Dmytro Shchytyov</i>	29-35
<b>Open-source analysis of the potential configuration and kinetic performance of the Oreshnik ballistic missile</b> <i>Mykola Bondarenko, Volodymyr Habrinets, Mykhailo Vorobei</i>	36-42
<b>Modeling fin efficiency considering transverse temperature gradients in rocket engine cooling channels</b> <i>Volodymyr Sliusariev, Valerii Bucharskyi</i>	43-47
<b>Austenite Stability and Wear Resistance of High-Manganese Steels</b> <i>Hennadii Snizhnoi, Volodymyr Sazhnev, Serhii Sheyko, Olexandr Shapurov, Anastasiia Hrechana</i>	48-54
<b>Structure and physical properties of the rapidly cooled amorphous alloy <math>\text{FeCo}_{0,854}\text{Nb}_{0,146}\text{NiB}_{0,7}\text{Si}_{0,3}</math> [Структура та фізичні властивості швидкоохолодженого аморфного сплаву <math>\text{FeCo}_{0,854}\text{Nb}_{0,146}\text{NiB}_{0,7}\text{Si}_{0,3}</math>]</b> <i>Oleksandr Kushnerov, Valerii Bashev, Serhii Ryabtsev</i>	55-60
<b>Optimizing Material and Technology Selection for Cost-Effective Equipment Performance</b> <i>Valerii Netrebko, Vadym Shalomiev, Serhii Sheiko, Olexandr Shapurov, Oleksii Hrechanyi, Valentyna Tretiak</i>	61-68
<b>Evaluation of dynamic characteristics of a linear time-varying system</b> <i>Volt Avdieiev</i>	69-72
<b>Improvement of data flow management in the air traffic control automation system</b> <i>Ganna Kalashnyk, Myroslava Kalashnyk-Rybalko, Artem Mykhailetskyi</i>	73-82
<b>Transfer Function of a Time-Varying Control System Considering Actuator Inertia</b> <i>Volt Avdieiev</i>	83-88
<b>Optimization Problem of the Launch Vehicle Pitch Angle during Spacecraft Insertion into Circular Orbits [Задача оптимізації кута тангажу ракети-носія при виводі космічних апаратів на кругові орбіти]</b> <i>Ruslan Keba, Anatolii Kulabukhov</i>	89-93
<b>On the modification of direct methods for solving optimal control problems of stationary thermal processes [Про модифікацію прямих методів розв'язання задач оптимального керування стаціонарними тепловими процесами]</b> <i>Liudmyla Hart, Anna Buhaenko</i>	94-100
<b>The Impact of Emotionally Driven Service on Customer Loyalty in the Beauty Services Sector [Вплив емоційного сервісу на лояльність клієнтів у сфері б'юті-послуг]</b> <i>Yelyzaveta Kravchuk, Oleksandr Krupskyi</i>	101-108
<b>Flexible Leadership as the Key to Effective Project Team Management [Гнучке лідерство як ключ до ефективного управління проєктними командами]</b> <i>Sofia Savelieva, Yuliia Stasiuk</i>	109-114
<b>Integration of Emotional Intelligence and Neuropsychological Approaches into Educational Crisis Management [Інтеграція емоційного інтелекту та нейропсихологічних підходів у кризовий менеджмент освіти]</b> <i>Yuliia Starova</i>	115-121
<b>An Empirical Analysis of Turkey's Foreign Trade Trends: 2015 – 2024</b> <i>Esmer Aliyeva</i>	122-126
<b>Economic growth of countries in the context of military operations</b> <i>Olexandr Shapurov, Oleksii Hrechanyi, Volodymyr Stoiev, Anatolii Karpelianskyi, Alina Sosnovska</i>	127-132
<b>Elasticity-Driven Fare Optimization in U.S. Air Travel Segments</b> <i>Annur Islam Sifat, Md Adnan Elahi</i>	133-138
<b>Wet wipes in green ecosystems of Chernihiv, Ukraine</b> <i>Natalia Tkachuk, Daria Zahryva</i>	139-144
<b>Current State of Renewable Energy Development in Ukraine and Possible Solutions [Сучасний стан розвитку відновлювальної енергетики в Україні та можливі рішення]</b> <i>Olha Medvedieva, Zariana Halchenko, Oleksii Demchenko</i>	145-151
<b>Statistical Analysis and Forecasting of Injury-Related Road Accidents in Dnipropetrovsk Region [Статистичний аналіз і прогнозування динаміки ДТП з постраждалими в Дніпропетровській області]</b> <i>Tetiana Rusakova</i>	152-157

# Physics-Informed Neural Networks in Aerospace: A Structured Taxonomy with Literature Review

Yurii Tkachov , Oleh Murashko 

**Purpose.** This study aims to develop a structured four-tier taxonomy that systematically organizes aerospace engineering tasks suitable for the application of Physics-Informed Neural Networks (PINNs), while validating this classification through a literature review and identifying opportunities for future research. **Design / Method / Approach.** The methodology involves grouping tasks into four distinct tiers—Physical Modeling, Dynamic Analysis, Functional Assessment, and System-Level Assessment—based on their physical, operational, and systemic characteristics. This framework is subsequently populated with real-world examples derived from the analysis of 145 peer-reviewed studies. **Findings.** The reviewed literature confirms a balanced distribution of PINNs applications across all tiers. Contrary to initial assumptions, studies were identified even in areas previously presumed underrepresented, such as acoustic modeling, optical simulations, and environmental impact assessment. This outcome reveals the broader applicability of PINNs and calls for a reassessment of current assumptions regarding underexplored domains. **Theoretical Implications.** The proposed taxonomy offers a coherent framework for structuring interdisciplinary PINNs applications by integrating physics-based modeling with machine learning across aerospace engineering contexts. **Practical Implications.** It provides engineers and researchers with a practical roadmap for selecting PINNs methods tailored to specific problem types, potentially improving computational efficiency and enhancing predictive accuracy in aerospace design and analysis. **Originality / Value.** The study's originality lies in its empirically validated, four-tier taxonomy that synthesizes the fragmented body of literature on PINNs in aerospace, offering a unified perspective for researchers and practitioners. **Research Limitations / Future Research.** While the taxonomy covers a wide range of existing applications, future studies should consider extending it with new tiers—particularly related to manufacturing-aware modeling—and pursue methodological standardization to ensure reproducibility and scalability. **Article Type.** Review.

## Keywords:

Physics-Informed Neural Networks (PINNs), aerospace engineering, machine learning, mathematical simulation, flight vehicles, aerospace design

**Мета.** Це дослідження має на меті розробити структуровану чотирирівневу таксономію, яка систематично впорядковує задачі аерокосмічної інженерії, придатні для застосування Physics-Informed Neural Networks (PINNs), водночас забезпечуючи верифікацію такої класифікації через огляд літератури та виявлення потенціалу для подальшого розвитку. **Дизайн / Метод / Підхід.** Методологія ґрунтується на групуванні задач за чотирма рівнями — Фізичні, Динамічні, Функціональні та Системний аналіз — відповідно до їхніх фізичних, операційних і системних характеристик. Після цього здійснено аналіз 145 рецензованих джерел, що дозволило заповнити кожну категорію реальними прикладами застосування PINNs. **Результати.** Рецензована література демонструє рівномірну представленість усіх рівнів таксономії. Наявність підтверджених застосувань PINNs навіть у раніше недооцінених напрямках, зокрема акустиці, оптиці та екологічному моделюванні, свідчить про широку сферу охоплення методу та вимагає переосмислення поточних уявлень про межі його застосування. **Теоретичне значення.** Запропонована таксономія надає інструмент систематизації міждисциплінарних застосувань PINNs, інтегруючи фізичне моделювання з машинним навчанням у контексті складних інженерних задач. **Практичне значення.** Таксономія забезпечує дослідників практичним орієнтиром для вибору PINNs залежно від типу задачі, підтримуючи ефективність обчислень та підвищуючи якість прогнозування у процесах аналізу та проектування в аерокосмічній галузі. **Оригінальність / Цінність.** Унікальність роботи полягає в побудові та емпіричній перевірці цілісної чотирирівневої таксономії застосування PINNs, що дозволяє системно охопити актуальні дослідження у галузі, замість фрагментарного представлення, притаманного попереднім оглядам. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** Незважаючи на повноту охоплення, подальші дослідження мають бути спрямовані на інтеграцію нових рівнів, зокрема пов'язаних із виробничими параметрами, а також на стандартизацію методологій для забезпечення відтворюваності та масштабованості PINNs. **Тип статті.** Огляд.

## Ключові слова:

фізично-інформовані нейронні мережі (PINNs), аерокосмічна інженерія, машинне навчання, математичне моделювання, літальні апарати, аерокосмічне проектування

## Contributor Details:

Yurii Tkachov, Cand. Sc., Assoc. Prof., Oles Honchar Dnipropetrovsk National University: Dnipro, UA, [tkachov@ftf.dnu.edu.ua](mailto:tkachov@ftf.dnu.edu.ua)

Oleh Murashko, PhD Student., Oles Honchar Dnipropetrovsk National University: Dnipro, UA, [murashko\\_o@365.dnu.edu.ua](mailto:murashko_o@365.dnu.edu.ua)

Received: 2025-05-18

Revised: 2025-05-27

Accepted: 2025-05-28



Copyright © 2025 Authors.

This work is licensed under a Creative

Commons Attribution 4.0 International License.



Aerospace engineering faces complex modeling challenges, from turbulent flows around hypersonic wings to thermal loads on satellite structures. Conventional methods, such as finite elements or computational fluid dynamics, provide accuracy but demand significant computational resources and time, slowing down design phases. Physics-Informed Neural Networks (PINNs) offer an alternative, embedding physical equations, like Navier–Stokes or conservation laws, directly into the loss function of neural networks, enabling faster results while maintaining physical fidelity.

Physics-Informed Neural Networks (PINNs) occupy a distinct position within the framework of Scientific Machine Learning (SciML), falling under the category of Physics-Informed Methods. They are distinguished by their integration of differential equations into the loss function of a neural network, ensuring a rigorous incorporation of physical laws compared to other approaches, such as Physics-Guided Neural Networks (PGNNs), which utilize physics in a less formal manner. In contrast to Physics-Constrained Neural Networks (PCNNs), PINNs focus specifically on differential equations rather than broader physical constraints, such as energy conservation. As a subset of Neural ODE/PDE Solvers, PINNs specialize in solving differential equations, though not all solvers qualify as PINNs, as some may rely entirely on data-driven techniques.

In the broader context of SciML, PINNs constitute a formalized segment of Physics-Augmented Machine Learning, explicitly leveraging physical equations. They can serve as Surrogate Models, approximating complex simulations, but not all surrogate models are PINNs, as many do not incorporate physics. Similarly, PINNs may form components of Hybrid Physics-AI Models or Digital Twins, yet these categories are more expansive, encompassing methods that do not necessarily rely on neural networks or differential equations. Thus, PINNs represent a specialized tool that combines the rigor of physical principles with the flexibility of machine learning, carving out a niche within the SciML classification.

Therefore, Physics-Informed Neural Networks (PINNs) represent an innovative approach that integrates physical laws, expressed as differential equations, into the training of neural networks by incorporating these equations into the loss function, ensuring physically consistent predictions even with limited data (Karniadakis et al., 2021; Farea et al., 2024; Meng & Karniadakis, 2020;). This method enables PINNs to model complex phenomena, such as turbulence or thermal loads, with high accuracy, making them valuable for resource-intensive fields like aerospace engineering (Raissi et al., 2019; Cai et al., 2021; Faroughi et al., 2024; Zhao et al., 2024). By embedding physics directly, PINNs offer a powerful alternative to traditional computational methods, yet their broad application requires a systematic framework to identify optimal use cases. In the methodology section, we detail our approach to developing a taxonomy that organizes aerospace tasks suitable for PINNs, leveraging literature to validate and refine this classification.

To provide a more comprehensive explanation of the capabilities of Physics-Informed Neural Networks (PINNs), attention will be given to the content of the referenced sources. In a review article by Karniadakis et al. (2021), a systematic analysis of approaches to integrating fundamental physical laws into artificial intelligence models is presented. Particular emphasis is placed on the application of these integrated models to address complex engineering problems. The article primarily focuses on PINNs, a class of neural networks that incorporate physical laws, such as differential equations, directly into their training process. This approach enables models to adhere to fundamental physical constraints even in the presence of incomplete or inaccurate data. Specifically, PINNs can be effectively utilized for modeling complex aerodynamic processes, heat transfer phenomena, structural mechanics problems, and other physical phenomena. The authors conclude that physics-informed machine learning, particularly PINNs, represents a highly promising direction for addressing a wide range of complex scientific and engineering challenges.

In a review study by Farea et al. (2024), a group of researchers conducted an in-depth analysis of PINNs as an interdisciplinary approach that integrates machine learning techniques with fundamental physical laws to tackle pressing scientific and technical problems. The authors focused on elucidating the essence of PINNs, thoroughly examining their foundational concepts and diverse architectures. Particular attention was devoted to the methodology of integrating physical principles into the neural network training

process and identifying key challenges hindering the further development and broader adoption of this promising technology. Summarizing their findings, the authors concluded that PINNs serve as a powerful tool, effectively combining the advantages of data-driven machine learning with a deep understanding of physical processes. This enables the resolution of complex problems even under conditions of limited experimental data. However, several existing challenges were identified, including the high computational cost of training, the scarcity of high-quality data for certain applications, and the complexity of integrating sophisticated physical models. The authors emphasized the need for further research to overcome these obstacles and expand the scope of PINNs' applications across various scientific and engineering disciplines.

In an article by Meng & Karniadakis (2020), the authors extended the PINNs framework by proposing Multi-fidelity PINNs (MPINNs). The primary objective of the study was to develop a composite neural network capable of leveraging a combination of low- and high-fidelity data to approximate complex functions and solve inverse problems associated with partial differential equations. The enhanced architecture integrates the strengths of physical modeling with the capabilities of machine learning on data of varying quality. The proposed methods hold significant potential for applications in aerospace engineering, where high-fidelity experimental data are often limited, yet there is a critical need to account for fundamental physical laws in modeling complex aerospace systems and processes. The authors demonstrated that the developed composite neural network and MPINNs can effectively learn from a limited volume of high-fidelity data supplemented by a larger amount of low-fidelity data. This enables high accuracy in function approximation and the resolution of inverse problems related to partial differential equations. The proposed approach opens prospects for reducing reliance on costly experimental studies and enhancing the efficiency of modeling complex physical phenomena across various scientific and technical domains.

The primary objective of the study by Raissi et al. (2019) was to explore the feasibility of directly incorporating physical principles into the neural network training process to effectively solve problems governed by nonlinear differential equations. The key element of the presented research is the concept of Physics-Informed Neural Networks (PINNs). In their conclusions, the authors underscored that PINNs are a highly effective tool for addressing both forward (predicting system behavior given known parameters) and inverse (determining unknown system parameters based on observations) problems described by nonlinear differential equations.

In an article by Cai et al. (2021), the authors investigated the potential of PINNs for solving heat transfer problems, which are traditionally considered challenging for numerical methods. These problems include cases with incomplete boundary conditions, limited experimental data, or complex physical behavior. Specifically, in the context of forced and mixed convection problems, PINNs demonstrated a significant ability to reproduce temperature and flow velocity distributions, even under conditions of incomplete boundary information. Notably, the developed models maintained stability and exhibited high predictive accuracy while relying on a limited amount of input data. Furthermore, the effectiveness of PINNs was validated for solving classical two-phase Stefan problems related to phase transition processes, such as melting or solidification. In these scenarios, the models accurately predicted not only the position of the moving phase boundary but also the temperature profiles in each phase. This capability is highly valuable, as traditional numerical methods often encounter significant difficulties in modeling such problems. Additionally, successful applications in analyzing thermal processes in power electronics were presented, highlighting the growing maturity of the methodology and its readiness for practical implementation in addressing pressing engineering challenges.

In a scientific paper by Faroughi et al. (2024), a group of researchers reviewed four primary approaches to integrating fundamental physical knowledge into artificial neural networks: Physics-Guided Neural Networks (PgNNs), Physics-Informed Neural Networks (PiNNs), Physics-Encoded Neural Networks (PeNNs), and Neural Operators (NOs). The authors analyzed the application of these methods in the context of scientific computing, particularly in critical domains such as fluid and solid mechanics. Although the article's primary focus was not exclusively on the aerospace sector,

the authors highlighted the significant relevance of the discussed methods for aerospace engineering. Specifically, they noted their potential for modeling fluid and solid mechanics, which is critically important in the design and analysis of various aerospace systems and components. Summarizing their findings, the authors concluded that integrating physical knowledge into neural networks significantly enhances the accuracy and reliability of developed models, particularly in scenarios with limited experimental data.

The study by Zhao et al. (2024) focused on analyzing advancements in PINNs, with an emphasis on their application to modeling complex hydrodynamic processes. The authors concluded that PINNs demonstrate significant potential for addressing complex hydrodynamic problems. However, several challenges were identified, including ensuring model accuracy, computational efficiency, and the ability to generalize results to new, previously unseen scenarios. The authors underscored the need for further intensive research to overcome these barriers and develop standardized benchmark problems specifically designed to evaluate the effectiveness of PINNs in complex hydrodynamic scenarios.

However, the practical application of PINNs in flight vehicle design remains fragmented — researchers demonstrate successes in specific tasks like aerodynamics, structural integrity, or control systems, but lack a consistent classification of effective application domains. This absence of systematic organization raises questions: which physical, dynamic, functional, or system-level tasks in aerospace design are best suited for PINNs, and where do the greatest research gaps lie?

This article addresses these challenges by proposing a comprehensive four-tier taxonomy of PINNs applications in aerospace engineering. We group tasks into categories—Physical (aerodynamics, mechanics, thermodynamics), Dynamic (trajectories, ballistics, motion dynamics), Functional (control, optimization, identification, prediction), and System Analysis (validation, safety analysis, environmental impact). Each category is illustrated with examples from peer-reviewed publications, showing where PINNs have been successfully applied and where they remain underutilized, particularly in acoustic, optical, and environmental modeling. This first-of-its-kind taxonomy provides a clear roadmap for engineers and researchers, aids in optimizing method selection for specific tasks, and outlines directions for future research.

## Aim and Objectives

The primary aim of this study is to conduct a comprehensive and systematically structured literature review on the applications of Physics-Informed Neural Networks (PINNs) within aerospace engineering. This review employs a four-tier taxonomy — categorizing aerospace engineering tasks into Physical Modeling, Dynamic Analysis, Functional Evaluation, and System-Level Assessment — as a framework to classify and analyze existing research. By identifying key research directions, reported implementations, and recurring methodological challenges, this study aims to delineate the current state of research on PINNs in aerospace contexts and to outline substantiated directions for further investigation. To achieve this aim, the study pursues the following specific objectives.

1. To develop a four-tier taxonomy that classifies aerospace engineering tasks into four categories—Physical Modeling, Dynamic Analysis, Functional Evaluation, and System-Level Assessment—based on physical, operational, and systemic characteristics, thereby establishing a structured framework for analyzing the applicability of Physics-Informed Neural Networks (PINNs).

2. To perform a structured literature review of peer-reviewed studies by assigning real-world examples to each taxonomic category, in order to validate the taxonomy and to assess the extent and maturity of PINNs applications in aerospace engineering.

3. To identify research gaps by determining underrepresented or unexplored application domains, including but not limited to acoustic modeling, optical simulations, and environmental impact assessment.

4. To derive methodological and application-oriented insights that support the selection and implementation of PINNs for specific aerospace tasks, with emphasis on the integration of physics-based modeling and machine learning.

5. To synthesize the findings into a unified analytical framework that consolidates fragmented research on PINNs applications in aerospace engineering, enabling comparative assessment and promoting further optimization of computational and predictive performance. This structured approach ensures that the taxonomy not only serves as a theoretical contribution but also as a practical tool for advancing the application of PINNs in aerospace engineering, guiding both current practices and future investigations.

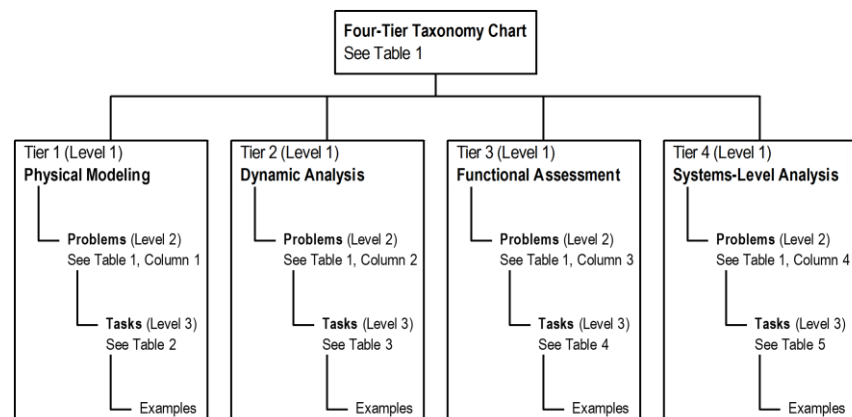
## Methodology

This study implements a reproducible procedure for constructing a **four-tier taxonomy** of Physics-Informed Neural Networks (PINNs) applications in aerospace engineering. The methodology comprises three sequential stages.

### 1. Taxonomy Development

Based on a comprehensive review of aerospace engineering problems, four hierarchical categories were defined for the potential application of PINNs (see Figure 1):

- *Physical Modeling* (e.g., aerodynamics, heat transfer, structural strength),
- *Dynamic Analysis* (e.g., trajectory computation, ballistics, flight dynamics),
- *Functional Assessment* (e.g., control systems, operating-mode optimization, parameter identification),
- *System-Level Analysis* (e.g., model validation, reliability and safety assessment, environmental impact).



**Figure 1 – Chart of the Four-Tier Taxonomy of PINNs Applications in Aerospace Engineering**  
(Source: authors)

Classification criteria for each category took into account the governing physical conditions, the level of integration into complex technical systems, and the nature of PINNs-solvable problems. Tasks not matching any of these categories were excluded. The proposed four-tier taxonomy is presented in Table 1. Each tier in the taxonomy is further subdivided into task-specific layers, forming a structured three-layer hierarchy within each of the four tiers. A detailed breakdown of tasks classified under each Tier is presented in Tables 2–5.

### 2. Compilation of the Literature Corpus

Primary sources were selected via keyword queries derived from the developed taxonomy — using English terms (“Physics-Informed Neural Networks”, “PINNs”, “aerospace engineering”) — in the Scopus, Web of Science and other databases. Priority was given to articles published in peer-reviewed journals during 2019–2025 that provided detailed implementations of PINNs for aerospace or contextually analogous problems. Conference abstracts, review papers without original results, and publications lacking technical specificity were excluded.

### 3. Systematic Content Analysis

Each selected publication underwent a structured content analysis along four dimensions:

- *Nature of the problem studied* — identification of the specific physical or engineering challenge addressed, emphasizing

mathematical formulation and application context.

– *PINNs implementation characteristics* — examination of the network configuration, including the governing equations incorporated, network architecture, and training strategy.

– *Relevance assessment for aerospace engineering* — evaluation of how the addressed problem, irrespective of its original domain, aligns with aerospace-specific requirements.

– *Authors' conclusions* — extraction of key findings, stated limitations, and proposed directions for future research.

This approach ensures a consistent evaluation of each research case, reveals prevailing application scenarios for PINNs, and highlights opportunities for their further integration into aerospace engineering.

**Table 1 - Overview of the Four-Tier Taxonomy of PINNs Applications in Aerospace Engineering (Source: authors)**

Tier 1. Physical Modeling	Tier 2. Dynamic Analysis	Tier 3. Functional Assessment	Tier 4. Systems-Level Analysis
Aerodynamic Problems	Ballistic and Trajectory Problems	Control and Navigation Tasks	Model testing and validation
Structural Problems	Motion-Dynamics Problems	Optimization Tasks	Safety-oriented physical condition modeling
Thermal Problems	Rigid-Body Motion Dynamics	Identification Tasks	Subsystem interaction modeling
Acoustic Problems		Prediction Tasks	Environmental variable prediction
Electromagnetic Problems			
Optical Problems			
Chemical and Thermochemical Problems			
Material–Environment Interaction Problems			
Multicomponent-System Problems			

**Table 2 — Tasks (Level 3) within Tier 1: “Physical Modeling” by Category (Level 2) with Examples (Source: authors)**

Task (Level 3)	Examples
<b>Aerodynamic Problems (Level 2)</b>	
Air-drag computation	estimation of aerodynamic drag forces acting on bodies in flow
Lift-force calculation	prediction of lift generated by wings or airfoils under given flow conditions
Turbulence modeling	simulation of turbulent flow structures and eddy viscosity distributions
Shock-wave calculation	resolution of discontinuities and pressure jumps in high-speed flows
Flow around a wing	detailed modelling of pressure and velocity fields adjacent to lifting surfaces
Flow-separation modelling	analysis of boundary-layer detachment from surfaces, prediction of stall onset and reattachment
Aerodynamic-moment computation	roll, pitch, yaw moments, determination of moments induced by pressure distributions
Interaction with control surfaces	flaps or ailerons, simulation of flow changes due to movable elements
Supersonic and hypersonic flow analysis	high-speed vehicles, capture of compressibility and high-enthalpy effects for
<b>Structural Problems (Level 2)</b>	
Stress-strain analysis in structures	prediction of internal stresses and deformations under load
Vibration and resonance modeling	identification of natural frequencies and mode shapes
Strength and stiffness calculation	assessment of load-bearing capacity and rigidity
Material failure simulation	modelling of crack initiation and propagation
Fatigue analysis	evaluation of structural durability under cyclic loading, lifetime prediction under repeated stresses
Contact mechanics between components	joint interfaces, analysis of stress transfer in connections
Elastic and plastic deformation computation	for non-linear materials, capture of permanent deformations
Stability assessment	buckling under compression, determination of critical loads for loss of equilibrium

**Table 2 (continued)**

Task (Level 3)	Examples
<b>Thermal Problems (Level 2)</b>	
Engine heat-transfer calculation	simulation of convective and conductive heat fluxes in propulsion systems
Thermal expansion modeling	prediction of deformation due to temperature changes
Cabin thermal-environment analysis	evaluation of temperature distribution for crew comfort and equipment safety
<b>Acoustic Problems (Level 2)</b>	
Engine noise prediction	simulation of sound-pressure levels generated by propulsion systems
Cabin acoustic field modeling	analysis of sound-wave propagation and attenuation inside compartments
<b>Electromagnetic Problems (Level 2)</b>	
Antenna-radiation calculation	prediction of far-field electromagnetic emissions
Engine electromagnetic-field modeling	simulation of fields in electric or hybrid propulsion units
<b>Optical Problems (Level 2)</b>	
Material optical-property computation	evaluation of refractive index, absorption, and scattering coefficients
Navigation-optics simulation	modelling of lens systems and imaging performance
<b>Chemical and Thermochemical Problems (Level 2)</b>	
Combustion-reaction modeling	fuel burn in jet engines, resolution of reaction kinetics and heat release
High-temperature thermochemical process calculation	atmospheric re-entry, prediction of gas-phase chemistry and energy exchange
<b>Material–Environment Interaction Problems (Level 2)</b>	
Corrosion-process modeling under atmospheric conditions	simulation of oxide-layer growth and material degradation
Radiation-damage analysis	for space applications, evaluation of material property changes under ionizing radiation
<b>Multicomponent-System Problems (Level 2)</b>	
Fluid–gas interaction in fuel systems	modelling of two-phase flows and mixing phenomena
Multicomponent-flow dynamics	fuel–oxidizer mixtures, prediction of mixture behavior under varying thermodynamic states

**Table 3 — Tasks (Level 3) within Tier 2: “Dynamic Analysis” by Category (Level 2) with Examples (Source: authors)**

Task (Level 3)	Examples
<b>Ballistic and Trajectory Problems (Level 2)</b>	
Flight-path simulation	computation of rocket, projectile, or UAV trajectories under gravity, drag, and other forces
Ballistic-coefficient analysis	determination of shape and atmospheric-condition effects on trajectory
Space-flight trajectory modeling	simulation of satellite or spacecraft motion in gravitational fields
<b>Motion-Dynamics Problems (Level 2)</b>	
Fluid-body interaction in motion	parachute descent or vehicle, prediction of drag-induced dynamics
Particle-dynamics analysis	study of particle motion in force fields, electromagnetic or gravitational
<b>Rigid-Body Motion Dynamics (Level 2)</b>	
Drag-induced trajectory simulation	descent paths of parachutes under varying drag coefficients
Hydrodynamic-load modeling	force distributions on vehicles in unsteady currents
Attitude-dynamics prediction	rotational response of bodies subjected to fluid-induced moments

**Table 4 — Tasks (Level 3) within Tier 3: “Functional Assessment” by Category (Level 2) with Examples (Source: authors)**

Task (Level 3)	Examples
<b>Control and Navigation Tasks (Level 2)</b>	
Flight-control algorithm development	design of control laws for stability and maneuvering
Flight-dynamics modeling	simulation of closed-loop aircraft response
Trajectory-optimization algorithms	course-correction strategies for aerial vehicles, minimization of fuel or time via optimal control
In-flight behavior modeling for navigation enhancement	prediction of vehicle states for guidance systems
<b>Optimization Tasks (Level 2)</b>	
Wing-shape optimization	for drag reduction, identification of aerodynamic geometries using driven solvers
Flight-path optimization	for fuel efficiency, optimal trajectory generation under mission constraints



Table 4 (continued)

Task (Level 3)	Examples
<b>Identification Tasks (Level 2)</b>	
Parameter estimation from experimental data	inverse problem solving to infer model parameters
Fault diagnostics in systems	detection and localization of anomalies via data-driven models
<b>Prediction Tasks (Level 2)</b>	
Material-degradation forecasting	remaining-useful-life estimation under operational loads
System-behavior prediction in extreme conditions	extrapolation of performance beyond tested regimes
Structural-lifetime prediction	time to failure or maintenance need, cycle-based durability assessment
Aerodynamic-characteristic prediction under variable conditions	altitude or speed changes
Thermal-load forecasting	during atmospheric re-entry, prediction of heat-flux time-histories

Table 5 — Tasks (Level 3) within Tier 4: “Systems-Level Analysis” by Category (Level 2) with Examples (Source: authors)

Task (Level 3)	Examples
<b>Model testing and validation (Level 2)</b>	
Physical-field reconstruction	pressure and stress fields from wind-tunnel or structural tests
Benchmark consistency verification	comparison of PINNs outputs with CFD/FEA (Computational Fluid Dynamics / Finite Element Analysis) results
Error and sensitivity quantification	approximation errors and sensitivity to boundary/initial conditions
<b>Safety-oriented physical condition modeling (Level 2)</b>	
Critical-state simulation	stress concentrations or thermal overload preceding failure
Operational-regime identification	PINNs-based detection of high-risk conditions within safe limits
Parametric safety modeling	variation of safety margins under uncertain loads or temperatures
<b>Subsystem interaction modeling (Level 2)</b>	
Coupled multi-domain simulation	joint aerodynamic–structural PINNs models
Thermo-mechanical interaction modeling	simultaneous loading and heating effects in components
Subsystem integration	unified PINNs framework for interacting sub-models
<b>Environmental variable prediction (Level 2)</b>	
Pollutant-field approximation	transport-equation-driven concentration in flow environments
Acoustic-field prediction	near-field engine noise distributions
Environmental-impact simulation	prediction of variables under modified boundary or operational conditions

Despite the structured approach adopted in this study, several limitations must be acknowledged. First, the taxonomy itself, while developed to comprehensively cover the principal categories of aerospace-related PINNs applications, cannot claim to be exhaustive. The domain of flight systems is inherently open-ended, with continually evolving configurations, mission profiles, and interdisciplinary problem formulations that may give rise to new application classes beyond the current classification.

Second, the literature review was necessarily constrained by practical considerations. Although the time window of 2019–2025 was selected to reflect the most active and relevant phase of PINNs development, it excludes earlier conceptual works and any recent studies that may not yet be indexed. Moreover, the taxonomy-driven search strategy, while systematic, may fail to capture publications whose titles and abstracts do not explicitly reflect the underlying physical or methodological relevance. As such, some relevant contributions may have been unintentionally omitted due to limitations in metadata exposure or terminological inconsistency.

These limitations do not diminish the validity of the taxonomy, or the findings derived from the literature analysis but should be considered when interpreting the scope and generalizability of the results.

## Publications Related to Tier 1: Physical Modeling

This section reviews studies where Physics-Informed Neural Networks (PINNs) have been applied to model fundamental

physical processes relevant to aerospace engineering. These tasks involve the solution of differential equations that govern fields such as pressure, temperature, stress, or electromagnetic intensity, typically under complex boundary and initial conditions.

The focus is on how PINNs are used to capture these phenomena with physical fidelity—without reliance on mesh-based discretization—and how they incorporate domain knowledge directly into the learning process. By examining representative works, the review highlights both established practices and unresolved challenges in applying PINNs to core physical modeling tasks.

## Aerodynamic Problems

Muralidhar et al. (2019) proposed a methodology based on Physics-guided Deep Neural Networks (PhyDNNs), a subclass of Physics-Informed Neural Networks (PINNs), for modeling drag force on particles in moving fluids. By integrating physical priors into the network structure and utilizing aggregated supervision during the training process, their approach enhanced drag force prediction accuracy by 8.46% compared to traditional models, while maintaining physical consistency of the results. The findings demonstrate the effectiveness of PhyDNNs for accurate and interpretable modeling of complex hydrodynamic systems under limited data conditions, which holds significance for aerospace flow modeling tasks.

Mao et al. (2020) developed a PINN-based method for modeling supersonic flows governed by the Euler equations. Their research focused on both forward and inverse problems, including flows with shock waves and expansions. The PINNs accurately reproduced velocity and pressure fields in two-dimensional supersonic flows, specifically when modeling oblique shock waves and expansion waves, demonstrating high accuracy and physical fidelity even with limited data. This method confirms the effectiveness of PINNs for modeling complex high-speed flows in aerospace applications.

Ang and Ng (2022) developed a PINN model for predicting pressure and velocity fields during airfoil flow. This model integrates the Navier-Stokes equations and boundary conditions directly into the neural network's loss function. The model demonstrates accuracy comparable to that of traditional Computational Fluid Dynamics (CFD) methods, yet performs computations up to five times faster without requiring prior simulation or experimental data. This work underscores the potential of PINNs as an efficient surrogate model for accelerating aerodynamic design in aerospace engineering.

In their study, Jagtap et al. (2022) explored the application of PINNs and their extended version, XPINNs, for solving inverse problems in supersonic flows. The primary objective was to reconstruct density, pressure, and velocity fields using limited experimental data, such as density gradients obtained from Schlieren images, along with inlet and partial wall data. To achieve this, the authors integrated physical laws, specifically the Euler equations, entropy conditions, and positivity constraints for density and pressure, directly into the neural network's loss function.

In their study, Arzani et al. (2023) developed a novel architecture called BL-PINN (Boundary Layer Physics-Informed Neural Network). This architecture integrates perturbation theory and asymptotic expansions to effectively model thin boundary layers characterized by sharp gradients. BL-PINN demonstrates high accuracy in solving both forward and inverse problems, outperforming traditional PINNs and XPINN (eXtreme Physics-Informed Neural Network). Furthermore, it enables the generation of parametric solutions without the need for retraining. This approach effectively models boundary layer separation, thereby opening new possibilities for aerodynamic design.

Hanrahan et al. (2023) applied PINNs to model turbulent boundary layer flows with an adverse pressure gradient (APG) and over periodic hills. Their approach utilized the Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) equations, crucially without relying on traditional turbulence models. The PINNs accurately reproduced mean flow characteristics, such as shear stress and pressure, and were capable of inferring Reynolds stress fields directly, even with limited experimental data. While computational costs did not increase with rising Reynolds numbers, a reduction in accuracy was observed in separation zones due to data scarcity. This methodology demonstrates the potential of PINNs for efficient modeling of turbulent



flows in aerodynamic analysis.

Sun et al. (2023) implemented an approach where PINNs simultaneously perform hydrodynamic modeling and geometric airfoil optimization, directly incorporating the Navier–Stokes equations. Instead of employing traditional adjoint analysis, the authors included shape parameters directly within the PINN's input space. This enabled the identification of optimal configurations without the need for separate optimization codes. The methodology demonstrated high accuracy in reproducing pressure and velocity fields and successfully scaled from single- to multi-parameter cases. Despite a higher computational cost, this work highlights the significant potential of PINNs for integrated aerodynamic shape optimization.

The model proposed by Yan et al. (2023) implements an innovative approach for reconstructing aerodynamic fields around bridge structures by integrating the Navier–Stokes equations and passive scalar transport into a PINN framework. Input data, derived from flow visualizations, consists of concentration fields, which are then used to reconstruct velocity and pressure fields, and to compute lift and drag coefficients. The method's efficacy was confirmed through case studies of flow around a bridge deck at Reynolds numbers  $Re=1250$  and  $Re=5000$  — the results demonstrate accuracy comparable to classical Computational Fluid Dynamics methods. A key advantage of this approach is its ability to operate with indirect, visualization-based data, significantly reducing experimental requirements and opening possibilities for analyzing objects with difficult access or high costs associated with direct modeling. Despite its orientation toward bridge structures, the methodology shows promise for application in assessing the aerodynamics of ground-based aerospace systems, particularly launch vehicles, which are characterized by similar hydrodynamic and geometric conditions.

Harmening et al. (2024) developed a PINN model for simulating turbulent flow around a DU99W350 airfoil at angles of attack ranging from  $10^\circ$  to  $17.5^\circ$ . This model integrated the RANS equations and boundary conditions into its loss function, with the angle of attack serving as an input parameter. The PINN accurately predicted pressure and velocity fields, including separation zones, outperforming the traditional  $k-\omega$  turbulence model in terms of accuracy, particularly during interpolation and extrapolation of angles of attack. Analysis revealed that accuracy was contingent on the distribution of training data in high-gradient regions, such as the boundary layer and stagnation point. This finding underscores the necessity for labeled data to ensure generalizability in complex flow conditions.

In their study, Michek et al. (2024) proposed a methodology that combines PINNs with ensemble uncertainty quantification methods for modeling aircraft flight dynamics. This approach accounts for the variability of aerodynamic parameters and environmental conditions. The methodology provides accurate predictions of aerodynamic lift and drag coefficients, as well as flight trajectories under uncertainty, demonstrating high precision and reliability compared to standard methods. The results underscore the potential of integrating PINNs with ensemble techniques to create adaptive models that enhance the safety and efficiency of aerospace systems.

In their work, Ren et al. (2024) proposed two modifications to PINNs for modeling steady transonic flows around a cylinder at high Reynolds numbers: PINN–RANS, which utilizes the Reynolds-Averaged Navier–Stokes equations, and PINN–Euler, based on the Euler equations. To accurately reproduce boundary layers and shock waves without mesh-based methods, the authors incorporated a signed distance function, hard boundary conditions, and a gradient-based weighting coefficient into the loss function. The results demonstrated that PINN–RANS accurately reproduced the boundary layer and wake region using only local velocity data. Conversely, PINN–Euler proved effective in inviscid regions but was less suitable for boundary layer modeling, despite requiring three times less training time.

The application of PINNs for optimizing the parameters of the  $k-\omega$  turbulence model is presented in the study (Yazdani & Tahani, 2024). The developed methodology integrates the physical equations of the model and experimental data, which enables the refinement of turbulence model constants to enhance the accuracy of describing turbulent flow characteristics. Experimental validation demonstrated that the optimized parameters provide a superior reproduction of velocity profiles and turbulent kinetic energy, and also

reduce discrepancies with experimental measurements compared to standard  $k-\omega$  models. The proposed approach showcases the potential for developing more reliable turbulence models, which are critical for high-fidelity aerodynamic flow calculations in complex engineering problems.

Zhang et al. (2024) applied physics-informed neural networks (PINNs) for two-dimensional modeling of turbulent airflow in enclosed spaces. Their approach integrated the Reynolds-averaged Navier–Stokes equations and the  $k-\epsilon$  turbulence model, along with high-quality experimental data. The inclusion of this data significantly enhanced the prediction accuracy of pressure, horizontal velocity, and vertical velocity parameters by 82.9%, 59.4%, and 70.5% respectively, compared to classical methods. The results demonstrate the effectiveness of combining physical equations and empirical data to improve the modeling of complex aerodynamic conditions within confined volumes. This has practical significance for aerospace engineering, particularly in tasks where turbulent flows are restricted by geometric obstacles, such as launch vehicles or launch pads.

Cao et al. (2024) developed a numerical solver for modeling subsonic flow around airfoils by integrating PINNs with grid transformation. This approach allows the problem to be mapped from physical space, where complex local velocity gradients exist near the leading edge, to a computational space with simplified geometry and more efficient implementation of boundary conditions. The results demonstrated accuracy comparable to a second-order finite volume method (FVM) scheme, with an almost order-of-magnitude reduction in error. The model also exhibited high efficiency in solving parametric problems, such as varying angles of attack, making it a flexible tool for inviscid, incompressible flows and showing

Wassing et al. (2024) investigated the application of PINNs for approximating parametric solutions to steady two-dimensional Euler equations under sub- and supersonic flow conditions. Their key achievement lies in the implementation of an adaptive artificial viscosity reduction procedure, which stabilizes network training and prevents non-physical solutions. This represents the first successful application of this concept within PINNs for complex conservation laws in a high-dimensional space. The proposed methodology provides accurate approximations of solutions at various Mach numbers without traditional discretization, effectively solving problems in a continuous parametric space and opening new avenues for optimization and sensitivity analysis in aerodynamic problems.

In their work, Lin et al. (2025) proposed a PINN-based method for identifying aircraft aerodynamic parameters. This approach integrates the six-degrees-of-freedom equations of motion as physical constraints directly into the network architecture. The method demonstrated high accuracy and robustness to data noise during the analysis of aircraft longitudinal motion, surpassing genetic algorithms and traditional neural networks in both precision and generalization capabilities. The proposed approach facilitates the creation of efficient surrogate models without requiring detailed physical models, thereby simplifying the modeling of aerodynamic characteristics under conditions of limited or noisy data.

In their study, Wassing et al. (2025) developed an approach for modeling transonic flows around a NACA0012 airfoil using PINNs. This approach was augmented with an analytical sensor function to locally introduce artificial viscosity in shock wave regions. This innovation stabilized the training process and ensured accurate reproduction of compressional effects without the need for mesh discretization. The proposed method demonstrated an error of less than 1% compared to classical Computational Fluid Dynamics algorithms based on the finite volume method. Furthermore, it enabled the construction of parametric models capable of approximating solutions across a wide range of angles of attack. This work confirms the potential of PINNs in the context of transonic aerodynamic problems and facilitates their further integration into industrial environments.

### Structural Problems

Bastek and Kochmann (2023) successfully applied PINNs to model small deformations in arbitrarily curved thin-walled shell structures. They achieved this by employing Naghdi's shell theory and formulating the problem in curvilinear coordinates, thereby eliminating the need for mesh discretization. They demonstrated PINNs' ability to accurately reproduce stress and strain fields, particularly in classic benchmark problems such as the Scordelis-Lo

roof. Notably, the weak form of the equilibrium equations proved more effective for solution convergence and stability. Despite challenges in training the network when using the strong form of the equations, especially for thin shells with numerical stiffness due to differing energy scales, this research highlights the significant potential of PINNs as a promising alternative to traditional finite element methods, avoiding issues like “locking” and complex mesh generation.

In their study, Keshavarz et al. (2025) presented an innovative approach for modeling the deformation of crystalline materials. This involved integrating PINNs with object-oriented crystal plasticity finite element (CPFE) methods. This synergy combined the physical fidelity of CPFE with the computational efficiency of PINNs, enabling rapid and accurate prediction of material mechanical response across a wide range of conditions, including large deformations. The object-oriented architecture of the CPFE code simplified the integration of complex constitutive models and numerical methods, enhancing the flexibility and scalability of simulations. This was confirmed by the successful reproduction of complex deformation mechanisms and anisotropic plasticity in crystalline structures, validated against experimental data.

Khalid et al. (2024) presented a comprehensive overview of the applications of PINNs for modeling laminated composites. In their work, they classified and analyzed the effectiveness of various PINN approaches (traditional, Theory-Constrained, k-space, optimal, and discrete) in addressing problems in composite mechanics. The study highlighted the high accuracy of PINNs in reproducing the mechanical behavior of composites, particularly noting k-space PINNs for their ability to leverage spectral representations for vibrational characteristics and discrete PINNs for efficiently decoupling multi-physics problems into modular sub-networks. This modularity significantly reduces computational costs without sacrificing accuracy. The research underscores the potential of PINNs to revolutionize the analysis of composite materials by integrating physical laws into neural network structures, while also pointing to the necessity for further research to overcome challenges related to data scarcity, high computational demands, and complex boundary conditions.

Niu et al. (2023) developed an innovative methodology for modeling large-deformation plasticity, based on PINNs. Their approach directly integrates a rate-independent elastoplastic model with isotropic hardening into the PINN structure, effectively addressing complex problems where traditional mesh-based methods have limitations. The study confirmed the model's ability to accurately predict stress and strain distributions under large plastic deformations without the need for mesh discretization, demonstrating its versatility and reliability in adapting to various loading conditions. This opens new possibilities for material analysis, as the integration of physical laws into neural networks reduces the reliance on extensive experimental data and enhances prediction accuracy.

In a multidisciplinary study (Ramezankani et al, 2025) presented an advanced Physics-Informed Deep Operator Network (PIDON) model, representing a significant advancement for optimizing highly nonlinear systems, particularly in aviation composite processing technologies. The authors' achievement lies in integrating nonlinear decoders, curriculum learning, and domain decomposition, which enabled PIDON to effectively handle numerous input functions and high nonlinearity, outperforming traditional DeepONets. This innovative architecture provides “zero-shot” prediction with accuracy two orders of magnitude higher and reduces the maximum temperature prediction error in nonlinear regions from 6.1°C to 2.3°C. By combining process modeling with material science characteristics, PIDON demonstrates high generalizability and predictive accuracy without retraining for new configurations, making it an exceptionally valuable tool for accelerating the design and optimization of composite processing.

Singh et al. (2024) investigated the application of PINNs to solve a one-dimensional solid mechanics problem, modeling the mechanical properties of a prismatic cantilever beam (helicopter blade) under triangular loading. The authors demonstrated that PINNs significantly outperform traditional artificial neural networks (ANNs) and fourth-order differential equation analytical solutions in terms of accuracy, stability, and computational efficiency. Integrating physical laws into the network's loss function allows PINNs to accurately predict deflections and internal stresses without

complex numerical discretization. This makes them a promising tool for aerospace engineering, where reducing computational costs while maintaining high accuracy is essential.

Xu et al. (2023) developed an innovative approach for solving inverse problems in structural mechanics by employing PINNs with transfer learning. Their work aimed to reconstruct external loads on engineering structures from limited displacement data in linear elasticity and hyperelasticity problems. The use of multi-task learning with uncertainty weighting allowed for effective resolution of these inverse problems, even with noisy and incomplete data. Thanks to transfer learning, the model significantly reduces adaptation time to new loading conditions or geometries, making it a highly efficient and flexible tool for identifying loads and assessing stress-strain states in engineering applications.

Yan et al. (2022) introduced a novel computational framework that integrates PINNs with the Extreme Learning Machine (ELM) method for analyzing composite structures, specifically plates and shells. Their objective was to develop an efficient approach for solving forward linear elasticity problems that bypasses traditional mesh discretization. This was achieved by directly embedding the differential equilibrium equations and boundary conditions into the network's training process. Numerical experiments confirmed the model's high accuracy in predicting the stress-strain state of composites, including structures with variable stiffness, while the use of ELM significantly reduced training time. This approach shows promise for modeling complex geometries and inhomogeneous material properties, offering an effective alternative to conventional methods.

Yucesan and Viana (2023) introduced a hybrid PINN for predicting the fatigue life of wind turbine main bearings. Their model innovatively combines known physical laws, such as L10 life calculation criteria, with machine learning to account for complex factors difficult to describe analytically, such as lubricant degradation. The model's hybrid nature allows it to adapt to various operating conditions by effectively integrating physics-informed layers with data-driven layers. Although the study focuses on wind turbines, the proposed approach holds significant potential for application in the aerospace industry, where similar hybrid models could be adapted for accurate fatigue life prediction of components subjected to complex loads and environmental influences.

### Thermal Problems

Aygun and Karakus (2022) investigated the application of PINNs for modeling two-dimensional incompressible thermal convection, described by the Navier–Stokes equations and the heat conduction equation, while bypassing traditional mesh discretization. They demonstrated the effectiveness of PINNs in solving both steady and unsteady thermal convection problems across various geometries, including channels and enclosed domains with temperature gradients. Results, compared with analytical and numerical solutions, confirmed the high accuracy of the model, specifically highlighting the importance of tuning weighting coefficients in the loss function to achieve optimal precision. The study underscores the potential of PINNs for efficient and accurate modeling of complex thermal phenomena, particularly in problems with intricate boundary conditions.

Bararnia and Esmailpour (2022) investigated the application of PINNs for solving problems involving thermal and hydrodynamic processes within boundary layers. Their objective was to model convective heat transfer and boundary layer flows, bypassing traditional mesh-based methods and accommodating complex boundary conditions. The authors successfully demonstrated that PINNs effectively reproduce temperature and velocity distributions, exhibiting good convergence with classical numerical methods and avoiding issues related to stability and discretization. The study confirms PINNs' potential for accurate and flexible modeling of heat and mass transfer in boundary layers, although it also indicates the need for further refinement for more complex multi-dimensional and turbulent problems.

In their article, Bararnia and Esmailpour (2022) investigated the application of PINNs for solving boundary layer thermohydrodynamic problems. They focused on modeling two-dimensional temperature and flow velocity distributions, described by the Navier–Stokes equations coupled with the heat conduction equation, taking into account Prandtl and Grashof numbers. The authors

demonstrated that PINNs can accurately approximate these systems of differential equations, yielding convergent results for both the temperature field and velocity profile without the need for labeled data points. Network training was based on a loss function formulated from the residuals of the governing equations and boundary conditions, ensuring physically consistent behavior. This confirms the potential of PINNs for efficiently solving thermohydrodynamics problems without mesh discretization, offering flexibility for complex geometric domains and reducing computational costs.

Bowman et al. (2023) investigated the application of PINNs to solve the heat conduction equation with a heat source and various boundary conditions, focusing on the interaction of laser radiation with biological tissues. The study revealed that the optimal choice of network architecture and activation functions significantly impacts model accuracy: for problems with a heat source, the Tanh activation function yielded the best results, whereas for problems without a heat source, hybrid combinations were superior. This underscores the effectiveness of PINNs for modeling complex thermal processes, which has direct relevance for bioengineering and aerospace medicine.

In their article, Zhang et al. (2023) presented a parametric physics-informed deep learning (PIDL) methodology for the probabilistic design of thermal protection systems (TPS) in aerospace engineering. PIDL, similar to PINNs, is an approach that integrates physical laws into deep learning models; however, PIDL can encompass a broader range of deep learning architectures, not limited exclusively to neural networks that solve differential equations (as PINNs do). The authors' key achievement lies in incorporating parametric uncertainties (e.g., variations in thermal conductivity and heat capacity of TPS materials) to assess their impact on temperature distribution and system reliability. The proposed PIDL model demonstrated high speed and accuracy in predicting temperature fields under uncertainty, achieving results comparable to traditional finite element methods but with significantly lower computational costs. This makes PIDL a promising tool for rapid and reliable design and real-time evaluation of TPS, which is critically important for aerospace applications.

Zhao et al. (2023) proposed an innovative approach for predicting temperature fields based on heat source locations, utilizing a physics-informed convolutional neural network (PI-CNN). This method obviates the need for labeled data, a common challenge in engineering problems. PI-CNN, a variation of the broader PINNs concept, integrates physical laws directly into the network's convolutional architecture. It is trained based on the heat conduction equation and the finite difference method, employing a physical loss function that accounts for the divergence between the network's prediction and the analytical solution of the differential equations, along with padding for hard boundary conditions. The study demonstrated that PI-CNN yields results comparable to traditional numerical methods but significantly accelerates the optimization process. The application of online mining of important examples helps balance optimization across different pixels, rendering this approach exceptionally efficient for engineering applications such as thermoregulation in electronic devices or spacecraft.

Fowler et al. (2024) investigated the application of PINNs for modeling heat flow in a naturally convective cavity, utilizing a vortex-stream function formulation of the Navier–Stokes equations. They demonstrated PINNs' ability to autonomously generate solutions for two- and three-dimensional geometries at various Rayleigh numbers without relying on known data, confirming high accuracy through comparison with analytical solutions. The study revealed that for high Rayleigh numbers, the increasing nonlinear coupling between thermal and hydrodynamic processes necessitates more iterations. Furthermore, the three-dimensional simulations confirmed PINNs' potential for operation in high-dimensional spaces, which is crucial for thermal regime calculations in aerospace engines.

Gholampour et al. (2024) investigated the application of parameterized physics-informed neural networks (P-PINNs) for solving a transient thermal problem describing natural convection with a heat source. Their work focused on the efficacy of P-PINNs in multi-parameter problems, including Rayleigh and Prandtl numbers, without utilizing experimental data. The results demonstrated P-PINNs' ability to accurately reproduce solutions comparable to classical numerical methods; however, parameterizing one variable increased computational cost by 15%, and three variables by 46%.

The authors emphasized the importance of employing specialized normalization techniques for large parameters, as training might not converge otherwise. This confirms the effectiveness of P-PINNs for calculating thermal regimes in aerospace engines.

In their study, Jalili et al. (2024) investigated the application of physics-informed neural networks (PINNs) for predicting heat transfer and hydrodynamics in two-phase flows, focusing on modeling gas bubble movement and heat transfer near heated surfaces. The authors demonstrated PINN's high accuracy: maximum interface tracking error was 5.2% at the phase boundary and 2.8% for the bubble's center of mass position. Even without input velocity data, the model remained accurate, showing a maximum root mean square error of 0.28 for unknown fluid properties. In the case of bubble movement near a hot wall, the maximum temperature error was 6.8%, and the bubble's positional error was 3.6%. The study also highlights PINN's versatility, evidenced by its independence from geometry and fluid properties in convection and buoyancy analysis, as well as significant computational cost savings compared to CFD modeling, especially for inverse and extrapolation problems. Furthermore, modifications such as Bayesian PPNN (BPINN) enhance robustness to noisy data.

In their study, Oddiraju et al. (2024) presented an innovative application of physics-informed machine learning (PIML) for developing a real-time thermal simulator for spacecraft. PIML is a broader paradigm that integrates physical laws directly into machine learning algorithms, whereas PINNs are a specific implementation focusing on using neural networks to solve physical problems described by differential equations. The authors' key achievement lies in creating a hybrid model that combines neural networks with simplified physical models. This approach enables efficient and accurate real-time prediction of thermal states, which is critically important for autonomous space missions. The proposed architecture employs a neural network to predict a reduced node distribution based on orbital thermal loads, followed by the application of a finite difference model. This model offers improved generalizability and reduces computational costs by up to 1.7 times compared to high-fidelity models, by integrating physical knowledge to enhance interpretability and robustness, which is crucial for optimizing thermal calculations and reducing spacecraft mass.

Yang et al. (2024) applied a PINNs to solve the problem of thermoelastic expansion of a cavity under plane stress conditions. Their work focused on modeling the interaction of thermal and mechanical processes in geotechnical structures, demonstrating PINN's effectiveness in solving complex problems without mesh discretization. Simulation results confirmed PINN's accuracy in reproducing temperature and stress distributions, accounting for nonlinear thermoelastic effects. This study highlights PINN's potential as a powerful tool for thermoelastic problems with complex geometries and boundary conditions. Its principles are directly applicable in aerospace engineering, for instance, in analyzing thermal and mechanical loads on rocket engine components or high-temperature heat exchangers.

Bobzin et al. (2025) applied PINNs to predict particle properties during plasma spraying, a crucial process for applying protective coatings in aviation. They developed a PINN model that directly integrates physical laws (equations of motion, heat exchange, viscous drag, turbulent fluctuations) into the network, avoiding the need for numerical grids or extensive experimental data. The study showed that the model accurately predicts particle trajectory, temperature, and velocity, ensuring stable convergence and low error. This confirms the effectiveness of PINNs for modeling microscale particle dynamics in plasma jet processes, offering a tool for the preliminary design of coatings with good generalizability.

## Acoustic Problems

Pettit and Wilson (2020) presented a pioneering application of PINNs for modeling sound propagation in the atmospheric boundary layer. This work integrates the acoustic wave equation directly into deep neural networks, ensuring physical consistency of predictions even with limited data. The proposed PINN model demonstrates high accuracy in predicting sound exposure levels, surpassing traditional data-driven models due to its generalization capabilities. This research represents an important step in the development of physics-informed modeling for acoustic phenomena, particularly for the needs of aerospace acoustics, where accurate noise



propagation prediction is critically important.

In their work, Borate et al. (2023) proposed an innovative approach for predicting laboratory earthquakes by integrating physical laws into the structure of neural networks. They developed a PINN that utilizes ultrasonic monitoring data from shear zones in conjunction with physical constraints describing the elastic coupling of the shear zone to the surrounding rock and the dependence of shear zone stiffness on the ultrasonic wave transmission coefficient. This hybrid approach significantly enhanced prediction accuracy (by 10–15% compared to purely data-driven models), especially under conditions of limited training data, and improved the models' ability to transfer learning to new experimental conditions. It is important to note that the application of PINNs for modeling acoustic phenomena, particularly aviation noise, demonstrates the potential of this methodology for scaling to aerospace acoustics tasks.

Mariappan et al. (2024) applied PINNs to study complex thermoacoustic interactions in combustion chambers that lead to combustion instability. Using acoustic pressure oscillations from three points and the total flame heat release rate as input data, the researchers demonstrated PINN's ability to effectively reconstruct the full spatio-temporal acoustic field (pressure and velocity oscillations) and identify key model parameters. This approach provides a powerful tool for optimizing existing and designing new thermoacoustically stable and structurally efficient combustion chambers, which is critically important for rocket engines and industrial burners, and also holds significant potential for application in aerospace acoustics.

In their study, Schmid et al. (2024) successfully applied PINNs to solve the inverse problem of estimating acoustic boundary admittance, even under conditions of limited and noisy data. The authors trained a neural network to approximate the solution of the Helmholtz equation in 2D without explicitly specifying boundary conditions. They then compared the estimated boundary admittance with reference data from the finite element method and experimental measurements in an acoustic impedance tube. This approach demonstrated high accuracy in reproducing the acoustic field and effectiveness in solving the inverse problem, including spatially varying boundary conditions. This opens up significant prospects for identifying material parameters and localizing noise sources in acoustics and other fields of computational physics.

Yokota et al. (2024) developed an innovative PINN named ResoNet for in-depth analysis of acoustic resonances in one-dimensional pipes. Their model combines standard PINN loss functions with a periodicity condition, enabling accurate modeling of resonance phenomena in the time domain, accounting for energy losses. The study encompasses both forward and inverse analyses of the wave equation, demonstrating ResoNet's accuracy compared to the finite difference method and its ability to successfully identify the energy loss coefficient and optimize acoustic tube design. This work opens new avenues for modeling and optimizing acoustic systems, which is crucial for aerospace acoustics.

In their study, Zhu et al. (2024) presented a PGNN for predicting aviation noise at airports. The authors integrated the European Civil Aviation Conference (ECAC) model, which is based on aerodynamic and acoustic principles, into a deep neural network. This hybrid approach significantly enhanced accuracy: the mean absolute error (MAE) for predicting sound exposure level (SEL) was only 0.98 dBA, outperforming traditional ECAC Doc. 29 models (MAE 1.5–2.2 dBA). The model's effectiveness, which utilized Aircraft Noise and Performance (ANP) and Automatic Dependent Surveillance-Broadcast (ADS-B) data from Frankfurt (EDDF) and Schiphol (EHAM) airports, persisted even with incomplete information: with 30% missing flight trajectory data, the error increased by only 12%, whereas in pure deep neural networks (DNNs), it rose by 45–60%. This research demonstrates the significant potential of PGNN for creating adaptive noise maps with updates every 15 minutes, marking an important step in the development of aerospace acoustics and aviation noise prediction.

Schoder (2025) presented an extended application of PINNs for predicting modal wave fields in three-dimensional room acoustics by solving the inhomogeneous Helmholtz equation. The research focuses on improving the network's generalization capability for realistic point excitation sources using methods such as hyperparameter optimization, adaptive refinement, feature engineering via Fourier transformation, and locally adaptive activation functions.

The results indicate that the modified PINN architecture with feature engineering significantly enhances modeling accuracy, achieving a relative error of 0.086% for a point source. It also surpasses the finite element method in terms of training time and the number of tunable parameters, highlighting its potential for computationally efficient modeling of acoustic fields in complex geometries, which is crucial for aerospace acoustics.

### Electromagnetic Problems

Baldan et al (2023) explored the application of PINNs for solving inverse electromagnetic problems, a crucial aspect for diagnosing and analyzing electromagnetic systems. The authors successfully demonstrated how PINNs can reconstruct unknown parameters, such as current distributions and magnetic permeability, by integrating Maxwell's equations directly into the neural network's loss function. The method exhibited high accuracy and stability in reconstruction, even with limited or noisy measurements, surpassing classical inverse methods due to the absence of a need for mesh discretization and its flexibility with complex boundary conditions. This approach holds promise for non-invasive diagnostics, material and design optimization, and has direct applications in the aerospace industry for analyzing and optimizing electromagnetic systems.

In their article, Qi and Sarry (2023) investigated the application of PINNs for complex multiphysics simulations, focusing on interconnected electromagnetic and thermal processes. The authors successfully integrated equations from both domains into a unified model, allowing for accurate modeling of phenomena where an electromagnetic field induces material heating, and temperature changes, in turn, affect electromagnetic properties. The results showed that PINNs reproduce field distributions and temperature profiles with high accuracy, comparable to classical numerical methods, demonstrating flexibility in working with limited data and complex boundary conditions. This approach is promising for reducing computation time and optimizing complex systems, particularly for analyzing electromagnetic fields in aerospace engine and antenna components, where multiphysics interactions are crucial.

In their work, Wang et al. (2024) presented the application of PINNs for modeling electromagnetic fields in the frequency domain, which is critically important for geophysical sounding and analyzing subsurface structures. The authors successfully solved Maxwell's equations in inhomogeneous media by integrating physical laws and boundary conditions directly into the PINN's loss function, thereby avoiding the need for mesh generation. The results demonstrate high accuracy in reproducing electromagnetic fields in multi-layered and complex configurations, robustness to noise in input data, and excellent generalization capability. This approach, which significantly simplifies modeling and reduces computational costs, can be extended to three-dimensional problems. Despite its geophysical focus, it has direct applications for modeling electromagnetic processes in complex aerospace environments.

Chen et al. (2024) successfully tackled the complex inverse problem of reconstructing surface profiles from measured electromagnetic fields using PINNs. Their model accurately reconstructs the topography of intricate surfaces by integrating physical laws directly into the training process, even with limited observations and noisy input data. The proposed approach demonstrated high accuracy and robustness, outperforming traditional inversion methods, and showed versatility when applied to various surface types. This methodology opens up significant prospects for remote sensing, particularly in the aerospace industry for analyzing structural integrity and planetary topography, as it allows for a reduction in the number of necessary measurements and an increase in reconstruction reliability.

In their article, Fieramosca et al. (2024) presented an innovative approach to predicting radio frequency (RF) signal propagation, specifically considering the impact of human body movements in indoor environments, using physics-informed generative neural networks (GNN). The authors developed a model based on a variational autoencoder (VAE) that integrates the physical principles of electromagnetic wave diffraction by the human body. This model is capable of quickly and accurately reproducing changes in the RF field caused by human movements, which is critical for real-time applications such as contactless localization and tracking. The results showed that GNN-VAE effectively reproduces the statistical properties of signal propagation and provides a significant reduction



in computation time compared to traditional methods, opening new possibilities for RF sensing in complex environments.

Zucker et al. (2025) presented the application of PINNs for modeling atmospheric radiative transfer, focusing on solving radiation transfer equations. Their work demonstrates that PINNs can accurately and efficiently numerically solve these complex equations without traditional mesh discretization, reproducing radiation intensity distributions in various atmospheric layers with high precision, comparable to classical methods. The approach proved robust to variations in environmental parameters and effectively handles inhomogeneous absorption and scattering profiles, while also generalizing well to new conditions. This research opens new possibilities for reducing computational costs and increasing modeling flexibility in remote sensing, climate modeling, and aerospace engineering, which is key for analyzing the propagation of electromagnetic radiation in complex environments.

### Optical Problems

Chen and Dal Negro (2022) presented an application of PINNs to solve the inverse problem of image reconstruction and parameter retrieval for photonic nanostructures from experimental near-field data. The researchers demonstrated how PINNs, by integrating Maxwell's equations, can accurately reconstruct the spatial distributions of the refractive index and geometric parameters of nanophotonic objects. The model exhibited high robustness to noise in the data and effectiveness in parameter retrieval, even in cases where traditional methods were less successful. This approach significantly enhances the accuracy and physical fidelity of reconstruction, opening new possibilities for the analysis of photonic systems.

In their study, Ghosh et al. (2022) presented the application of physics-informed machine learning for modeling electromagnetic modes in composite materials. They developed an approach based on PINNs, which integrates physical laws directly into the training process. This allows for more accurate and physically consistent solutions to describe wave propagation in complex, inhomogeneous media. The results demonstrated high accuracy and stability in reproducing electromagnetic modes in composites, effectively incorporating physical constraints and exhibiting generalization capabilities to new configurations. This approach strikes a balance between accuracy, efficiency, and physical interpretability, significantly improving the design and analysis of systems in high-tech fields like aerospace engineering.

In their 2022 study, Saba et al. presented the application of PINNs for solving diffraction tomography problems. The authors focused on reconstructing the three-dimensional refractive index distribution of objects from scattered light measurements, directly integrating the physical equations of wave optics into the neural network's training process. This approach significantly enhanced reconstruction accuracy and ensured the physical correctness of the results, even under conditions of limited quantity and quality of experimental data. The model demonstrated high robustness to noise and effectiveness, outperforming classical diffraction tomography methods in accuracy and generalization capability. The use of PINNs in this field opens new possibilities for high-precision reconstruction of the internal structure of materials, by combining experimental data with fundamental physical laws.

In their work, Gigli et al. (2023) applied physics-driven neural networks (PDNNs) to predict nonlinear optical scattering in complex materials. The authors successfully integrated the relevant physical equations directly into the neural network's structure, allowing the model to accurately reproduce complex nonlinear light scattering processes, considering both spatial and spectral characteristics. The proposed PINN approach demonstrated robustness to noise and the ability to generalize to new configurations, providing significant advantages in speed and accuracy compared to classical methods. This opens new possibilities for analyzing and optimizing optical systems with pronounced nonlinear phenomena, which is critically important for developing new materials and devices in photonics and optoelectronics.

Ünal and Durgun (2025) presented a physics-aware neural network — a variant of PINNs for rapid and accurate prediction of the effective refractive index of photonic waveguides. This approach, which integrates physical knowledge directly into the network's structure, eliminates the need for time-consuming numerical simulations, such as the finite difference or finite element methods. The

developed model demonstrates high accuracy and significantly outperforms traditional methods in computational speed for a wide range of waveguide structures, including those with complex geometries and inhomogeneous materials. This innovation will considerably accelerate the design of photonic devices, providing a balance between accuracy, speed, and physical interpretability, which is crucial for the advancement of modern photonics and aerospace engineering.

Zucker et al. (2025) explored the application of PINNs for modeling atmospheric radiative transfer. They focused on solving radiation transfer equations, which are crucial for accurate predictions in climate modeling, satellite monitoring, and remote sensing. The authors successfully integrated physical laws, specifically the radiative transfer equations, directly into the neural network's structure. This allowed for highly accurate reproduction of radiation intensity distributions in the atmosphere across various spectral ranges and scattering conditions. The model demonstrated robustness to noise, generalization capabilities, and speed advantages compared to classical numerical methods. This opens new possibilities for modeling the optical properties of the atmosphere and radiation transfer in aerospace engineering and satellite technologies.

### Chemical and Thermochemical Problems

In the study by Ghaderi et al. (2022), a PINN was developed to model the pyrolysis and ablation of polymers, a process critically important for thermal protection systems in aerospace engineering. The authors successfully integrated relevant physical laws—encompassing heat transfer, chemical reactions, and material degradation—directly into the network's architecture. This innovative approach enabled the PINN to effectively solve complex multiphysics differential equations. The model demonstrated remarkable accuracy in reproducing temperature profiles, pyrolysis rates, and ablation depths, even when relying on limited experimental data. This underscores its high precision and notable generalization capability to novel conditions. Consequently, this methodology not only provides reliable predictions but also ensures the physical interpretability of its results, a crucial aspect for its application in critical aerospace processes.

The research by Ihunde and Olorode (2022) zeroes in on PINNs for the comprehensive modeling of multicomponent systems that involve phase transitions and component transport. This approach, notably scalable to aerospace challenges, facilitates the modeling of critical processes such as fuel combustion in aircraft and rocket engines. In such scenarios, accurately accounting for phase transitions, mixture composition, and heat exchange is paramount. Similarly, PINNs hold significant promise for simulating thermochemical processes during spacecraft atmospheric re-entry and for optimizing thermal protection materials. By seamlessly integrating physical laws with neural network learning capabilities, PINNs effectively solve complex differential equations without grid discretization. This translates into a substantial reduction in computational costs and an enhancement in model generalizability. Ultimately, this paves the way for achieving greater accuracy and speed in simulations crucial for the design of advanced aerospace systems.

In their work, Shadram et al. (2022) introduced an innovative approach to modeling combustion instabilities within a single-injector combustor—a critical challenge in aerospace engine design. They developed a physics-aware neural network (a type of PINN) for flame closure modeling. This model seamlessly integrates experimental data with the underlying physical laws that govern the intricate interactions of chemical kinetics, turbulence, and acoustic phenomena. The model accurately reproduced the complex dynamics of combustion instabilities, including pressure oscillations and heat/reactivity distribution. It demonstrated significantly better agreement with experimental data and superior generalization capabilities compared to traditional models. This achievement highlights the immense potential of embedding physical constraints into neural networks to enhance the reliability of simulating complex thermochemical processes. Ultimately, this paves the way for optimizing the design and operational modes of aerospace engines, particularly in the context of effectively controlling combustion instabilities.

In their article, Wang et al. (2022) explored the potential of PINNs for solving differential equations that describe chemical combustion processes, particularly focusing on complex reaction kinetics. The authors demonstrated that PINNs can accurately

reproduce the dynamics of reactant and product concentrations, as well as temperature profiles across various chemical systems, encompassing both simple and intricate reaction mechanisms. The model exhibited robustness with limited data and proved efficient in solving problems with nonlinear kinetics, where traditional methods typically demand significant computational resources. These findings confirm that PINNs offer a flexible and precise tool for modeling chemical combustion kinetics. This is particularly valuable for enabling rapid and reliable calculations in aerospace engineering.

The scientific paper by Song et al. (2024) details the development and application of PINNs, integrated with a flamelet/progress variable model, for the efficient and accurate modeling of combustion with a detailed chemical reaction mechanism. This hybrid approach successfully tackles the nonlinear differential equations that describe chemical reactions and heat transfer, precisely replicating temperature and concentration distributions, as well as the dynamics of reaction progress in multidimensional combustion scenarios. A key achievement of this work is the substantial reduction in computational costs compared to classical methods. This makes the methodology highly promising for complex aerospace applications, particularly for better incorporating the intricacies of reaction mechanisms and accurately predicting flame behavior.

In their work, Zhang et al. (2024) introduced an innovative CRK-PINN (Combustion Reaction Kinetics Physics-Informed Neural Network) designed to solve ordinary differential equations that describe the kinetics of chemical combustion reactions. The primary achievement here is a significant enhancement in the accuracy and efficiency of modeling complex reaction mechanisms, which are particularly characteristic of aerospace systems. This advancement stems from the seamless integration of physical laws directly into the neural network's architecture. The CRK-PINN demonstrated high fidelity in reproducing the dynamics of reactant and product concentrations, even with limited data. It also outperformed classical numerical methods in terms of convergence speed and noise resilience, while effectively scaling to accommodate large reaction mechanisms. This approach expands the capabilities of PINNs for modeling chemical combustion kinetics, providing both high accuracy and flexibility. This makes it an invaluable tool for the design and optimization of aerospace engines.

### Material–Environment Interaction Problems

In the study by Dourado and Viana (2019), the application of PINNs for predicting corrosion-fatigue damage in materials is presented. The authors developed a model that combines the physical principles governing corrosion and fatigue with the capabilities of deep learning. This involved integrating both experimental data and differential equations that describe the evolution of damage. The PINNs accurately replicated the dynamics of crack growth under the combined influence of corrosion and cyclic loading. They demonstrated high consistency with experimental results regarding crack propagation rates and time to failure, even with a limited amount of training data. This highlights the significant potential of PINNs for predicting the remaining useful life of materials and gaining a deeper understanding of their degradation mechanisms, which is critically important for aerospace engineering.

In their research, Mishra and Molinaro (2021) successfully applied PINNs to model radiative transfer processes. They achieved this by integrating the Radiative Transfer Equation (RTE) as a physical constraint within the loss function. The developed PINN accurately reproduced RTE solutions for various configurations, including both one-dimensional and multi-dimensional problems with varying absorption and scattering coefficients. Even with limited training data, the model demonstrated its effectiveness in accounting for complex physical interdependencies, which are significantly more challenging to resolve using traditional numerical methods. The authors emphasize that PINNs serve as an efficient tool for modeling intricate radiative transfer processes, a capability critically important for analyzing thermal processes in the aerospace industry. Furthermore, they note that this approach can be expanded to solve a wider spectrum of multiphysics problems.

In a pioneering study, Zhang et al. (2022) showcased the application of PINNs for analyzing internal structures and defects within materials. The authors developed a model that integrates solid mechanics equations with neural networks, enabling the

precise detection and characterization of defects (such as cracks and voids) without requiring direct internal access. The PINNs successfully reconstructed the distribution of stresses and strains around defects, accurately predicting their impact on mechanical properties. This was validated by high precision when compared to classical methods and experimental data. This work opens new avenues for non-invasive material quality control and is critically important for ensuring the reliability and longevity of structures in the aerospace industry.

In their work, Choi and Lee (2023) developed a Physics-Informed, Data-Driven model based on a Bayesian network for predicting the atmospheric corrosion of carbon steel. This approach is groundbreaking because it integrates the physical laws of corrosion processes with experimental data, allowing for more accurate modeling of oxide layer growth and material degradation. The model effectively forecasts corrosion rates by accounting for the influence of humidity, temperature, and other environmental factors, as well as the inherent uncertainty in input data. This ensures the adaptability and reliability of long-term predictions. The researchers emphasize the promising nature of such a combination of physical knowledge and statistical methods for a better understanding of material-environment interactions and for enhancing the efficiency of materials science research, especially within the aerospace sector.

In their work, Hu et al. (2024) investigated and systematized the application of PINNs within computational solid mechanics (CSM). They achieved this by developing numerical frameworks for modeling the mechanical behavior of materials and structures. Their advancements in PINN architecture enable accurate reproduction of stress-strain states, displacement and stress distributions, and even the modeling of defects and cracks in thin-walled structures. A key achievement is the integration of physical knowledge—such as equilibrium equations, compatibility conditions, and material laws—without the need for mesh discretization. This provides significant flexibility and scalability in modeling. The authors emphasize that PINNs open up new avenues for analyzing material degradation, crack propagation, and corrosion, all of which are exceedingly relevant for aerospace engineering.

In their article, Janssen et al. (2024) introduce the Physics-Informed General Convolutional Network (PIGCN)—a novel approach that extends the concept of PINNs by integrating physical laws directly into the architecture of convolutional neural networks (CNNs). This is achieved by utilizing convolutional operations to approximate differential operators. This innovation effectively accounts for local spatial dependencies and the geometric characteristics of damaged materials, significantly reducing computational costs. The PIGCN successfully models the distribution of stresses, strains, and displacements in materials with defects, demonstrating high accuracy and consistency with Finite Element Method (FEM) results. Remarkably, it achieves stable outcomes with only 2% of training data, indicating improved generalization capability and physical reliability. The authors emphasize the promising potential of PIGCN for modeling defective materials, which reduces data requirements and is critically important for both materials science and aerospace engineering.

In their comprehensive review, Malashin et al. (2025) provided an in-depth analysis of the current state and future prospects of applying PINNs for modeling polymeric materials. Their focus was on integrating physical laws into neural networks to describe the mechanics, thermal conductivity, diffusion, and degradation of these materials. The review highlights the high efficacy of PINNs in modeling multiphysics processes in polymers, especially in situations with limited or hard-to-obtain data. They offer examples of predicting mechanical behavior, aging, corrosion, and the influence of external factors. The authors emphasize that PINNs unlock new possibilities for creating versatile, physically grounded models of polymeric materials. These models can be adapted for diverse materials science tasks, including optimizing composition, predicting durability, and developing new materials with tailored properties—all of which are critically important for aerospace applications.

### Multicomponent-System Problems

In their work, Almajid and Abu-Al-Saud (2022) successfully applied PINNs to predict fluid movement in porous media. The study demonstrated the high accuracy of PINNs in modeling flow dynamics, including pressure and velocity distribution, even with a

limited amount of input data. This highlights PINNs' potential as an effective complement to traditional numerical methods, especially for complex systems with heterogeneous geometry or a scarcity of information. This capability is critically important for modeling multicomponent flows in the oil and gas and aerospace industries.

Zhu, Hu, and Sun (2023) developed an advanced PINN model for solving problems related to two-phase interface dynamics, encompassing the movement of the boundary between liquid and gaseous phases in both 2D and 3D configurations. Their approach integrates the Navier-Stokes equations, impermeability conditions, and surface tension laws without the need for traditional mesh discretization. This allowed them to achieve high accuracy in reproducing phase deformation, merging, and separation, while avoiding the numerical artifacts characteristic of classical methods and significantly reducing computational costs. The results confirm the effectiveness of PINNs for modeling complex dynamic processes of two-phase interaction, which is critically important for engineering applications in fuel and energy systems, as well as for understanding the behavior of mixtures under challenging physical conditions.

In their research, Zhang et al. (2024) successfully applied PINNs to model multiphase flows in porous media, with a particular focus on accounting for double shock waves and interphase solubility. The authors demonstrated that PINNs effectively reproduce the dynamics of multiphase flow, including accurate modeling of shock wave behavior and the mutual solubility of components, achieving high precision even with limited data. This approach stands as a powerful tool for analyzing complex multicomponent systems within porous media, ensuring the physical fidelity of results in scenarios involving nonlinear effects. This is critically important for advancements in energy and fuel technologies.

In their research, Jalili et al. (2024) successfully applied PINNs to predict heat transfer in two-phase flows, specifically emphasizing the complex thermal processes involved in fluid-gas interactions. The PINNs demonstrated high accuracy in forecasting temperature distributions and heat fluxes, effectively integrating physical laws and boundary conditions. This resulted in better agreement with experimental data compared to classical methods. The authors highlighted the promising potential of PINNs as a tool for modeling heat transfer in complex two-phase systems, especially when experimental data is limited. They also noted the potential to extend this approach to more intricate multicomponent systems.

Brumand-Poor et al. (2024) successfully demonstrated the application of PINNs for solving the Reynolds equation with transient cavitation modeling. Their models accurately reproduce the complex nonlinear effects and the dynamics of cavitation zones within lubrication layers, which is critically important for multicomponent hydrodynamic systems, particularly fuel systems in the aerospace sector. The research highlights the effectiveness of PINNs in predicting pressure dynamics and cavitation distribution over time, offering a powerful tool for analysis where traditional methods face limitations.

In their research, Parfenyev et al. (2024) successfully applied PINNs for the reconstruction of parameters and the retrieval of two-dimensional turbulent flows. Their approach allowed for the accurate identification of key parameters such as viscosity and turbulence intensity, as well as the reconstruction of spatiotemporal velocity fields and other physical quantities, even when using limited experimental data. This study demonstrates the significant potential of PINNs for analyzing complex dynamic systems, such as turbulent multicomponent flows, where traditional methods often face challenges due to data scarcity or lack of flexibility.

Phạm and Mai (2024) successfully applied PINNs to model two-phase flow in porous media, specifically focusing on the process of waterflooding oil fields using the Buckley-Leverett theory. Their models demonstrated high accuracy and reliability in prediction, even under conditions of sharp changes in physical quantities and with limited input data. This is critically important for understanding the behavior of fuel mixtures in complex environments and for effective field development planning, and it holds significant relevance for the aerospace industry.

Yan et al. (2024) applied PINNs to simulate two-phase flows in heterogeneous and fractured porous media. Their research demonstrated that PINNs effectively and accurately model the distribution of phases, pressure, and velocity, even with limited data. Remarkably, they either surpassed or matched the precision of

classical numerical methods in complex structures. This confirms the significant potential of PINNs for modeling multicomponent flows in intricate systems, which is critically important for understanding the behavior of fuel-oxidizer mixtures in the aerospace industry.

Zhou et al. (2024) presented an innovative integrated approach to simulating two-phase flows. This method combines PINNs with leading interface tracking methods, such as Volume of Fluid (VOF) and Level Set. This hybrid model significantly enhances simulation quality by incorporating the Navier-Stokes equations and impermeability conditions, ensuring high accuracy in reproducing complex interface dynamics. This includes processes like capillary pressure, surface tension, and phase transitions. The proposed method effectively reduces numerical interface smearing and stabilizes the solution, which is critically important for accurately predicting the behavior of fuel mixtures and optimizing aerospace fuel systems.

## Publications Related to Tier 2: Dynamic Analysis

This section examines publications in which Physics-Informed Neural Networks have been applied to dynamic systems governed by time-dependent or trajectory-based formulations. These include problems such as flight mechanics, ballistic motion, rigid-body dynamics, and particle trajectories in external fields — phenomena that are central to both atmospheric and spaceborne vehicle modeling. The review considers how PINNs are employed to approximate motion governed by ordinary or partial differential equations, often under complex, nonlinear conditions. Emphasis is placed on how temporal evolution, external forces, and dynamic constraints are embedded into the structure and training of PINNs, and how these models enable high-resolution prediction of trajectories and dynamic responses without discretization artifacts.

### Ballistic and Trajectory Problems

In their research, D'Ambrosio et al. (2021) proposed the application of PINNs, combined with the Extreme Theory of Functional Connections (X-TFC), for optimizing spacecraft maneuvers near asteroids while ensuring collision avoidance. This approach effectively solves two-point boundary value problems, generating fuel-efficient trajectories amidst complex dynamics. Numerical experiments confirmed the model's high accuracy, comparable to traditional methods, while demonstrating reduced computational costs and enhanced flexibility in modeling. The authors emphasize the promising potential of combining PINNs with X-TFC for solving optimal control problems in space missions, particularly in scenarios with limited resources and intricate dynamics, thereby ensuring high precision in spacecraft trajectory modeling.

In their study, Schiassi et al. (2022) introduced a novel methodology for solving optimal planar orbit transfer problems using PINNs. They combined an indirect method, based on Pontryagin's Minimum Principle, with PINNs to learn optimal control actions. To achieve this, they utilized the Extreme Theory of Functional Connections (X-TFC). X-TFC, a synergy of classical PINN and the theory of functional connections, analytically satisfies the boundary conditions of the two-point boundary value problem (derived from Pontryagin's Principle), thereby avoiding unbalanced gradients during training. The results demonstrate high accuracy in reproducing optimal trajectories and control actions, surpassing traditional numerical methods in terms of computational cost and convergence. This opens new perspectives for optimizing space missions.

In their research, Stachiw et al. (2022) developed a novel neural network architecture called FlyNet for modeling aircraft flight dynamics. The authors created a global flight model capable of accurately reflecting an aircraft's behavior across its entire operational envelope by combining physical principles with the capabilities of neural networks. It is important to note that while FlyNet isn't a classical PINN, it still leverages physical knowledge, specifically second-order Taylor series expansions, to enhance modeling accuracy. Tested against flight test data from a Bell 412HP helicopter, gathered by the National Research Council of Canada, the model demonstrated high precision in predicting forces and moments under various flight conditions. The authors concluded that integrating physical knowledge into the neural network's structure enables the creation of a universal flight model. This model can be applied to different types of aircraft, reducing the need for numerous localized



models and simplifying the modeling process for the development of control systems and pilot simulators.

Varey et al. (2024) developed an application of PINNs for assessing the orbital state of satellites with low-thrust electric propulsion. By integrating classical astrodynamics models with deep neural networks, the authors successfully overcame the limitations of traditional physical models that do not account for anomalous accelerations. The PINN model, trained to determine an unknown acceleration profile by minimizing the root mean square error between observations and predictions, demonstrated a significant reduction in observational error (from 123 to 1.00 arcseconds) and a substantial improvement in predicting satellite position (from 3860 km to 164 km after five days) compared to purely physical models. This approach is critically important for accurate space traffic management and maintaining space situational awareness.

In their research, D'Ambrosio and Furfaro (2024) proposed Pontryagin Neural Networks (PoNNs), a subclass of PINNs, for learning fuel-optimal spacecraft trajectories, specifically for interplanetary transfers and landing trajectories. PoNNs leverage Pontryagin's Minimum Principle (PMP) to formulate the problem as a two-point boundary value problem (TPBVP), which they solve using the Extreme Theory of Functional Connections (X-TFC). This approach allows for the approximation of the system's state and costate using constrained expressions that combine analytical satisfaction of boundary conditions with a free function modeled by a shallow neural network. To handle discontinuous control, a smoothing technique is applied, enabling PoNNs to learn effectively without prior information on control switching. The results demonstrate the high accuracy of PoNNs, comparable to state-of-the-art methods, as well as the ability to analytically compute optimal control. This makes the approach highly promising for the optimization of space trajectories.

Michek et al. (2023) developed a methodology for estimating the free-flight parameters of aircraft using PINNs, including a modified version for nondeterministic parameters. The goal was to identify aerodynamic parameters from flight data, thereby eliminating the need for controlled tests. The proposed methods effectively extract aerodynamic parameters even in the presence of noise and incomplete data. Furthermore, the modified PINN demonstrates high accuracy, outperforming the traditional least squares method. This underscores the potential of PINNs for identifying aerodynamic parameters under real-world flight conditions, which can reduce the costs associated with experimental research and be applied to modeling and analyzing flight trajectories.

In their work, Moschou et al. (2023) presented the use of PINNs for modeling astrophysical shock waves. Their approach directly integrates the magnetohydrodynamics (MHD) equations into the neural network's structure, allowing the model to incorporate physical constraints. This enabled them to accurately reproduce the structure of shock waves, including internal layers and transitional regions, with high precision and generalization capability to various configurations. The application of PINNs also led to reduced computational costs compared to traditional methods. The authors emphasize that integrating physical laws into neural network training creates highly accurate and physically consistent models, significantly reducing the need for expensive numerical simulations. This opens up new possibilities for applying PINNs in astrophysics and space research.

### **Motion-Dynamics Problems**

In their study, Seyed-Ahmadi and Wachs (2022) proposed a physics-inspired neural network architecture for modeling the hydrodynamic forces and torques acting on particles in particle-laden flows. The goal was to predict these quantities in stationary random arrays of spheres (typical of dense suspensions), while accounting for limited training data and ensuring the physical consistency of predictions. The resulting PINN-oriented architecture, based on a superposition of pairwise hydrodynamic interactions and shared learning parameters between network blocks, accurately reproduced forces and torques across a range of Reynolds numbers from 2 to 150 and solid volume fractions from 0.1 to 0.4. This architectural solution significantly reduced the degrees of freedom and mitigated the risk of overfitting, all while maintaining accuracy at the level of benchmark simulations. The authors concluded that the physically motivated structure of the neural network ensures

consistency with the governing physics even under sparse training, which is critical for generalization in real-world flows, and demonstrates suitability for further scaling.

In their research, Rosofsky et al. (2023) thoroughly analyzed the application of Physics-Informed Neural Operators (PINOs) for modeling dynamic systems described by partial differential equations (PDEs). They specifically focused on those involving temporal evolution, fluid-body interaction, and particle movement in force fields. The authors successfully demonstrated PINOs' ability to achieve a prediction error level of  $10^{-3}$  when modeling fluid dynamics (crucial for assessing aerodynamic drag) and accurately reproducing particle trajectories in gravitational fields, even with limited data. The advantage of PINOs over classical methods lies in their computational efficiency and their capacity to avoid discretization artifacts. While the researchers acknowledge the need for further optimization for real-world engineering tasks, they emphasize that integrating physical laws into neural networks through PINOs is a promising tool for solving nonlinear PDEs, ensuring the stability and accuracy of predictions.

Shao et al. (2023) introduced an improved Neural Particle Method (INPM) for modeling complex free-surface flows. This method overcomes the limitations of the basic NPM by combining PINNs with an alpha-shape algorithm to accurately detect fluid boundaries and dynamically update boundary conditions. Numerical experiments confirmed that INPM precisely identifies the free surface and ensures stable computations even with non-uniform particle distribution, demonstrating higher accuracy and stability compared to traditional mesh-free methods. The authors emphasize that integrating a surface recognition algorithm into the PINN structure significantly enhances the accuracy and stability of free-surface flow simulations, expanding the scope of application in problems with complex geometry and boundary conditions.

In their systematic review, Sharma et al. (2023) provided a profound analysis of the application of Physics-Informed Machine Learning (PIML), including PINNs, within the realm of fluid mechanics. The core emphasis was on integrating physical knowledge into machine learning to bolster the efficiency and accuracy of modeling complex turbulent flows, which are governed by the Navier-Stokes equations. The review clearly demonstrates that PIML significantly reduces the required data volume and enhances the stability of predictions when compared to traditional numerical methods. The authors highlight successful instances of PIML being applied to model turbulent flows at high Reynolds numbers and to reconstruct Reynolds stress distributions from Direct Numerical Simulation (DNS) data. They underscore the immense potential of PIML and PINNs to either replace or augment high-fidelity numerical simulations, particularly in scenarios where data is limited. Furthermore, the authors point to the crucial need for continued research to develop novel neural network architectures that can seamlessly and effectively integrate physical laws.

In their article, Son et al. (2023) proposed a novel PINN architecture for modeling the electromagnetic characteristics of a permanent magnet synchronous motor (PMSM). The authors aimed to overcome the limitations of traditional methods, such as the Finite Element Method (FEM), by directly integrating physical laws into the neural network's structure. The proposed PINN architecture accurately reproduces the electromagnetic fields within the PMSM, significantly reducing computational costs while effectively accounting for the motor's complex geometric and material properties, ensuring high accuracy even with limited data. The results underscore the potential of this approach for precise modeling of PMSM electromagnetic characteristics, reducing reliance on large volumes of training data, and opening new avenues for efficient modeling of complex electromechanical systems.

In their article, Barmada et al. (2024) investigated the effectiveness of PINNs for solving direct electromagnetic problems, particularly Maxwell's equations, by minimizing the integral error to account for physical laws. The study proved that PINNs provide accurate solutions to Maxwell's equations without the need for detailed spatial discretization. This was confirmed by examples of one-dimensional and two-dimensional Poisson equations, with results aligning with analytical and FEM solutions. The authors emphasize the promising potential of PINNs for electromagnetic analysis, especially in aerospace modeling, due to significantly reduced computational costs and enhanced model accuracy.



Jiao et al. (2024) delve into the integration of artificial intelligence, specifically PINNs, with physical sciences for modeling dynamic systems described by differential equations. The authors analyze the application of physical principles (such as classical mechanics and electromagnetism) to enhance AI algorithms, focusing on problems related to fluid dynamics and particle motion. The review demonstrates that PINNs effectively model dynamic systems, capable of accurately reproducing phase transitions and predicting parameters (e.g., aerodynamic drag) without traditional discretization methods, which in turn reduces computational costs compared to Computational Fluid Dynamics (CFD). While challenges related to scaling for complex systems are acknowledged, the authors emphasize that PINNs ensure the reliability and interpretability of models, enabling the prediction of trajectories and dynamic responses in real-time.

Sedykh et al. (2024) introduced an innovative Hybrid Quantum Physics-Informed Neural Network (HQPINN) for modeling laminar flows in complex three-dimensional geometries, such as Y-shaped mixers. This development combines the expressive power of quantum models with the flexibility of PINNs to effectively solve computational fluid dynamics (CFD) problems described by the Navier-Stokes equations, without the need for remeshing when geometry or boundary conditions change. The HQPINN demonstrated 21% higher accuracy compared to classical PINNs in modeling velocity and pressure distributions. It also exhibited the ability for transfer learning, adapting to geometry changes without full retraining, significantly reducing computational costs. The authors emphasize HQPINN's promising potential for shape optimization and flow analysis in complex geometries, opening new avenues in computational fluid mechanics.

Sultan and Zhang (2024) conducted a comparative analysis of the Moving-Mesh Finite-Difference Method (MMFDM) and PINNs to solve the generalized Kolmogorov–Petrovsky–Piskunov (gKPP) equation, which describes nonlinear reaction-diffusion processes. MMFDM demonstrated high accuracy, particularly with adaptive meshes in regions of steep solution gradients. PINNs, on the other hand, showed effective learning capabilities even with limited data, thanks to the integration of physical laws. While PINNs necessitate careful hyperparameter tuning for stability, the research highlights the distinct advantages of both methods: MMFDM excels in scenarios with known geometries and boundary conditions, while PINNs offer flexibility when dealing with limited or noisy data. The authors propose that hybridizing these approaches could combine the precision of traditional methods with the adaptability of neural networks.

Sun et al. (2024) applied PINNs to predict velocity in electromagnetic launch processes during manufacturing. The authors focused on modeling the dynamics of objects (specifically, projectiles) accelerated by electromagnetic forces. Their aim was to create a model that accurately replicates the temporal evolution of velocity, accounting for complex physical interactions described by systems of ordinary differential equations (ODEs). The proposed PINN model demonstrated high accuracy in velocity prediction, effectively reproducing experimental data and outperforming traditional methods (like the finite element method) in terms of input data requirements. The authors highlight the advantages of PINNs in modeling electromagnetic launch due to the direct integration of physical laws into the network's structure, which helps avoid discretization artifacts and ensures high precision. They also point to the potential for real-time application of PINNs in controlling and optimizing manufacturing processes.

### **Rigid-Body Motion Dynamics**

Roehrl et al. (2020) presented an approach to applying PINNs for modeling the dynamics of mechanical systems, based on Lagrangian mechanics. The authors directly integrated Lagrange's equations into the neural network's structure, which allowed the model to account for physical laws during training. This effectively combined the advantages of physical models with the flexibility of neural networks. Numerical experiments confirmed the high accuracy of modeling mechanical system dynamics, even with limited data. The model demonstrated an ability to reproduce complex movements while adhering to physical constraints. The authors concluded that integrating physical laws into neural network training creates models that merge the precision of physical models with the

adaptability of neural networks, opening new possibilities for modeling and control of complex mechanical systems in the aerospace and robotics industries.

Sedykh et al. (2024) presented a Hybrid Quantum Physics-Informed Neural Network (HQPINN) that integrates classical and quantum computing approaches to model linear fluid flows in complex three-dimensional Y-shaped mixers. The researchers achieved 21% higher accuracy compared to classical neural networks by employing quantum deep layers alongside classical multilayer perceptrons. The results of this study confirm HQPINN's high effectiveness in predicting velocity and pressure distributions, underscoring the method's significant potential for optimizing complex geometries in computational fluid dynamics, a task that traditionally demands substantial resources.

Aygun et al. (2023) explored the application of PINNs for mesh deformation with precise adherence to boundary conditions. The authors utilized the PINN collocation method to determine new mesh node positions, applying the equations of linear elasticity to model the deformation. To ensure exact enforcement of Dirichlet conditions for moving boundaries, which is critical for accurate solutions, they employed a strict boundary condition imposition technique. Their two-stage approach first involved training a PINN with soft boundary conditions, followed by correcting the solution with a new PINN incorporating exact boundary positions. The study demonstrated that the accuracy of this approach is comparable to the finite element method. Furthermore, it successfully addressed problems with moving boundaries, simulating typical fluid-structure interaction challenges. The authors concluded that using PINNs for mesh deformation problems without a discretization scheme is promising for modeling complex systems with moving boundaries, such as aerospace vehicles.

Gu et al. (2024) presented the application of PINNs for modeling quadcopter dynamics. The authors integrated the law of conservation of momentum as a training priority within the network's loss function, ensuring physical consistency. They also employed the Covariance Confidence Ellipse (CCE) visualization method to enhance model interpretability. Furthermore, a visual and physical simulator was developed based on AirSim, with a custom implementation of the ground effect. The proposed PINN outperformed linear mathematical models and conventional deep neural networks (DNNs) in terms of both accuracy and physical consistency, demonstrating a superior ability to generalize to unseen data. The authors concluded that integrating physical laws significantly improves the accuracy and interpretability of quadcopter dynamics models, contributing to the development of more reliable and safer control algorithms for UAVs.

In their article, Li et al. (2024) introduced a groundbreaking approach to applying PINNs to problems involving friction dynamics, specifically for modeling friction-induced vibrations in multi-point contacts. The authors developed four PINN variants: a basic single PINN, a dual PINN, and their enhanced versions incorporating interpolation techniques. These variants allow for the integration of theoretical equations of non-classical multibody dynamics without the need for traditional time-stepping. Numerical experiments on a one-dimensional "stick-slip" problem and a two-dimensional problem with separation and re-engagement showed that the proposed PINN approaches deliver high modeling accuracy, surpassing traditional methods, especially in complex two-dimensional cases. The authors concluded that embedding physical laws into neural network training enhances accuracy and significantly reduces computational costs by eliminating the necessity for exceedingly small time steps. This opens new possibilities for effectively analyzing complex dynamic systems with friction.

In their article, Sahin et al. (2024) investigated the application of PINNs for solving both direct and inverse problems in contact mechanics under small deformations. The authors employed a mixed-variable formulation with output transformation to rigorously enforce Dirichlet and Neumann boundary conditions. Crucially, the inequality conditions inherent in contact problems, specifically Karush-Kuhn-Tucker (KKT) conditions, were incorporated as soft constraints by integrating them into the loss function, utilizing the Fisher-Burmeister function for optimization. Numerical experiments on a Hertz contact problem demonstrated that PINNs can function as a PDE solver, a data-driven model, an inverse solver, and a rapid approximation model, accurately

simulating contact phenomena. The importance of hyperparameter selection and combining optimizers (Adam and L-BFGS-B) for achieving superior results was highlighted. The authors concluded that integrating physical laws into neural network training creates models that combine the precision of physical models with the flexibility and adaptability of neural networks, contributing to the development of reliable control algorithms, particularly for unmanned aerial vehicles.

### **Publications Related to Tier 3: Functional Assessment**

This section focuses on the use of Physics-Informed Neural Networks to address tasks that involve performance evaluation, decision-related modeling, and inference within aerospace systems. These include applications such as trajectory optimization, flight control, parameter identification, and prediction of system behavior under variable or uncertain conditions. The literature is reviewed in terms of how PINNs are configured to solve inverse and constrained problems, learn latent system properties from observed data, or forecast future states. Special attention is given to the role of PINNs in integrating physical laws with task-specific objectives, enabling hybrid modeling strategies that go beyond traditional simulations.

#### **Control and Navigation Tasks**

Li et al. (2023) proposed an intelligent diagnostic system for detecting faults in aero-engine control system sensors during dynamic operation. The methodology is built upon a physics-guided neural network (PGNN), which integrates data from physical engine models with historical sensor measurements. The PGNN generates predicted values, and a comparison of these with actual measurements yields residual signals. These residuals are then analyzed by a convolutional neural network (CNN) for fault classification. Experimental validation demonstrated that the proposed system outperforms traditional approaches, reducing the root mean square error of prediction and achieving a diagnostic accuracy of 95.9%. The introduction of a novel loss function that incorporates physical knowledge enabled the elimination of physical inconsistencies and improved the overall model performance. The authors emphasize the effectiveness of integrating physical models with deep learning to enhance the accuracy of aero-engine sensor fault diagnosis, which is critically important for flight safety and aviation maintenance.

Mowlavi and Nabi (2023) proposed an extension of the PINNs concept for solving optimal control problems constrained by nonlinear partial differential equations (PDEs). The authors integrated a PINN into the optimal control structure, approximating the state variable and control input with separate neural networks that are trained simultaneously. This approach circumvents the need for PDE discretization and offers flexibility in selecting the cost functional. The research demonstrated that PINNs achieve comparable accuracy to the traditional Direct-Adjoint Looping (DAL) method for optimal control problems constrained by PDEs, especially for complex nonlinear dynamics (like the Kuramoto-Sivashinsky and Navier-Stokes equations). The PINN also showed advantages in flexibility and ease of implementation, particularly with limited data. The authors conclude that PINNs are a promising tool for solving PDE-constrained optimal control problems, combining accuracy with flexibility and straightforward implementation.

Antonelo et al. (2024) introduced a novel approach to modeling and controlling dynamic systems using PINNs. This approach, termed Physics-Informed Neural Nets for Control (PINC), directly integrates physical laws into the neural network's architecture. This integration reduces the need for labeled data and enables more accurate modeling of complex systems. The research demonstrated that PINC, as an extension of the PINNs concept, can effectively model and control nonlinear dynamic systems such as the Van der Pol oscillator, a four-tank system, and an electric submersible pump, even without relying on real-world measured data. This is achieved through PINC's ability to perform rapid predictions, which is crucial for real-time applications. The authors conclude that PINC is a promising tool for modeling and controlling complex dynamic systems, especially in data-limited scenarios. They emphasize that this approach can be beneficial across a wide range of applications, including automatic control, modeling, and optimization.

Bianchi et al. (2024) investigated the application of PINNs for estimating dynamic models of Unmanned Aerial Vehicles (UAVs). The authors proposed a method that directly integrates physical laws into the neural network's architecture. This approach enables effective estimation of system parameters even with limited data and under conditions of high uncertainty. The research showed that the proposed method provides a more accurate estimation of the UAV's state and higher computational speed compared to traditional methods like the Extended Kalman Filter (EKF), which is critically important for real-time applications. The authors concluded that integrating physical laws into neural network training significantly enhances the efficiency of UAV dynamic model estimation, ensuring high accuracy even with limited data. This is a vital advancement for autonomous control systems in the aerospace industry.

In their article, Gu et al. (2024) presented the application of a PINN for modeling quadcopter dynamics. The authors integrated physical laws directly into the neural network's structure, enabling effective system parameter estimation even with limited data and under high uncertainty. The research demonstrated that the proposed approach provides a more accurate estimation of the quadcopter's state and higher computational speed compared to traditional methods like the Extended Kalman Filter (EKF), which is critically important for real-time applications. The authors conclude that integrating physical laws into neural network training significantly enhances the efficiency of quadcopter dynamic model estimation, allowing for high accuracy even with limited data. This is a vital advancement for autonomous control systems in aerospace applications.

In their study, Li and Liu (2024) introduced an innovative approach to controlling the trajectory of Automated Guided Vehicles (AGVs) using a PINN within a nonlinear Model Predictive Control (MPC) framework. The authors propose replacing traditional ordinary differential equation models with a PINN, allowing for the direct integration of physical laws into the neural network's training process. This ensures accurate modeling of AGV kinematics without the need for numerical integration. The study demonstrated that the proposed method significantly enhances computational efficiency and control accuracy compared to traditional approaches. The use of Theory of Functional Connections (TFC) and adaptive loss balancing effectively addresses challenges related to initial conditions and control actions, which is crucial for real-time applications. The authors conclude that integrating PINNs into MPC is a promising approach for improving the accuracy and speed of AGV control in complex dynamic environments, providing a high level of adaptability and robustness to changing conditions.

Abdulkadirov et al. (2025) introduced an innovative approach to modeling quadcopter dynamics using Physics-Aware Machine Learning (PAML). This method directly integrates the ordinary differential equations describing UAV motion into the learning process. A notable feature is the use of fractional derivative optimizers, including Riemann-Liouville, Caputo, and Grünwald-Letnikov, which helps reduce modeling errors and lower energy consumption during flight. The research showed that PAML with fractional optimizers provides a more accurate quadcopter flight trajectory compared to traditional PID controllers, demonstrating a 25–35% reduction in errors in spatial coordinates and a 30–44% reduction in Euler angles. The authors emphasize that employing physics-aware neural networks with fractional optimizers significantly boosts the efficiency of quadcopter dynamics modeling and control, leading to more precise results with less energy consumption. This is critically important for autonomous UAVs.

#### **Optimization Tasks**

In this section, we limited the selection of sources, as PINNs are generally implemented through optimization problems involving explicit or implicit minimization of a loss functional. This optimization-based formulation is universal and applies to a wide range of problems, including those where finding an optimum of a physical or functional characteristic is not the primary goal but is inherently performed during the model training process.

In their work, Gustafsson and Andersson (2024) investigated the influence of labeled data on the performance of PINNs, specifically Fully Connected Neural Network (FCNN) and Fourier Neural Network (FNN) architectures, in surrogate modeling and the optimization of designs for flow resistance reduction. They compared

training approaches: physics-equation-only, data-only, and their combination. It was revealed that for FCNNs, the inclusion of labeled data significantly increased the prediction accuracy of velocity and pressure fields, especially in flow separation zones, with the best results obtained by reducing the weight of the data loss in the loss function. In contrast, for FNNs, the addition of labeled data led to unstable results, limiting their application. The authors concluded that for hydrodynamic design optimization tasks, an FCNN combining physical constraints and labeled data is optimal, ensuring high accuracy and model stability.

Liu et al. (2024) introduced a hybrid approach for airfoil shape optimization, integrating Convolutional Neural Networks (CNNs), PINNs, and Deep Reinforcement Learning (DRL). This method aims to enhance aerodynamic efficiency, specifically the lift-to-drag ratio, by minimizing the dimensionality of the design space. In their framework, CNNs are employed to compress airfoil shape parameters into six key values, effectively reducing the complexity of the search space. PINNs are then applied for a more stable and accurate evaluation of aerodynamic characteristics, circumventing the convergence issues often encountered with traditional methods. DRL, particularly based on Proximal Policy Optimization (PPO), integrates both dimensionality reduction and performance evaluation. This allows it to identify optimal solutions and enhance the algorithm's transferability. The reported results demonstrate a successful improvement in the lift-to-drag ratio, thereby affirming the effectiveness and stability of the proposed optimization strategy.

In their paper, Ma et al. (2025) presented a hybrid methodology for optimizing aviation route planning, combining Physics-Informed Neural Networks (PINNs) with the A algorithm\*. The primary goal of this research was to enhance the accuracy of wind field prediction and to optimize routes within a dynamic atmospheric environment. The authors utilized PredRNN for predicting wind fields based on ERA5 data, notably integrating physical constraints, specifically the Navier-Stokes equations, directly into the neural network's loss function. This model was shown to outperform traditional approaches in prediction accuracy. Routes optimized using the A\* algorithm, which accounted for these predicted wind conditions, enabled the avoidance of unfavorable zones and a reduction in fuel consumption. This outcome underscores the significant advantages of employing predicted data over historical data for flight planning. The integration of physical constraints into the neural network's training proved pivotal in enhancing prediction accuracy and, consequently, the effectiveness of route planning.

### Identification Tasks

The concept of PINNs, which integrate deep learning with physical laws described by nonlinear partial differential equations (PDEs), was introduced in a seminal paper by Raissi et al. (2019). Their research delineates two key application areas for PINNs: solving PDEs based on data (where the network approximates the solution) and discovering unknown PDEs from data (where the network uncovers the equations themselves). For each, they proposed corresponding algorithms suitable for both continuous and discrete time. Experimental results on classical problems, such as flow around a right angle, shock waves, and reaction-diffusion equations, convincingly demonstrated PINNs' ability to accurately reproduce physical solutions even with limited or noisy data. This was further validated by comparisons with analytical and numerical solutions. This makes PINNs a powerful tool for solving both forward and inverse problems in science and engineering, ensuring high accuracy with minimal data requirements.

To address forward and inverse problems with noisy data, Yang et al. (2021) introduced an extended model of PINNs — B-PINNs, which combines them with a Bayesian approach. This innovative method integrates physical laws (via PINNs) with Bayesian Neural Networks (BNNs), where the BNN serves as a prior distribution. The estimation of the posterior distribution is performed using Hamiltonian Monte Carlo (HMC) or Variational Inference (VI), allowing B-PINNs not only to form predictions but also to quantify aleatoric uncertainty arising from noise in the data. Experiments demonstrated that B-PINNs provide more accurate predictions under significant noise compared to traditional PINNs by avoiding overfitting. Furthermore, the HMC method proved more effective for posterior distribution estimation, and the use of BNNs as a prior distribution improved accuracy. This makes B-PINNs a powerful

tool for problems described by nonlinear PDEs with noisy data, ensuring accurate predictions and effective uncertainty quantification.

One of the key methods for solving inverse problems in supersonic compressible flows has been presented through the application of PINNs and their extended version, XPINNs. This approach is distinguished by its integration of computational domain decomposition into sub-regions, which significantly enhances the accuracy and expressiveness of the modeling, especially in areas with complex flow dynamics. To ensure the physical correctness of the solutions, the network's loss function integrates not only the basic Euler equations but also entropy conditions and conditions for the positivity of density and pressure. Parameter identification relies on density gradient data obtained from Schlieren photography, as well as information from inlet and partial wall boundaries. The results of numerical experiments, conducted on cases involving expansion waves, flow around a corner, and shock waves, convincingly demonstrate the advantages of XPINNs over PINNs in terms of generalization capability and accuracy in complex regions (Jagtap et al., 2022).

In their study, Hijazi et al. (2023) proposed a combination of model order reduction (ROM) methods, specifically POD-Galerkin, with PINNs to solve inverse problems related to the Navier-Stokes equations. The authors integrated physical equations into the PINN's loss function, which enabled the effective identification of unknown parameters, such as physical viscosity or boundary conditions. Numerical experiments across three test cases (steady flow around a backward-facing step, flow around a circular cylinder, and unsteady turbulent flow around a cubic obstacle) confirmed that the integrated PINN model with POD-Galerkin ROM accurately identified parameters even with limited or noisy data. Crucially, this approach significantly reduced computational costs compared to traditional methods. This makes it a powerful tool for identifying parameters and boundary conditions in fluid dynamics, which is critically important for real-time applications and optimization tasks.

An effective approach to solving inverse problems in engineering structures under various loading scenarios is presented in a paper by Xu et al. (2023). This approach is based on combining PINNs with transfer learning. A key development in their work is a multi-task learning method with uncertainty-weighted adjustment, which significantly enhances the efficiency and accuracy of PINNs in linear and hyperelastic mechanics. This allows, in particular, for the prediction of external loads on structures using limited displacement monitoring data. Numerical experiments confirmed that even with noisy and incomplete data, the model yields satisfactory results. This is attributed to the dual regularization (by physical laws and prior knowledge), providing better stability compared to traditional methods. This approach also successfully overcomes challenges related to geometric scaling and diverse loading scenarios, considerably accelerating learning convergence by inheriting weights from pre-trained models. This paves the way for its application as surrogate models in real-world engineering projects.

The research by Ma et al. (2024) presents an innovative approach to solving inverse problems for partial differential equations (PDEs) by integrating Lasso regression into the structure of PINNs. The developed Sequentially Threshold Least Squares-Lasso (STLasso) module, which combines Lasso regression with the Sequential Threshold Least Squares (STLS) algorithm, enables sparse regression of PDE coefficients. The integration of this module led to the creation of the PINN-STLasso model, capable of discovering underlying PDEs from data while demonstrating lower data volume requirements and improved interpretability. Experiments on classical inverse PDE problems showed that PINN-STLasso outperforms other methods, achieving lower error rates even with limited data. This underscores the approach's effectiveness in discovering underlying PDEs from real, potentially noisy, data.

The research by Sahinet et al. (2024) showcases the effective utilization of PINNs for solving both forward and inverse problems within small deformation contact mechanics. The authors employed a mixed-variable PINN formulation with output transformation to strictly impose Dirichlet and Neumann boundary conditions. Notably, they focused on the "soft" incorporation of Karush-Kuhn-Tucker (KKT) type inequalities directly through the loss function, with optimization performed using the Fisher-Burmeister function. Experiments on a Hertzian contact problem demonstrated that PINNs successfully function as Partial Differential Equation (PDE)



solvers, tools for enhanced data-driven modeling, inverse solvers for parameter identification, and fast surrogate models. The application of Adam and L-BFGS-B optimizers, along with the fine-tuning of loss weights, led to improved accuracy and reduced training time. The results underscore PINNs' potential as a powerful tool for contact mechanics problems, allowing the integration of physical laws and available data to achieve high accuracy even with limited or noisy measurements.

Lin, Chen, Yang, Jiang, and Liu (2025) introduced a PINN-based method for identifying aerodynamic parameters of aircraft. Their objective was to reduce reliance on resource-intensive traditional approaches. The authors integrated the six-degrees-of-freedom equations of motion as physical constraints into the neural network's loss function, treating aerodynamic parameters as variables for identification. A study on the longitudinal motion of an aircraft demonstrated that this method effectively mitigates the influence of systemic and measurement errors, exhibiting high identification accuracy even when data is noisy. Comparisons with genetic algorithms and traditional neural networks confirmed PINNs' advantages in terms of accuracy and robustness against disturbances. Furthermore, the approach significantly reduces the required volume of experimental data, making it a promising candidate for practical application in the aviation industry.

### Prediction Tasks

Yan et al. (2022) presented a new methodology for solving forward problems in linear elasticity, particularly for plates and shells. This approach combines PINNs with the Extreme Learning Machine (ELM) method. The innovation lies in their sub-domain decomposition method, which allows for the effective analysis of structures composed of multiple elements, as well as an improved solution within individual elements. Experimental results demonstrated that the proposed methodology achieves accuracy comparable to exact analytical solutions and finite element method calculations, confirming its potential for wide application in structural mechanics. This combination of PINNs and ELM underscores the promise of integrating physical laws into the neural network training process to achieve high accuracy and computational efficiency.

The prediction of material fatigue life under conditions of limited experimental data became the focus of research by Chen et al. (2023). They proposed an innovative approach based on PINNs, developing a multi-level neural network architecture. A key feature lies in the integration of physical fatigue damage models directly into the activation functions of hidden layers, which allows for the effective combination of data with varying degrees of accuracy. Validation using experimental data for two metallic materials demonstrated that this PINN model provides physically consistent and accurate fatigue life predictions even with a minimal number of training samples. Particularly important is the model's ability to extrapolate beyond the available data, which is critical for practical application. Comparisons with traditional neural networks confirmed PINNs' superiority in terms of prediction accuracy and physical validity, underscoring the effectiveness of integrating physical knowledge to reduce reliance on large volumes of experimental data.

Yang et al. (2024) introduced an innovative physics-guided neural network (PGNN) for predicting material fatigue life. Unlike direct prediction methods, their approach initially estimates S-N curve parameters (specifically, the coefficients of Basquin's equation) based on loading environment characteristics, such as stress concentration factor and stress ratio. This methodology significantly reduces problem complexity and ensures high accuracy in fatigue life prediction, even with limited training data, demonstrating strong extrapolation capabilities. PGNN's advantages over traditional artificial neural networks (ANNs) and Support Vector Regression (SVR) lie not only in its enhanced accuracy but also in the improved interpretability of results due to the model's foundation in physical laws, which allows engineers to make more informed decisions regarding structural design.

The prediction of heat pump thermal load is the central theme of research by Chifu et al. (2024), where PINNs are applied. The essence of their approach lies in integrating thermodynamic principles directly into the neural network's loss function, effectively combining experimental data with theoretical knowledge about heat pumps. Thermal load modeling is performed as a function of input

variables such as inlet and outlet temperatures, as well as water flow rate, leading to reduced model complexity and increased prediction accuracy compared to purely data-driven approaches. Experimental results demonstrated significant improvements in accuracy: a 7.49% reduction in RMSE, a 6.49% decrease in MAPE, and a 0.02 increase in  $R^2$ , even under unstable or extreme temperatures. This confirms that PINNs serve as an effective and less complex tool for thermal load prediction, without requiring detailed knowledge of system topology or refrigerant parameters.

The review by Li et al. (2024) presents an analysis of contemporary approaches to predicting the Remaining Useful Life (RUL) of engineering systems, combining physical models with deep learning methods. This work systematically categorizes existing methods into three key areas: condition monitoring, fault diagnosis, and RUL prediction, with a particular focus on integrating physical knowledge into deep learning models to enhance prediction accuracy and interpretability. The authors emphasize that traditional RUL prediction approaches often face challenges such as data limitations, the complexity of modeling degradation processes, and a lack of physical interpretation. To overcome these limitations, they propose the use of PINNs, which integrate physical equations directly into the neural network's structure, thereby providing improved generalization capability and more accurate RUL predictions. The review also discusses the challenges and opportunities in this field, pointing to the significant potential of such hybrid approaches for enhancing prediction accuracy and the reliability of technical system condition monitoring.

The innovative Physics-Informed Neural Network Classification (PINNC) model, proposed by Shi and Beer (2024), significantly enhances structural reliability analysis. This development combines physical knowledge with deep learning methods to classify the safety or failure states of structural elements. At its core, PINNC integrates two types of losses—classification loss and physical loss—allowing it to simultaneously account for both actual output values and their adherence to physical laws. This is achieved using a parametric sigmoid activation function that links output values to structural states, with the total loss calculated as a weighted sum of these components. Experiments demonstrated a significant advantage of PINNC over traditional neural networks that only consider classification loss, thanks to improved classification accuracy. The developed adaptive training strategy, which gradually incorporates new samples close to the failure boundary, further enhances the model's accuracy. This underscores the effectiveness of combining physical knowledge and deep learning for robust analysis of complex structures.

The importance of applying Digital Twins for the structural design and life-cycle assessment of aircraft structures is emphasized in the article by Tavares et al. (2024). This research highlights the necessity of integrating sensor data, operational inputs, and historical records to create virtual replicas of physical systems. Such an approach significantly improves the accuracy of predicting structural behavior and enhances their efficiency throughout their entire life cycle. The authors note that traditional numerical models are often unable to adequately reflect real-world behavior due to material variations and manufacturing deviations, proposing Digital Twins as a solution. Additionally, the paper discusses the use of PINNs for addressing various uncertainties in structural analysis. These hybrid approaches, combining experimental data with numerical models, contribute to a more adaptive strategy for ensuring the structural integrity and safety of aircraft throughout their operational life.

A new approach for predicting the remaining useful life (RUL) of fatigue crack growth has been proposed by Liao et al. (2025), leveraging PINNs. This work aimed to develop a method that combines experimental data with fundamental physical laws to accurately determine parameters for crack growth models and subsequently predict the RUL of structures. The key lies in the integration of physical knowledge directly into the neural network's structure to enhance the reliability of predictions. The proposed method effectively establishes the relationship between crack length and the number of loading cycles through automatic differentiation. A specially designed loss function, which incorporates physical constraints, allows for the simultaneous updating of physical model parameters during network training. The results demonstrated that the predicted RUL is significantly more accurate and reliable compared



to traditional methods, with all predicted values falling within a 1.5-fold error margin. This approach is particularly valuable for scenarios with limited access to experimental data, reducing the reliance on large quantities of measurements.

### Publications Related to Tier 4: Systems-Level Analysis

This section surveys research where PINNs are used to model complex, interconnected aerospace systems at a higher level of abstraction. The focus is on tasks involving system-level behavior, multi-domain interactions, and environmental implications—such as the simulation of coupled subsystems, assessment of operational limits, or prediction of external effects like noise and emissions.

The review highlights how PINNs are applied to represent physical processes within integrated architectures, where outputs from one model inform or constrain another. Also considered are studies where PINNs serve as lightweight surrogates for system-level evaluations, balancing model fidelity with computational tractability in simulations involving large or coupled physical domains.

### Model testing and validation

An innovative approach to solving inverse problems in continuum mechanics is presented in a study by Xu et al. (2023). This approach is based on PINNs, integrating transfer learning and multi-task learning with uncertainty weighting. The goal was to enhance the efficiency and accuracy of identifying loads in structures with varying geometries and loading conditions, relying on limited displacement data. The essence of the approach lies in pre-training the model on simplified scenarios followed by re-training for specific cases. This allows the model to adapt to new conditions with minimal computational cost. The results showed that the proposed method can accurately predict external loads even with limited or noisy data. PINNs trained with transfer learning demonstrated high robustness to noise and fast convergence when adapting to new scenarios, outperforming traditional methods like finite element analysis in terms of generalizability and efficiency. This underscores that the integration of transfer learning with PINNs significantly expands the capabilities for solving engineering inverse problems, reducing the need for large volumes of data and computational resources, and opening avenues for real-time structural health monitoring and damage detection.

The assessment of PINNs efficacy in high-fidelity reconstruction of two-dimensional flow fields around a cylinder is a key aspect of research by Yang et al. (2023). This work aimed to determine PINNs' ability to reconstruct full velocity and pressure fields based on limited or noisy data, a common challenge in experimental fluid dynamics. Both numerical data obtained through Direct Numerical Simulation (DNS) and experimental measurements from Particle Image Velocimetry (PIV) were used to train the PINN. The results demonstrated that PINNs outperform traditional methods, such as cubic spline interpolation and classical neural networks, providing more accurate reconstruction of velocity and pressure distributions, even under noisy or sparse data conditions. This confirms PINNs' ability to effectively integrate physical laws, particularly the Navier-Stokes equations, into the training process, which significantly improves the accuracy of physical field reconstruction. The authors underscore the significant potential of PINNs for applications where traditional methods are limited by data quality or volume, as the integration of physical laws into the network structure ensures adherence to physical constraints.

A novel PINNs architecture, named WaveNets, was introduced for the full reconstruction of rotational flow fields under large, high-amplitude periodic water waves. This model, developed by Chen et al. (2024), comprises two distinct neural networks: one predicts the free surface profile, and the other predicts the velocity and pressure fields. Its loss function meticulously integrates Euler's equations and other physical knowledge about wave processes. It also utilizes a novel dynamic sampling point updating method for residual evaluation, which is critically important given that the free surface forms during training. Thanks to highly accurate datasets generated by the numerical continuation method, WaveNets is capable of reconstructing the wave surface and flow field using only a small amount of data, both on the surface and within the flow, for both single-layer and two-layer rotational flows. The accuracy of vorticity estimation

can be significantly improved by adding a redundant physical constraint according to prior information about its distribution, underscoring the model's effectiveness under conditions of strong nonlinearity and complex free surface geometry.

The construction of a metamodel based on PINNs for predicting Reynolds-averaged separated turbulent flow around a DU99W350 airfoil at varying angles of attack is a central aspect of the research by Harmening et al. (2024). The model was trained on a limited set of simulation data for specific angles of attack, demonstrating the ability to predict velocity and pressure fields for arbitrary angles within the range of  $10.0^\circ$  to  $17.5^\circ$ , encompassing both interpolation and extrapolation. The results showed successful prediction of flow separation development on the airfoil's upper surface with changing angles of attack, achieving high accuracy, even near the wall. The sensitivity analysis conducted concerning the Reynolds number, the quantity and distribution of training data, and the choice of turbulence model, highlighted the advantages of the Reynolds pseudo-stress method and the importance of having labeled data within the domain. This research confirms the effectiveness of PINNs for creating accurate surrogate models of flow around airfoils with variable geometry, thereby reducing the need for extensive simulation.

A highly efficient framework for PINNs to identify parameters of beam structural models is presented in a study by Teloli et al. (2025). The work aimed to solve inverse problems in structural analysis, specifically determining mechanical properties like stiffness and mass, based on limited displacement and strain data. A key feature is the integration of physical laws, particularly beam theory equations, directly into the neural network's training process. This ensures the physical consistency of results even with limited or noisy data. The research demonstrated that the proposed approach can accurately recover model parameters even under uncertain boundary conditions and with a limited volume of data. It also showed high accuracy in predicting the dynamic behavior of beam structures compared to experimental data. This underscores the model's ability to generalize and apply to various scenarios without needing extensive training data, opening possibilities for real-time condition monitoring and damage diagnosis.

The PINN framework developed by Zhu et al. (2025) offers a simultaneous approach for discovering hidden solid boundaries and reconstructing flow fields based on limited observations. The model's uniqueness lies in the integration of a fractional body parameter into the governing equations, which allows for adherence to no-penetration and no-slip conditions in solid regions while preserving hydrodynamic conservation laws. This enables the simultaneous reconstruction of an unknown flow field and the determination of the body's fractional distribution, thereby detecting hidden boundaries. Testing the framework across diverse scenarios, including incompressible Navier–Stokes flows and compressible Euler flows (e.g., steady flow around a fixed cylinder, oscillating cylinder, and subsonic flow over an airfoil), demonstrated accurate hidden boundary detection, reconstruction of missing flow data, and estimation of moving body trajectories and velocities. Further analysis confirmed the method's robustness to sparse data, velocity-only measurements, and noise, making it a promising tool for applications where only limited experimental or numerical data are available, particularly in aerodynamics, biomedical imaging, and marine engineering.

### Safety-oriented physical condition modeling

For safety-oriented physical condition modeling, particularly in the context of analyzing temperature fields and thermal loads in critical systems, the research by Cai et al. (2021) demonstrates significant potential. This work explores the application of PINNs to solve inverse heat transfer problems in forced and mixed convection regimes, as well as the Stefan problem with a moving phase-change boundary. This is especially relevant in situations with limited or unknown boundary conditions where traditional methods prove ineffective. PINNs demonstrated the ability to accurately reconstruct temperature and velocity fields, and successfully recover the position of the moving boundary and corresponding fields using only a limited number of internal temperature measurements. This included the successful modeling of thermal processes in complex power electronics thermal design. Thus, PINNs are a powerful tool for solving ill-posed heat transfer problems, unifying computational and experimental approaches, which is critically important for

predicting potentially unsafe system operating modes in the interest of safety.

A method for identifying parameters of structural systems with multiphysics damping, based on PINNs, is presented in a study by Liu and Meidani (2023). Their development, named PIDynNet, aims to accurately determine the parameters of nonlinear structural systems, accounting for the complex interaction between mechanical and thermal processes. The essence of this approach lies in integrating physical laws describing structural dynamics and heat transfer directly into the neural network's architecture. This allows the model to learn from limited data while maintaining high physical fidelity in its results. The research showed that PIDynNet can accurately identify parameters even with limited or noisy data, successfully predicting the system's nonlinear response to unknown excitations. For effective training, subsampling and early stopping strategies were employed, which helped prevent overfitting and improved accuracy. This capability for accurate parameter identification in complex systems is critically important for structural integrity monitoring and assessing stability after, for instance, natural disasters, providing a basis for making safety-related decisions.

The modeling of finite deformation plasticity is the primary focus of research by Niu et al. (2023), which employs PINNs. The work aimed to develop an approach that accurately reproduces the behavior of materials during large deformations, including multi-step loading and unloading scenarios. The proposed PINN model directly integrates the physical laws describing the plastic behavior of materials into the neural network's structure, ensuring the physical consistency of results even when trained on limited data. The results demonstrated that the PINN model can accurately reproduce material behavior under finite deformations, successfully predicting the system's nonlinear response to multi-step loading and unloading, and exhibiting significant generalization capability. Furthermore, the performance of the PINN was evaluated in terms of accuracy and stability with mesh refinement and changes in network architecture. This ability to accurately model material behavior in critical pre-failure states is extremely important for ensuring the reliability and safety of engineering structures, allowing for the prediction of potential problems even with limited experimental data.

In the study by Chen et al. (2024), significant advancements have been made in modeling crack propagation and predicting the fatigue life of structures using PINNs. This research focuses on developing a methodology capable of accurately modeling crack behavior in materials under overload conditions. A key aspect of their work is the integration of asymptotic displacement functions near the crack tip into the PINN structure, which ensures highly accurate computation of stress intensity factors without the need for local mesh refinement. An automated crack propagation modeling method was proposed that does not require changes to the network architecture or node distribution during the process, only modifications to the loss functions. Additionally, an algorithm for fatigue life prediction under overloads was developed, which accurately predicts crack propagation delay and the overall life of structures under cyclic loading with periodic overloads. Such a capability for precisely predicting crack behavior, especially under overload conditions, is critically important for maintaining the safety and reliability of complex engineering systems, where monitoring critical states and predicting remaining useful life play a crucial role.

For the purposes of Safety-oriented physical condition modeling, particularly in the context of preventing failures due to stress concentration, Imran Azeem and Pinho (2024) developed a physics-informed machine learning model for predicting stresses in composite structures with open holes, accounting for finite-size effects. The goal of this work was to create a fast and accurate method for stress prediction within a global-local modeling context, which is crucial for aircraft design. Traditional analytical solutions often fail to consider finite-size effects, and semi-analytical methods have limited accuracy. The proposed model, which combines analytical solutions with machine learning methods, demonstrated accuracy comparable to analytical solutions for infinite width, and surpassed them in cases of finite dimensions. It provides highly accurate stress predictions under uniaxial and biaxial loading, utilizing significantly less training data due to the integration of analytical solutions. This allows for reduced computational costs and increased prediction accuracy, both of which are critically important for ensuring structural integrity and safety in aerospace engineering.

Modeling the behavior of materials under simultaneous thermal and mechanical loads, which is critically important for safety-oriented physical condition modeling in geotechnical and other applications, is the central theme of research by Yang et al. (2024). They proposed the application of PINNs to solve the problem of thermoelastic cavity expansion under plane strain conditions. The authors formulated the relevant partial differential equations, normalized them into dimensionless form, and integrated them into the PINN structure. This allowed the model to learn based on physical laws without the need for extensive experimental data. The study's results showed that the proposed PINN model can accurately predict temperature, stress, and strain distributions, which is confirmed by comparison with analytical solutions. Furthermore, the model demonstrated stability and efficiency in solving problems with various material parameters and loading conditions, indicating its versatility and potential for accurate prediction of critical states in complex thermoelastic processes.

The method of PINNs developed by Liao et al. (2025) is designed for identifying parameters and predicting the remaining useful life (RUL) of fatigue crack growth. This research aimed to create a model that accurately determines crack growth parameters and forecasts their future development, which is crucial for assessing the durability of structures. A key feature of the proposed approach lies in the integration of physical laws describing the crack growth process directly into the neural network's structure. This allows the model to learn from limited data while maintaining high physical fidelity and accuracy of results. Experimental data confirmed that PINNs can accurately reproduce fatigue crack growth behavior and predict the RUL of structures, even under limited or noisy data conditions. The model successfully identified key parameters influencing crack growth and demonstrated its ability to generalize. This methodology, which provides reliable predictions even with restricted data, is particularly valuable for ensuring the reliability and structural health monitoring of engineering structures, where accurate prediction of critical damage is essential for safe operation.

### Subsystem interaction modeling

An innovative approach to solving complex multi-physical problems was presented by Nguyen et al. (2022) in their work. They developed a new methodology called PINNs-DDM, which effectively integrated PINNs with the Domain Decomposition Method (DDM). This synergy allowed for accurate modeling of interactions between various physical processes, such as fluid dynamics and scalar transport in confined spaces. Practical application of the method to Poisson and Burgers' equations, as well as in aerosol dispersion modeling, confirmed its high accuracy even with a limited amount of training data, which is critically important for real-world applications. The authors emphasized that PINNs-DDM is a flexible and efficient tool, capable of adapting to different types of differential equations and conditions, thus opening new possibilities for systemic analysis.

A significant contribution to the field of identifying nonlinear structural systems with multi-physical damping properties, particularly interactions with a thermal environment, was made by Liu and Meidani (2023). They presented an innovative method called PIDynNet, which effectively combined PINNs with additional loss functions. This allowed for increased accuracy in estimating system parameters, considering both structural dynamics and heat transfer. The research demonstrated that PIDynNet surpassed traditional methods, such as the Extended Kalman Filter, providing more precise identification and the ability to generalize nonlinear responses to new excitations, even with limited data. The authors emphasized that integrating physical knowledge into the neural network's structure significantly improved the efficiency of identifying nonlinear parameters in limited and noisy data environments.

The application of PINNs for predicting the separated turbulent Reynolds flow field around a DU99W350 airfoil at varying angles of attack became a central achievement in the study by Harmenting et al. (2024). They successfully created a data-driven meta-model that effectively predicted the spanwise-averaged velocity and pressure in the flow, utilizing a limited set of numerical simulations. This model was trained by incorporating boundary conditions and the Navier-Stokes equations, which guaranteed the physical correctness of the results. The research showed that the developed PINN accurately predicted the evolution of flow separation on the airfoil's

suction surface across an angle of attack range from  $10^\circ$  to  $17.5^\circ$ , maintaining high accuracy even near the wall. This confirmed the potential of PINNs as a powerful tool for creating surrogate flow models under data-limited conditions.

A recent study by Beitlmal (2025) presented a ground-breaking hybrid methodology for addressing complex multiscale fluid-structure interaction (FSI) challenges. This novel approach masterfully combined PINNs and the finite element method (FEM). A key aspect of their work involved utilizing PINNs to meticulously model microscopic phenomena, such as turbulence, specifically at the fluid-structure boundaries. This setup facilitated a dynamic, two-way data exchange with the FEM component. The results were quite impressive: their proposed model delivered a fivefold improvement in computational speed when benchmarked against conventional LES-FEM methods. Furthermore, it exhibited a 20% gain in accuracy for tasks like simulating wind turbine blade vibrations and precisely identifying arterial stiffness, outperforming purely FEM-driven solutions. This research compellingly illustrated the power of merging the physically-informed capabilities of neural networks with the well-established accuracy of FEM, ultimately leading to substantial reductions in computational burden.

In a study, Bianchi et al. (2025) introduced an innovative approach to evaluating the dynamic model of unmanned aerial vehicles (UAVs) using PINNs. Their methodology integrated physical laws directly into the neural network's architecture, which allowed for efficient resolution of UAV system identification problems even with limited, nonlinear, and noisy data. The research demonstrated that the proposed PINN method surpassed the traditional Extended Kalman Filter (EKF) in both accuracy and computational speed, providing enhanced adaptability and reduced computational costs, critically important for real-time applications. This approach highlighted the potential of PINNs as a robust tool for modeling and evaluating complex dynamic systems while minimizing the need for continuous network retraining.

### Environmental variable prediction

A novel approach to predicting troposphere temperature was presented by Chen et al. (2021), who developed a Physics-informed Generative neural network (PGnet). This innovative model combined fundamental physical constraints, describing heat transfer and diffusion processes, with the powerful capabilities of deep learning to achieve significantly more accurate forecasts of 500 hPa temperature fields. PGnet functioned in two stages: first, physically-constrained prediction, followed by result correction using a generative neural network that employed a mask to identify and improve low-quality predictions. Experiments with ERA5 data confirmed the superiority of PGnet-Momentum over traditional methods (CDNN, ConvLSTM, DeepRNN), demonstrating the lowest Mean Squared Error (MSE = 8.877), the highest correlation coefficient (CORR = 0.9860), and improved SSIM and PSNR metrics. This underscored the effectiveness of integrating physical laws and deep learning for accurate prediction of complex atmospheric phenomena.

An approach to reconstructing acoustic fields in pipes, particularly under conditions of limited and noisy measurements, was proposed by Luan et al. (2025a). Their research demonstrated how PINNs can effectively recover acoustic fields, even when radiation parameters remain unknown. A key achievement was the model's ability to accurately reconstruct acoustic fields using only pressure data from the pipe's outlet end. Importantly, their Fine-Tuning PINN (PINN-FTM) method showed higher accuracy and noise robustness compared to traditional optimization methods. Thus, the authors proved that PINNs are a highly promising tool for solving inverse problems in acoustic analysis under data-insufficient conditions, which is critically important for evaluating the acoustic characteristics of systems where classical approaches cannot be applied.

In the realm of near-field acoustic field reconstruction, Luan et al. (2025b) introduced the Physics-Informed Neural Network-Driven Sparse Field Discretization (PINN-SFD) methodology. This approach innovatively combined physics-informed neural networks with sparse field discretization, integrating the Kirchhoff-Helmholtz integral as a wave propagation model. Importantly, the method did not require a large training dataset and operated in a self-learning mode. Experimental data confirmed that PINN-SFD ensured high accuracy in reconstructing acoustic fields across various vibrational modes, surpassing the traditional Compressive-Equivalent

Source Method (C-ESM). An additional advantage was its reduced sensitivity to regularization parameters, making it particularly valuable for practical application in conditions of limited data and complex vibrational modes.

Focusing on the "gradient pathology" issue in traditional PINNs, which leads to inaccurate predictions, Chatterjee et al. (2024) developed and implemented a modified loss function in MATLAB. This modification substantially increased approximation accuracy without additional computational cost. Their research demonstrated how the updated PINNs effectively solved both direct and inverse problems in structural vibrations, specifically for single and two-degree-of-freedom systems. The choice of MATLAB for implementation made this tool accessible and convenient for a wider scientific audience, including those not working with Python. The authors indicated the promise of this approach for aerospace engineering, especially in tasks related to vibrations and the dynamic behavior of structures.

A new model for predicting aviation noise in airports was developed by Zhu et al. (2024), who successfully integrated the physical principles of the ECAC model with deep learning capabilities. This approach ensured a combination of the stability of physically-oriented methods with the high data accuracy characteristic of deep learning approaches. Their model achieved a mean absolute error of just 0.98 dBA when predicting sound exposure levels, indicating its exceptional effectiveness. The research showed that this hybrid model surpassed both purely physically-oriented and exclusively data-driven models in prediction accuracy and generalization ability, underscoring that the integration of physical knowledge significantly increased the stability and reliability of predictions, even in data-limited conditions.

The following collection of studies showcases the broad spectrum of applications for PINNs in modeling environmental and hydrodynamic processes. While not directly focused on the aerospace industry, these investigations offer valuable methodological approaches. For instance, Chuprov et al. (2025) developed a PINN for the inverse solution of the advection-diffusion problem aimed at localizing atmospheric pollution sources, revealing the model's high accuracy and stability. Gomes et al. (2022) demonstrated that incorporating parametric coefficients into PINNs significantly improved the prediction of boundary layers in reaction-advection-diffusion problems. In their work, Hu and Kabala (2023) applied PINNs to model aerosol-cloud-precipitation interactions based on the conceptual Koren-Feingold scheme, ensuring accurate reconstruction of spatiotemporal changes with limited data. Another important area of research involves analyzing pollutant transport in soils and water. Ke et al. (2025) showed that pre-trained PINNs successfully solved both direct and inverse transport problems in porous media even with noisy observations, while Omarova et al. (2023) employed a PINN to simulate river silting, reproducing velocity and pressure distributions with high fidelity. Qi et al. (2024) developed PINN models for 2D shallow water equations that did not require labeled data and demonstrated competitive accuracy compared to finite volume methods. Finally, Ranjith (2023) proved that PINNs can model pollutant propagation in obstructed environments with extremely fast computation speeds and high accuracy. All these studies confirm the flexibility and effectiveness of PINNs in approximating pollution fields, forecasting hydrodynamic or atmospheric variables, and reconstructing complex physical processes. Despite lacking a direct connection to aerospace systems, the methodological advancements from this research can be adapted for modeling the environmental impacts of aerospace activities, specifically in predicting noise fields, emissions, and atmospheric interactions.

### Discussion

The idea to undertake this review was inspired by the study of Ghalambaz et al. (2024), which documented a sharp surge in research activity related to Physics-Informed Neural Networks (PINNs). In 2019, only 37 papers were published on the topic, whereas by the end of 2022, the number had increased to 527, with a cumulative corpus of 996 reviewed publications. Such dynamics suggest a transition of PINNs from a niche approach to a mainstream tool within the domain of scientific machine learning. This rapid development motivated the present work. Initially, we anticipated the emergence of underrepresented domains in the application landscape of PINNs and thus designed a deliberately



comprehensive and even somewhat redundantly detailed taxonomy to capture such gaps.

The proposed four-tier taxonomy served not only as a conceptual framework but also as a methodological instrument for structuring the literature review. Grounded in physical, operational, and systemic characteristics of aerospace engineering tasks, it encompasses Physical Modeling, Dynamic Analysis, Functional Evaluation, and System-Level Assessment. All selected sources were categorized in accordance with this framework, and each tier was populated with relevant examples, confirming the comprehensiveness of the classification.

As the literature review progressed, the suitability of the taxonomy became increasingly evident. Although the availability and accessibility of studies varied across tiers, representative applications of PINNs were identified in all categories. In some instances, locating pertinent sources required a broader disciplinary search, but their relevance to the defined categories was consistently substantiated. The resulting structure emerged not as a theoretical abstraction, but as a practically validated scheme for organizing existing research.

Early assumptions concerning the lack of studies in areas such as acoustics, optics, or environmental impact assessment did not hold. While these domains are indeed less frequently addressed compared to more established fields like aerodynamics or structural mechanics, publications were nonetheless found that demonstrate the feasibility of applying PINNs to such problems. This suggests that these areas are not entirely unexplored but are still in the early stages of methodological development, requiring further scholarly attention to mature into fully fledged subfields.

One recurring observation in the literature is the absence of standardized approaches to PINN implementation. Most studies feature bespoke neural network architectures and problem formulations tailored to specific tasks. As a result, generalizations regarding methodological limitations remain elusive. The diversity of approaches reflects both the flexibility of the framework, and the challenges associated with its formal consolidation. The lack of convergence toward canonical practices highlights the need for future efforts aimed at formalizing design strategies and training procedures.

Although we initially intended to synthesize the reviewed studies into a unified analytical model, this proved impractical due to the broad and even coverage of all tiers of the taxonomy. The presence of relevant research across the entire framework precluded the identification of structural voids that could serve as anchor points for comparative or meta-analytic synthesis. Nevertheless, the taxonomy itself serves as a valuable outcome of this study, offering a coherent system for classifying PINNs applications in aerospace contexts and guiding subsequent research trajectories.

In summary, the review confirmed the validity of the proposed classification and revealed a wide distribution of PINNs applications across the aerospace domain. While the current research landscape is characterized by methodological diversity and the absence of uniform implementation strategies, the breadth of existing applications underscores the adaptability and relevance of PINNs for complex engineering tasks. Moving forward, the focus may shift from discovering novel application areas to the consolidation of methodological standards and the refinement of theoretical underpinnings that will support broader and more robust integration of PINNs into aerospace system design and analysis.

## References

- Abdulkadrirov, R., Lyakhov, P., Butusov, D., Nagornov, N., & Kalita, D. (2025). Physics-Aware Machine Learning Approach for High-Precision Quadcopter Dynamics Modeling. *Drones*, 9(3), 187. <https://doi.org/10.3390/drones9030187>
- Almajid, M. M., & Abu-Al-Saud, M. O. (2022). Prediction of porous media fluid flow using physics informed neural networks. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 208, 109205. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2021.109205>
- Ang, E., & Ng, B. F. (2022). Physics-informed neural networks for flow around airfoil. In *AIAA Scitech 2022 Forum* (p. 0187). <https://doi.org/10.2514/6.2022-0187>
- Antonelo, E. A., Camponogara, E., Seman, L. O., Jordanou, J. P., de Souza, E. R., & Hübner, J. F. (2024). Physics-informed neural nets for control of dynamical systems. *Neurocomputing*, 579, 127419. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2024.127419>
- Arzani, A., Cassel, K. W., & D'Souza, R. M. (2023). Theory-guided physics-informed neural networks for boundary layer problems with singular perturbation. *Journal of Computational Physics*, 473, 111768. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2022.111768>
- Aygun, A., & Karakus, A. (2022). Physics informed neural networks for two dimensional incompressible thermal convection problems. *Isı Bilimi ve Tekniği Dergisi*, 42(2), 221-232. <https://doi.org/10.47480/isibted.1194992>
- Aygun, A., Maulik, R., & Karakus, A. (2023). Physics-informed neural networks for mesh deformation with exact boundary enforcement. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 125, 106660. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.106660>

## Limitations and Future Directions of the Taxonomy

The proposed four-tier taxonomy, while methodologically grounded and sufficiently comprehensive for the scope of this review, was intentionally designed with a degree of redundancy. This is evident in the observation that certain studies could reasonably be assigned to more than one tier, a feature that reflects the inherent interdisciplinarity of aerospace tasks and was anticipated during the taxonomy's development.

Despite this flexibility, a notable limitation of the current framework lies in its initial omission of a category that addresses the relationship between design parameters and manufacturing outcomes. Specifically, we now identify a prospective fifth tier, which we propose to name **Tier 5. Applied Manufacturing Performance**. This category encompasses research focused on predicting the realized properties of manufactured components—such as composite structures—based on process-sensitive parameters originating from the design phase. It bridges a critical methodological gap between abstract physical modeling and the empirical realities of production, where fabrication methods and tolerances substantially affect structural performance and reliability.

The absence of this tier in the original formulation was due to the assumption that the volume of relevant studies would be insufficient for meaningful analysis. However, subsequent literature mapping has revealed a growing interest in this direction, and we therefore recognize the value of integrating this domain into future iterations of the taxonomy.

## Conclusions

This review introduced and validated a four-tier taxonomy for classifying applications of Physics-Informed Neural Networks (PINNs) in aerospace engineering. The taxonomy—comprising Physical Modeling, Dynamic Analysis, Functional Evaluation, and System-Level Assessment—proved adequate for organizing a broad and diverse body of literature. Each tier was supported by representative implementations, confirming the taxonomy's practical relevance.

The distribution of sources across all levels revealed a wider-than-expected application landscape. Areas initially presumed underrepresented, such as acoustics or environmental impact analysis, were found to be present, albeit less developed. This outcome demonstrates that PINNs have already been applied across the full spectrum of aerospace tasks and confirms the flexibility of the proposed classification.

While methodological diversity across studies precluded generalization or meta-analysis, the taxonomy itself offers a foundation for further systematization. Its utility lies in guiding the mapping, comparison, and future refinement of PINNs applications.

As the field progresses, there is a growing need for methodological consolidation. Future research should aim to establish benchmark tasks, standardize evaluation protocols, and expand the taxonomy to include domains such as manufacturing-aware modeling, thus supporting reproducibility and scalability in aerospace system design.

- Baldan, M., Di Barba, P., & Lowther, D. A. (2023). Physics-Informed Neural Networks for Inverse Electromagnetic Problems. *IEEE Transactions on Magnetics*, 59(5), 1–5. <https://doi.org/10.1109/tmag.2023.3247023>
- Baramia, H., & Esmaeilpour, M. (2022). On the application of physics informed neural networks (PINN) to solve boundary layer thermal-fluid problems. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 132, 105890. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2022.105890>
- Barmada, S., Barba, P. D., Formisano, A., Mognaschi, M. E., & Tucci, M. (2024). Physics-informed Neural Networks for the Resolution of Analysis Problems in Electromagnetics. *The Applied Computational Electromagnetics Society Journal (ACES)*, 841–848. <https://doi.org/10.13052/2023.aces.j.381102>
- Bastek, J.-H., & Kochmann, D. M. (2023). Physics-Informed Neural Networks for shell structures. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 97, 104849. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2022.104849>
- Beitlmal, A. O. (2025). A Hybrid Physics-Informed Neural Network (PINN) And Finite Element Method (FEM) Framework for Multiscale Fluid-Structure Interaction Problems. *RA Journal of Applied Research*, 11(04). <https://doi.org/10.47191/rajar/v11i4.11>
- Bianchi, D., Epicoco, N., Di Ferdinando, M., Di Gennaro, S., & Pepe, P. (2024). Physics-Informed Neural Networks for Unmanned Aerial Vehicle System Estimation. *Drones*, 8(12), 716. <https://doi.org/10.3390/drones8120716>
- Bobzin, K., Heinemann, H., & Dokhanchi, A. (2025). Physics-Informed Neural Networks for Predicting Particle Properties in Plasma Spraying. *Journal of Thermal Spray Technology*, 34(2–3), 885–892. <https://doi.org/10.1007/s11666-025-01965-x>
- Borate, P., Riviere, J., Marone, C., Mali, A., Kifer, D., & Shokouhi, P. (2023). Using a physics-informed neural network and fault zone acoustic monitoring to predict lab earthquakes. *Nature Communications*, 14(1). <https://doi.org/10.1038/s41467-023-39377-6>
- Bowman, B., Oian, C., Kurz, J., Khan, T., Gil, E., & Gamez, N. (2023). Physics-Informed Neural Networks for the Heat Equation with Source Term under Various Boundary Conditions. *Algorithms*, 16(9), 428. <https://doi.org/10.3390/a16090428>
- Brumand-Poor, F., Barlog, F., Plückhahn, N., Thebelt, M., Bauer, N., & Schmitz, K. (2024). Physics-Informed Neural Networks for the Reynolds Equation with Transient Cavitation Modeling. *Lubricants*, 12(11), 365. <https://doi.org/10.3390/lubricants12110365>
- Cai, S., Wang, Z., Wang, S., Perdikaris, P., & Karniadakis, G. E. (2021). Physics-Informed Neural Networks for Heat Transfer Problems. *Journal of Heat Transfer*, 143(6). <https://doi.org/10.1115/1.4050542>
- Cao, W., Song, J., & Zhang, W. (2024). A solver for subsonic flow around airfoils based on physics-informed neural networks and mesh transformation. *Physics of Fluids*, 36(2). <https://doi.org/10.1063/5.0188665>
- Chatterjee, T., Friswell, M. I., Adhikari, S., & Khodaparast, H. H. (2024). MATLAB Implementation of Physics Informed Deep Neural Networks for Forward and Inverse Structural Vibration Problems. *Aerospace Research Communications*, 2. <https://doi.org/10.3389/arc.2024.13194>
- Chen, D., Li, Y., Liu, K., & Li, Y. (2023). A physics-informed neural network approach to fatigue life prediction using small quantity of samples. *International Journal of Fatigue*, 166, 107270. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2022.107270>
- Chen, L., Li, B., Luo, C., & Lei, X. (2024). WaveNets: physics-informed neural networks for full-field recovery of rotational flow beneath large-amplitude periodic water waves. *Engineering with Computers*, 40(5), 2819–2839. <https://doi.org/10.1007/s00366-024-01944-w>
- Chen, Y., & Dal Negro, L. (2022). Physics-informed neural networks for imaging and parameter retrieval of photonic nanostructures from near-field data. *APL Photonics*, 7(1). <https://doi.org/10.1063/5.0072969>
- Chen, Y., Wang, C., Hui, Y., Shah, N. V., & Spivack, M. (2024). Surface Profile Recovery from Electromagnetic Fields with Physics-Informed Neural Networks. *Remote Sensing*, 16(22), 4124. <https://doi.org/10.3390/rs16224124>
- Chen, Z., Dai, Y., & Liu, Y. (2024). Crack propagation simulation and overload fatigue life prediction via enhanced physics-informed neural networks. *International Journal of Fatigue*, 186, 108382. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2024.108382>
- Chen, Z., Gao, J., Wang, W., & Yan, Z. (2021). Physics-informed generative neural network: an application to troposphere temperature prediction. *Environmental Research Letters*, 16(6), 065003. <https://doi.org/10.1088/1748-9326/abfde9>
- Chifu, V. R., Cioara, T., Pop, C. B., Anghel, I., & Pelle, A. (2024). Physics-Informed Neural Networks for Heat Pump Load Prediction. *Energies*, 18(1), 8. <https://doi.org/10.3390/en18010008>
- Choi, T., & Lee, D. (2023). Physics-Informed, Data-Driven Model for Atmospheric Corrosion of Carbon Steel Using Bayesian Network. *Materials*, 16(15), 5326. <https://doi.org/10.3390/ma16155326>
- Chuprov, I., Derkach, D., Efremenko, D., & Kychkin, A. (2025). Application of Physics-Informed Neural Networks for Solving the Inverse Advection-Diffusion Problem to Localize Pollution Sources. *arXiv preprint arXiv:2503.18849*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2503.18849>
- D'Ambrosio, A., & Furfaro, R. (2024). Learning Fuel-Optimal Trajectories for Space Applications via Pontryagin Neural Networks. *Aerospace*, 11(3), 228. <https://doi.org/10.3390/aerospace11030228>
- D'Ambrosio, A., Schiassi, A., Curti, F., & Furfaro, R. (2021). Physics-informed neural networks for optimal proximity maneuvers with collision avoidance around asteroids. In *2021 AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference*. Big Sky, MT, United States. <https://hdl.handle.net/11573/1576340>
- Dourado, A., & Viana, F. A. C. (2019). Physics-Informed Neural Networks for Corrosion-Fatigue Prognosis. *Annual Conference of the PHM Society*, 11(1). <https://doi.org/10.36001/phmconf.2019.v11i1.814>
- Farea, A., Yli-Harja, O., & Emmert-Streib, F. (2024). Understanding Physics-Informed Neural Networks: Techniques, Applications, Trends, and Challenges. *AI*, 5(3), 1534–1557. <https://doi.org/10.3390/ai5030074>
- Faroughi, S. A., Pawar, N. M., Fernandes, C., Raissi, M., Das, S., Kalantari, N. K., & Kourosh Mahjour, S. (2024). Physics-Guided, Physics-Informed, and Physics-Encoded Neural Networks and Operators in Scientific Computing: Fluid and Solid Mechanics. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 24(4). <https://doi.org/10.1115/1.4064449>
- Fieramosca, F., Rampa, V., D'Amico, M., & Savazzi, S. (2024). Physics-informed generative neural networks for RF propagation prediction with application to indoor body perception. In *2024 18th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP)* (pp. 1–5). IEEE. <https://doi.org/10.23919/eucap60739.2024.10501077>
- Fowler, E., McDevitt, C. J., & Roy, S. (2024). Physics-informed neural network simulation of thermal cavity flow. *Scientific Reports*, 14(1). <https://doi.org/10.1038/s41598-024-65664-3>
- Ghaderi, A., Akbari, R., Chen, Y., & Dargazany, R. (2022). A knowledge-driven physics-informed neural network model; pyrolysis and ablation of polymers. *arXiv preprint arXiv:2209.11749*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2209.11749>
- Ghalambaz, M., Sheremet, M. A., Khan, M. A., Raizah, Z., & Shafi, J. (2024). Physics-informed neural networks (P INNs): application categories, trends and impact. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 34(8), 3131–3165. <https://doi.org/10.1108/hff-09-2023-0568>
- Gholampour, M., Hashemi, Z., Wu, M. C., Liu, T. Y., Liang, C. Y., & Wang, C.-C. (2024). Parameterized physics-informed neural networks for a transient thermal problem: A pure physics-driven approach. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 159, 108330. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2024.108330>
- Ghosh, A., Elhamod, M., Bu, J., Lee, W.-C., Karpatri, A., & Podolskiy, V. A. (2022). Physics-Informed Machine Learning for Optical Modes in Composites. *Advanced Photonics Research*, 3(11). Portico. <https://doi.org/10.1002/adpr.202200073>
- Gigli, C., Saba, A., Ayoub, A. B., & Psaltis, D. (2023). Predicting nonlinear optical scattering with physics-driven neural networks. *APL Photonics*, 8(2). <https://doi.org/10.1063/5.0119186>
- Gomes, A. T. A., da Silva, L. M., & Valentin, F. (2022). Improving boundary layer predictions using parametric physics-aware neural networks. In *Latin American High Performance Computing Conference* (pp. 90–102). Cham: Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-23821-5\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-031-23821-5_7)

- Gu, W., Primatesta, S., & Rizzo, A. (2024). Physics-informed Neural Network for Quadrotor Dynamical Modeling. *Robotics and Autonomous Systems*, 171, 104569. <https://doi.org/10.1016/j.robot.2023.104569>
- Gustafsson, E., & Andersson, M. (2024). Investigating the Effects of Labeled Data on Parameterized Physics-Informed Neural Networks for Surrogate Modeling: Design Optimization for Drag Reduction over a Forward-Facing Step. *Fluids*, 9(12), 296. <https://doi.org/10.3390/fluids9120296>
- Hanrahan, S., Kozul, M., & Sandberg, R. D. (2023). Studying turbulent flows with physics-informed neural networks and sparse data. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 104, 109232. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2023.109232>
- Harmening, J. H., Pioch, F., Fuhrig, L., Peitzmann, F.-J., Schramm, D., & el Moutar, O. (2024). Data-assisted training of a physics-informed neural network to predict the separated Reynolds-averaged turbulent flow field around an airfoil under variable angles of attack. *Neural Computing and Applications*, 36(25), 15353–15371. <https://doi.org/10.1007/s00521-024-09883-9>
- Hijazi, S., Freitag, M., & Landwehr, N. (2023). POD-Galerkin reduced order models and physics-informed neural networks for solving inverse problems for the Navier–Stokes equations. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 10(1). <https://doi.org/10.1186/s40323-023-00242-2>
- Hu, A. V., & Kabala, Z. J. (2023). Predicting and Reconstructing Aerosol–Cloud–Precipitation Interactions with Physics-Informed Neural Networks. *Atmosphere*, 14(12), 1798. <https://doi.org/10.3390/atmos14121798>
- Hu, H., Qi, L., & Chao, X. (2024). Physics-informed Neural Networks (PINN) for computational solid mechanics: Numerical frameworks and applications. *Thin-Walled Structures*, 205, 112495. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2024.112495>
- Ihunde, T. A., & Olorode, O. (2022). Application of physics informed neural networks to compositional modeling. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 211, 110175. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2022.110175>
- Imran Azeem, O. A., & Pinho, S. T. (2024). A physics-informed machine learning model for global-local stress prediction of open holes with finite-width effects in composite structures. *Journal of Composite Materials*, 58(23), 2501–2514. <https://doi.org/10.1177/00219983241281073>
- Jagtap, A. D., Mao, Z., Adams, N., & Karniadakis, G. E. (2022). Physics-informed neural networks for inverse problems in supersonic flows. *Journal of Computational Physics*, 466, 111402. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2022.111402>
- Jallili, D., Jang, S., Jadidi, M., Giustini, G., Keshmiri, A., & Mahmoudi, Y. (2024). Physics-informed neural networks for heat transfer prediction in two-phase flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 221, 125089. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.125089>
- Janssen, J. A., Haikal, G., DeCarlo, E. C., Hartnett, M. J., & Kirby, M. L. (2024). A Physics-Informed General Convolutional Network for the Computational Modeling of Materials With Damage. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 24(11). <https://doi.org/10.1115/1.4063863>
- Jiao, L., Song, X., You, C., Liu, X., Li, L., Chen, P., Tang, X., Feng, Z., Liu, F., Guo, Y., Yang, S., Li, Y., Zhang, X., Ma, W., Wang, S., Bai, J., & Hou, B. (2024). AI meets physics: a comprehensive survey. *Artificial Intelligence Review*, 57(9). <https://doi.org/10.1007/s10462-024-10874-4>
- Karniadakis, G. E., Kevrekidis, I. G., Lu, L., Perdikaris, P., Wang, S., & Yang, L. (2021). Physics-informed machine learning. *Nature Reviews Physics*, 3(6), 422–440. <https://doi.org/10.1038/s42254-021-00314-5>
- Ke, Z.-W., Wei, S.-J., Yao, S.-Y., Chen, S., Chen, Y.-M., & Li, Y.-C. (2025). Pre-trained Physics-Informed Neural Networks for Analysis of Contaminant Transport in Soils. *Computers and Geotechnics*, 180, 107055. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2025.107055>
- Keshavarz, S., Mao, Y., Reid, A. C. E., & Agrawal, A. (2025). Advancing material simulations: Physics-Informed Neural Networks and Object-Oriented Crystal Plasticity Finite Element Methods. *International Journal of Plasticity*, 185, 104221. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2024.104221>
- Khalid, S., Yazdani, M. H., Azad, M. M., Elahi, M. U., Raouf, I., & Kim, H. S. (2024). Advancements in Physics-Informed Neural Networks for Laminated Composites: A Comprehensive Review. *Mathematics*, 13(1), 17. <https://doi.org/10.3390/math13010017>
- Li, H., Gou, L., Li, H., & Liu, Z. (2023). Physics-Guided Neural Network Model for Aeroengine Control System Sensor Fault Diagnosis under Dynamic Conditions. *Aerospace*, 10(7), 644. <https://doi.org/10.3390/aerospace10070644>
- Li, H., Zhang, Z., Li, T., & Si, X. (2024). A review on physics-informed data-driven remaining useful life prediction: Challenges and opportunities. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 209, 111120. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2024.111120>
- Li, Y., & Liu, L. (2024). Physics-Informed Neural Network-Based Nonlinear Model Predictive Control for Automated Guided Vehicle Trajectory Tracking. *World Electric Vehicle Journal*, 15(10), 460. <https://doi.org/10.3390/wevj15100460>
- Li, Z., Bai, J., Ouyang, H., Martelli, S., Tang, M., Yang, Y., Wei, H., Liu, P., Wei, R., & Gu, Y. (2024). Physics-informed neural networks for friction-involved nonsmooth dynamics problems. *Nonlinear Dynamics*, 112(9), 7159–7183. <https://doi.org/10.1007/s11071-024-09350-z>
- Liao, W., Long, X., & Jiang, C. (2025). A physics-informed neural network method for identifying parameters and predicting remaining life of fatigue crack growth. *International Journal of Fatigue*, 191, 108678. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2024.108678>
- Lin, J., Chen, S., Yang, H., Jiang, Q., & Liu, J. (2025). A physics-informed neural network-based aerodynamic parameter identification method for aircraft. *Physics of Fluids*, 37(2). <https://doi.org/10.1063/5.0249130>
- Liu, T., & Meidani, H. (2023). Physics-Informed Neural Networks for System Identification of Structural Systems with a Multiphysics Damping Model. *Journal of Engineering Mechanics*, 149(10). <https://doi.org/10.1061/jenmdt.emeng-7060>
- Liu, Y. Y., Shen, J. X., Yang, P. P., & Yang, X. W. (2024). A CNN-PINN-DRL driven method for shape optimization of airfoils. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 19(1). <https://doi.org/10.1080/19942060.2024.2445144>
- Luan, X., Pezzoli, M., Antonacci, F., & Sarti, A. (2025b). Physics-Informed Neural Network-Driven Sparse Field Discretization Method for Near-Field Acoustic Holography. *arXiv preprint arXiv:2505.00897*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2505.00897>
- Luan, X., Yokota, K., & Scavone, G. (2025a). Acoustic Field Reconstruction in Tubes via Physics-Informed Neural Networks. *arXiv preprint arXiv:2505.12557*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2505.12557>
- Ma, J., Xiang, P., Yao, Q., Jiang, Z., Huang, J., & Li, H. (2025). Optimizing Aircraft Route Planning Based on Data-Driven and Physics-Informed Wind Field Predictions. *Mathematics*, 13(3), 367. <https://doi.org/10.3390/math13030367>
- Ma, M., Fu, L., Guo, X., & Zhai, Z. (2024). Incorporating Lasso Regression to Physics-Informed Neural Network for Inverse PDE Problem. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 141(1), 385–399. <https://doi.org/10.32604/cmes.2024.052585>
- Malashin, I., Tynchenko, V., Gantimurov, A., Nelyub, V., & Borodulin, A. (2025). Physics-Informed Neural Networks in Polymers: A Review. *Polymers*, 17(8), 1108. <https://doi.org/10.3390/polym17081108>
- Mao, Z., Jagtap, A. D., & Karniadakis, G. E. (2020). Physics-informed neural networks for high-speed flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 360, 112789. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2019.112789>
- Mariappan, S., Nath, K., & Em Karniadakis, G. (2024). Learning thermoacoustic interactions in combustors using a physics-informed neural network. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 138, 109388. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2024.109388>
- Meng, X., & Karniadakis, G. E. (2020). A composite neural network that learns from multi-fidelity data: Application to function approximation and inverse PDE problems. *Journal of Computational Physics*, 401, 109020. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2019.109020>
- Michek, N. E., Mehta, P., & Huebsch, W. W. (2024). Flight dynamic uncertainty quantification modeling using physics-informed neural networks. *AIAA Journal*, 62(11), 4234–4246. <https://doi.org/10.2514/6.2024-0575>
- Michek, N., Mehta, P., & Huebsch, W. (2023). Methodology Development of a Free-Flight Parameter Estimation Technique Using Physics-Informed Neural Networks. In *2023 IEEE Aerospace Conference* (pp. 1–18). IEEE. <https://doi.org/10.1109/aero55745.2023.10115728>
- Mishra, S., & Molinaro, R. (2021). Physics informed neural networks for simulating radiative transfer. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 270, 107705. <https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2021.107705>



- Moschou, S. P., Hicks, E., Parekh, R. Y., Mathew, D., Majumdar, S., & Vlahakis, N. (2023). Physics-informed neural networks for modeling astrophysical shocks. *Machine Learning: Science and Technology*, 4(3), 035032. <https://doi.org/10.1088/2632-2153/acf116>
- Mowlavi, S., & Nabi, S. (2023). Optimal control of PDEs using physics-informed neural networks. *Journal of Computational Physics*, 473, 111731. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2022.111731>
- Muralidhar, N., Bu, J., Cao, Z., He, L., Ramakrishnan, N., Tafti, D., & Karpatne, A. (2019). Physics-guided design and learning of neural networks for predicting drag force on particle suspensions in moving fluids. *arXiv preprint arXiv:1911.04240*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1911.04240>
- Nguyen, L., Raissi, M., & Seshaiyer, P. (2022). Efficient physics informed neural networks coupled with domain decomposition methods for solving coupled multi-physics problems. In *Advances in Computational Modeling and Simulation* (pp. 41-53). Singapore: Springer Nature Singapore. [https://doi.org/10.1007/978-981-16-7857-8\\_4](https://doi.org/10.1007/978-981-16-7857-8_4)
- Niu, S., Zhang, E., Bazilevs, Y., & Srivastava, V. (2023). Modeling finite-strain plasticity using physics-informed neural network and assessment of the network performance. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 172, 105177. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2022.105177>
- Oddiraju, M., Hasnain, Z., Bandyopadhyay, S., Sunada, E., & Chowdhury, S. (2024). Physics-Informed Machine Learning Towards a Real-Time Spacecraft Thermal Simulator. *AIAA Aviation Forum and Ascend 2024*. <https://doi.org/10.2514/6.2024-4204>
- Omarova, P., Amirgaliyev, Y., Kozbakova, A., & Ataniyazova, A. (2023). Application of Physics-Informed Neural Networks to River Silting Simulation. *Applied Sciences*, 13(21), 11983. <https://doi.org/10.3390/app132111983>
- Parfenyev, V., Blumenau, M., & Nikitin, I. (2024). Inferring Parameters and Reconstruction of Two-Dimensional Turbulent Flows with Physics-Informed Neural Networks. *JETP Letters*, 120(8), 599–607. <https://doi.org/10.1134/s0021364024602203>
- Pettit, C. L., & Wilson, D. K. (2020). A physics-informed neural network for sound propagation in the atmospheric boundary layer. In *Proceedings of Meetings on Acoustics* (Vol. 42, No. 1). AIP Publishing. <https://doi.org/10.1121/2.0001383>
- Pham, T., & Mai, L. (2024). Modeling of 2-phase flow in porous media using physics-informed neural network. *VNUHCM Journal of Engineering and Technology*, 6(S17), 111-121. <https://stdjet.scienceandtechnology.com.vn/index.php/stdjet/article/view/1247>
- Qi, S., & Sarris, C. D. (2023). Physics-informed neural networks for multiphysics simulations: Application to coupled electromagnetic-thermal modeling. In *2023 IEEE/MTT-S International Microwave Symposium-IMS 2023* (pp. 166-169). IEEE. <https://doi.org/10.1109/ims37964.2023.10188015>
- Qi, X., de Almeida, G. A. M., & Maldonado, S. (2024). Physics-informed neural networks for solving flow problems modeled by the 2D Shallow Water Equations without labeled data. *Journal of Hydrology*, 636, 131263. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2024.131263>
- Raissi, M., Perdikaris, P., & Karniadakis, G. E. (2019). Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 378, 686–707. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.10.045>
- Ramezankhani, M., Deodhar, A., Parekh, R. Y., & Birru, D. (2025). An advanced physics-informed neural operator for comprehensive design optimization of highly-nonlinear systems: An aerospace composites processing case study. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 142, 109886. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2024.109886>
- Ranjith, Y. (2023). 2D and 3D Physics Informed Neural Networks to Model Pollution Spread with Obstructions. In *Proceedings of the IEEE/ACM 10th International Conference on Big Data Computing, Applications and Technologies* (pp. 1-2). <https://doi.org/10.1145/3632366.3632380>
- Ren, X., Hu, P., Su, H., Zhang, F., & Yu, H. (2024). Physics-informed neural networks for transonic flow around a cylinder with high Reynolds number. *Physics of Fluids*, 36(3). <https://doi.org/10.1063/5.0200384>
- Roehrl, M. A., Runkler, T. A., Brandstetter, V., Tokic, M., & Obermayer, S. (2020). Modeling System Dynamics with Physics-Informed Neural Networks Based on Lagrangian Mechanics. *IFAC-PapersOnLine*, 53(2), 9195–9200. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2020.12.2182>
- Rosofsky, S. G., Al Majed, H., & Huerta, E. A. (2023). Applications of physics informed neural operators. *Machine Learning: Science and Technology*, 4(2), 025022. <https://doi.org/10.1088/2632-2153/acd168>
- Saba, A., Gigli, C., Ayoub, A. B., & Psaltis, D. (2022). Physics-informed neural networks for diffraction tomography. *Advanced Photonics*, 4(06). <https://doi.org/10.1117/1.ap.4.6.066001>
- Sahin, T., von Danwitz, M., & Popp, A. (2024). Solving forward and inverse problems of contact mechanics using physics-informed neural networks. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 11(1). <https://doi.org/10.1186/s40323-024-00265-3>
- Schiassi, E., D'Ambrosio, A., Drozd, K., Curti, F., & Furfaro, R. (2022). Physics-Informed Neural Networks for Optimal Planar Orbit Transfers. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 59(3), 834–849. <https://doi.org/10.2514/1.a35138>
- Schmid, J. D., Bauerschmidt, P., Gurbuz, C., Eser, M., & Marburg, S. (2024). Physics-informed neural networks for acoustic boundary admittance estimation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 215, 111405. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2024.111405>
- Schoder, S. (2025). Physics-Informed Neural Networks for Modal Wave Field Predictions in 3D Room Acoustics. *Applied Sciences*, 15(2), 939. <https://doi.org/10.3390/app15020939>
- Sedykh, A., Podapaka, M., Saginalieva, A., Pinto, K., Pflitsch, M., & Melnikov, A. (2024). Hybrid quantum physics-informed neural networks for simulating computational fluid dynamics in complex shapes. *Machine Learning: Science and Technology*, 5(2), 025045. <https://doi.org/10.1088/2632-2153/ad43b2>
- Seyed-Ahmadi, A., & Wachs, A. (2022). Physics-inspired architecture for neural network modeling of forces and torques in particle-laden flows. *Computers & Fluids*, 238, 105379. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2022.105379>
- Shadram, Z., Nguyen, T. M., Sideris, A., & Sirignano, W. A. (2022). Physics-aware neural network flame closure for combustion instability modeling in a single-injector engine. *Combustion and Flame*, 240, 111973. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2021.111973>
- Shao, K., Wu, Y., & Jia, S. (2023). An Improved Neural Particle Method for Complex Free Surface Flow Simulation Using Physics-Informed Neural Networks. *Mathematics*, 11(8), 1805. <https://doi.org/10.3390/math11081805>
- Sharma, P., Chung, W. T., Akoush, B., & Ihme, M. (2023). A Review of Physics-Informed Machine Learning in Fluid Mechanics. *Energies*, 16(5), 2343. <https://doi.org/10.3390/en16052343>
- Shi, Y., & Beer, M. (2024). Physics-informed neural network classification framework for reliability analysis. *Expert Systems with Applications*, 258, 125207. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2024.125207>
- Singh, V., Harursampath, D., Dhawan, S., Sahni, M., Saxena, S., & Mallick, R. (2024). Physics-Informed Neural Network for Solving a One-Dimensional Solid Mechanics Problem. *Modelling*, 5(4), 1532–1549. <https://doi.org/10.3390/modelling5040080>
- Son, S., Lee, H., Jeong, D., Oh, K.-Y., & Ho Sun, K. (2023). A novel physics-informed neural network for modeling electromagnetism of a permanent magnet synchronous motor. *Advanced Engineering Informatics*, 57, 102035. <https://doi.org/10.1016/j.aei.2023.102035>
- Song, M., Tang, X., Xing, J., Liu, K., Luo, K., & Fan, J. (2024). Physics-informed neural networks coupled with flamelet/progress variable model for solving combustion physics considering detailed reaction mechanism. *Physics of Fluids*, 36(10). <https://doi.org/10.1063/5.0227581>
- Stachiw, T., Crain, A., & Ricciardi, J. (2022). A physics-based neural network for flight dynamics modelling and simulation. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, 9(1). <https://doi.org/10.1186/s40323-022-00227-7>
- Sultan, S., & Zhang, Z. (2024). A comparative investigation of a time-dependent mesh method and physics-informed neural networks to analyze the generalized Kolmogorov–Petrovsky–Piskunov equation. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 96(5), 651–669. Portico. <https://doi.org/10.1002/ldf.5259>
- Sun, H., Liao, Y., Jiang, H., Li, G., & Cui, J. (2024). Physics-informed neural network for velocity prediction in electromagnetic launching manufacturing. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 220, 111671. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2024.111671>

- Sun, Y., Sengupta, U., & Juniper, M. (2023). Physics-informed deep learning for simultaneous surrogate modeling and PDE-constrained optimization of an airfoil geometry. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 411, 116042. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2023.116042>
- Tavares, S. M. O., Ribeiro, J. A., Ribeiro, B. A., & de Castro, P. M. S. T. (2024). Aircraft Structural Design and Life-Cycle Assessment through Digital Twins. *Designs*, 8(2), 29. <https://doi.org/10.3390/designs8020029>
- Teloli, R. de O., Tittarelli, R., Bigot, M., Coelho, L., Ramasso, E., Moal, P. L., & Ouisse, M. (2025). A physics-informed neural networks framework for model parameter identification of beam-like structures. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 224, 112189. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2024.112189>
- Ünal, H. S., & Durgun, A. C. (2025). A physics-aware neural network for effective refractive index prediction of photonic waveguides. *Optical and Quantum Electronics*, 57(1). <https://doi.org/10.1007/s11082-024-08009-8>
- Varey, J., Ruprecht, J. D., Tierney, M., & Sullenberger, R. (2024). Physics-Informed Neural Networks for Satellite State Estimation. In *2024 IEEE Aerospace Conference* (pp. 1-8). IEEE. <https://doi.org/10.1109/aero58975.2024.10521414>
- Wang, B., Guo, Z., Liu, J., Wang, Y., & Xiong, F. (2024). Geophysical Frequency Domain Electromagnetic Field Simulation Using Physics-Informed Neural Network. *Mathematics*, 12(23), 3873. <https://doi.org/10.3390/math12233873>
- Wang, Y.-C., Xing, J.-K., Luo, K., Wang, H.-O., & Fan, J.-R. (2022). Solving combustion chemical differential equations via physics-informed neural network. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 56(10), 2084–2092. <https://doi.org/10.3785/j.issn.1008-973X.2022.10.020>
- Wassing, S., Langer, S., & Bekemeyer, P. (2024). Physics-informed neural networks for parametric compressible Euler equations. *Computers & Fluids*, 270, 106164. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2023.106164>
- Wassing, S., Langer, S., & Bekemeyer, P. (2025). Physics-Informed Neural Networks for Transonic Flows around an Airfoil. *arXiv:2408.17364v3*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2408.17364>
- Xu, C., Cao, B. T., Yuan, Y., & Meschke, G. (2023). Transfer learning based physics-informed neural networks for solving inverse problems in engineering structures under different loading scenarios. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 405, 115852. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2022.115852>
- Yan, C. A., Vescovini, R., & Dozio, L. (2022). A framework based on physics-informed neural networks and extreme learning for the analysis of composite structures. *Computers & Structures*, 265, 106761. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2022.106761>
- Yan, H., Wang, Y., Yan, Y., & Cui, J. (2023). Physics-Informed Neural Network for Flow Prediction Based on Flow Visualization in Bridge Engineering. *Atmosphere*, 14(4), 759. <https://doi.org/10.3390/atmos14040759>
- Yan, X., Lin, J., Wang, S., Zhang, Z., Liu, P., Sun, S., Yao, J., & Zhang, K. (2024). Physics-informed neural network simulation of two-phase flow in heterogeneous and fractured porous media. *Advances in Water Resources*, 189, 104731. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2024.104731>
- Yang, D., Jin, A., & Li, Y. (2024). A Novel Physics-Guided Neural Network for Predicting Fatigue Life of Materials. *Applied Sciences*, 14(6), 2502. <https://doi.org/10.3390/app14062502>
- Yang, H., Ren, F., Song, Y.-J., Yu, H.-S., & Chen, X. (2024). Physics-informed neural network solution for thermo-elastic cavity expansion problem. *Geomechanics and Geoengineering*, 1–11. <https://doi.org/10.1080/17486025.2024.2414849>
- Yang, L., Meng, X., & Karniadakis, G. E. (2021). B-PINNs: Bayesian physics-informed neural networks for forward and inverse PDE problems with noisy data. *Journal of Computational Physics*, 425, 109913. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2020.109913>
- Yang, Z., Xu, Y., Jing, J., Fu, X., Wang, B., Ren, H., Zhang, M., & Sun, T. (2023). Investigation of Physics-Informed Neural Networks to Reconstruct a Flow Field with High Resolution. *Journal of Marine Science and Engineering*, 11(11), 2045. <https://doi.org/10.3390/jmse11112045>
- Yazdani, S., & Tahani, M. (2024). Data-driven discovery of turbulent flow equations using physics-informed neural networks. *Physics of Fluids*, 36(3). <https://doi.org/10.1063/5.0190138>
- Yokota, K., Kurahashi, T., & Abe, M. (2024). Physics-informed neural network for acoustic resonance analysis in a one-dimensional acoustic tube. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 156(1), 30–43. <https://doi.org/10.1121/10.0026459>
- Yucesan, Y. A., & Viana, F. A. C. (2023). A Physics-Informed Neural Network for Wind Turbine Main Bearing Fatigue. *International Journal of Prognostics and Health Management*, 11(1). <https://doi.org/10.36001/ijphm.2020.v11i1.2594>
- Zhang, C., Wen, C.-Y., Jia, Y., Juan, Y.-H., Lee, Y.-T., Chen, Z., Yang, A.-S., & Li, Z. (2024). Enhancing the accuracy of physics-informed neural networks for indoor airflow simulation with experimental data and Reynolds-averaged Navier–Stokes turbulence model. *Physics of Fluids*, 36(6). <https://doi.org/10.1063/5.0216394>
- Zhang, E., Dao, M., Karniadakis, G. E., & Suresh, S. (2022). Analyses of internal structures and defects in materials using physics-informed neural networks. *Science Advances*, 8(7). <https://doi.org/10.1126/sciadv.abk0644>
- Zhang, J., Braga-Neto, U., & Gildin, E. (2024). Physics-Informed Neural Networks for Multiphase Flow in Porous Media Considering Dual Shocks and Interphase Solubility. *Energy & Fuels*, 38(18), 17781–17795. <https://doi.org/10.1021/acs.energyfuels.4c02888>
- Zhang, R., Xu, N., Zhang, K., Wang, L., & Lu, G. (2023). A Parametric Physics-Informed Deep Learning Method for Probabilistic Design of Thermal Protection Systems. *Energies*, 16(9), 3820. <https://doi.org/10.3390/en16093820>
- Zhang, S., Zhang, C., & Wang, B. (2024). CRK-PINN: A physics-informed neural network for solving combustion reaction kinetics ordinary differential equations. *Combustion and Flame*, 269, 113647. <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2024.113647>
- Zhao, C., Zhang, F., Lou, W., Wang, X., & Yang, J. (2024). A comprehensive review of advances in physics-informed neural networks and their applications in complex fluid dynamics. *Physics of Fluids*, 36(10). <https://doi.org/10.1063/5.0226562>
- Zhao, X., Gong, Z., Zhang, Y., Yao, W., & Chen, X. (2023). Physics-informed convolutional neural networks for temperature field prediction of heat source layout without labeled data. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 117, 105516. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2022.105516>
- Zhou, W., Miwa, S., & Okamoto, K. (2024). Physics-informed neural networks for two-phase flow simulations: An integrated approach with advanced interface tracking methods. In *Proceedings of the 38th National Conference of the Japanese Society for Artificial Intelligence* (pp. 4Q1IS2c02-4Q1IS2c02). The Japanese Society for Artificial Intelligence. [https://doi.org/10.11517/pjsai.JSAI2024\\_0\\_4Q1IS2c02](https://doi.org/10.11517/pjsai.JSAI2024_0_4Q1IS2c02)
- Zhu, D., Peng, J., & Ding, C. (2024). A Neural Network with Physical Mechanism for Predicting Airport Aviation Noise. *Aerospace*, 11(9), 747. <https://doi.org/10.3390/aerospace11090747>
- Zhu, X., Hu, X., & Sun, P. (2023). Physics-Informed Neural Networks for Solving Dynamic Two-Phase Interface Problems. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 45(6), A2912–A2944. <https://doi.org/10.1137/22m1517081>
- Zhu, Y., Chen, W., Deng, J., & Bian, X. (2025). Physics-informed neural networks for hidden boundary detection and flow field reconstruction. *arXiv preprint arXiv:2503.24074*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2503.24074>
- Zucker, S., Batenkov, D., & Rozenhaimer, M. S. (2025). Physics-informed neural networks for modeling atmospheric radiative transfer. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 331, 109253. <https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2024.109253>

# Багатокритеріальна оптимізація композитних панелей із реберним підкріпленням при комбінованому навантаженні

Микола Мормуль , Олександр Щитов , Дмитро Щитов 

**Purpose.** The study is aimed at finding a constructive balance between the mass and cost of composite panels with stiffeners that are subjected to combined loading. The optimization was carried out taking into account real operation conditions, when a slight improvement in one of the parameters can significantly affect the efficiency of the structure. **Design / Method / Approach.** The work integrates engineering mechanics and mathematical modeling with the construction of a vector optimization model, for the solution of which the procedure of forming an integral quality criterion was applied, which considers expert assessment and the principle of guaranteed results. **Conclusions.** The proposed methodology allows not only to determine the optimal structural parameters for panels with different reinforcement options but also provides flexibility for adaptation to variable loads and constraints. The model was successfully tested on the example of six load scenarios for panels with rectangular and angular ribs. **Theoretical implications.** The development contributes to the development of multi-criteria optimization of composite structures, in particular by refining models and expanding the principles of evaluating the trade-off between criteria. This lays the foundation for further research in the field of aircraft design, where criteria may contradict each other. **Practical implications.** The results formed the basis for the creation of a software package that allows for the determination of the most appropriate options for structural reinforcement depending on the constraints and requirements. **Originality / Value.** The human-machine decision-making system underlying the approach allows for expert intuition to be considered without losing the accuracy of mathematical modeling. This is extremely valuable for industries where every gram of weight and every hryvnia of costs are critical. **Research limitations / Further research.** The main limitation is the focus on only two criteria – mass and cost. Further exploration should be directed towards expanding the number of indicators. **Article Type.** Applied Research.

## Keywords:

composite panels, stiffeners, vector optimization, integral quality criterion, human-machine procedure

**Мета.** Дослідження спрямоване на пошук конструктивного балансу між масою та вартістю композитних панелей з ребрами жорсткості, які зазнають комбінованого навантаження. Оптимізація проводилася з урахуванням реальних умов експлуатації, коли незначне покращення одного з параметрів може істотно вплинути на ефективність конструкції. **Дизайн / Метод / Підхід.** Робота інтегрує інженерну механіку та математичне моделювання з побудовою векторної моделі оптимізації, для розв'язання якої застосовано процедуру формування інтегрального критерію якості, що враховує експертні оцінки та принцип гарантованого результату. **Висновки.** Запропонована методика дозволяє не лише визначити оптимальні параметри для панелей з різними варіантами підкріплення, а й забезпечує гнучкість адаптації під змінні навантаження та обмеження. Модель успішно протестована на прикладі шести сценаріїв навантаження для панелей із прямокутними й кутовими ребрами. **Теоретичні наслідки.** Розробка робить внесок у розвиток багатокритеріальної оптимізації композитних конструкцій через уточнення моделей і розширення принципів оцінки компромісу між критеріями. Це закладає підґрунтя для подальших досліджень у сфері проектування літальних апаратів, де критерії можуть суперечити один одному. **Практичні наслідки.** Результати лягли в основу створення програмного комплексу, що дозволяє визначати найдоцільніші варіанти конструкційного підкріплення залежно від обмежень і вимог. **Оригінальність / Цінність.** Людино-машинна процедура, що лежить в основі підходу, уможливорює врахування експертної інтуїції без втрати точності математичного моделювання — вкрай цінне для галузей, де кожен грам ваги та кожна гривня витрат мають критичне значення. **Обмеження дослідження / Подальші дослідження.** Основне обмеження полягає у використанні лише двох критеріях – маси й вартості. Подальші розвідки доцільно спрямувати на розширення кількості показників. **Тип статті.** Прикладне дослідження.

## Ключові слова:

композитні панелі, ребра жорсткості, векторна оптимізація, інтегральний критерій якості, людино-машинна процедура

## Multi-criteria optimization of composite panels with rib reinforcement under combined loading

### Contributor Details:

Mykola Mormul, Cand. Sc., Assoc. Prof., University of Customs and Finance: Dnipro, UA, [nikolaj.mormul@gmail.com](mailto:nikolaj.mormul@gmail.com)

Oleksandr Shchytyov, Cand. Sc., Assoc. Prof., TEC-Lyceum No. 100: Dnipro, UA, [alexander.shchytov@gmail.com](mailto:alexander.shchytov@gmail.com)

Dmytro Shchytyov, Cand. Sc., DSc Cand., University of Customs and Finance: Dnipro, UA, [dmytro.shchytyov@gmail.com](mailto:dmytro.shchytyov@gmail.com)

Received: 2025-04-22

Revised: 2025-05-06

Accepted: 2025-05-06



Copyright © 2025 Authors.  
This work is licensed under a Creative  
Commons Attribution 4.0 International License.



У сучасному авіаційному, судно-, машинобудуванні та ко-смічному виробництві одним із важливих напрямків є розробка та вдосконалення конструкцій із композитних матеріалів, які зокрема використовуються в літальних апаратах (ЛА). Використання композитних матеріалів сприяє створенню легших конструкцій, що дозволяє знижувати споживання палива та зменшувати навантаження на двигун літака. Під час експлуатації вони зазвичай піддаються сумісній дії нормальних, стискаючих та дотичних зусиль, що діють у площині панелі. З огляду на складність та багатоаспектність проектування сучасних літальних апаратів, необхідність використання багатокритеріальної оптимізації є надзвичайно важливою. Багато показників, таких як маса, міцність, жорсткість, тепло- та звукоізоляція, а також витрати на матеріали та виробництво тощо, вимагають одночасного врахування в процесі розробки та вибору оптимальних матеріалів для конструкцій. Врахування цих факторів дозволяє досягти найкращих результатів у створенні високотехнологічних та ефективних компонентів для ЛА.

## Огляд джерел

Особливу увагу в останні роки приділяють матеріалам з високими механічними характеристиками, які з легкістю та здатністю можуть витримувати екстремальні навантаження, зокрема композитним матеріалам. Серед них композитні панелі посідають важливе місце завдяки своїй здатності оптимізувати масу конструкції та підвищити її міцність. Вони можуть застосовуватися для виготовлення різних елементів літаків та ракет, таких як фюзеляж, крила, хвіст, носова частина та двері. Фундаментальні підходи з використанням глобальних апроксимаційних технік і генетичних алгоритмів для оптимізації реберних композитних панелей були закладені понад два десятиліття тому. Проте ця тема залишається актуальною та активно розвивається: так, в останні роки запропоновано застосування алгоритмів PNN NSGA III у поєднанні з TOPSIS для балансування маси та стійкості до втрати жорсткості.

З розвитком нових методів багатокритеріальної оптимізації постало питання оптимального (за кількома критеріями) проектування композитних панелей і оболонок, які знаходяться під дією як детермінованих, так і стохастичних навантажень, але цьому аспекту поки що присвячено обмаль робіт. Інтерес до цього аспекту зріс в останні роки, особливо під час воєнних дій на території України з 2022 року. Більшість досліджень з цієї теми проведено за кордоном.

У статті «Multi-Objective Optimization for Curvilinearly Stiffened Porous Sandwich Plates Reinforced with Graphene Nanoplatelets» (Xiao et al., 2022) досліджується оптимізація конструкційних параметрів пористих сендвіч-панелей з криволінійними ребрами жорсткості, армованих графеновими нанопластинками (GPL). Метою є досягнення балансу між максимальною фундаментальною частотою та мінімальною масою конструкції. Розроблено нову уточнену синусоїдальну теорію вищого порядку (NRSHT), яка в поєднанні з ізогеометричним аналізом (IGA) забезпечує точне прогнозування механічної поведінки сендвіч-панелей. Використано алгоритм покращеного недомінованого сортування генетичного алгоритму (NSGA-II) для багатокритеріальної оптимізації форми та розподілу матеріалу. Для прискорення розрахунків застосовано модель сурогатного моделювання на основі випадкового лісу (RFR).

У статті «Multi-objective optimization of composite stiffened panels for mass and buckling load using PNN-NSGA-III algorithm and TOPSIS method» (Zhang et al., 2025) розглядається багатокритеріальна оптимізація композитних панелей з ребрами жорсткості з метою зменшення маси та підвищення стійкості до втрати стійкості. Запропоновано комбінований підхід, що включає: PNN (Parallel Neural Network) для прогнозування критичного навантаження на втрату стійкості; NSGA-III (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm III) для багатокритеріальної оптимізації конструкційних параметрів; TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) для ранжування та вибору найкращих рішень з отриманого набору Парето-оптимальних варіантів. Метод дозволяє ефективно знаходити оптимальні конструкційні параметри, що забезпечують бажаний компроміс між масою панелі та її стійкістю до втрати стійкості. Це дослідження демонструє ефективність інтеграції методів штучного інтелекту та еволюційних алгоритмів для

вирішення складних інженерних задач оптимізації. Отримано набір Парето-оптимальних рішень, що дозволяє конструкторам вибирати оптимальні параметри залежно від пріоритетів між жорсткістю та масою конструкції. Це дослідження демонструє ефективність поєднання передових теоретичних моделей, чисельних методів та машинного навчання для оптимізації складних композитних структур.

У роботі «Multi-objective optimization of a sandwich structure with a hybrid composite grid core» (Kermani & Ehsani, 2022) розглядається оптимізація сендвіч-структури з гібридним композитним решітчастим осердям, спрямована на максимізацію критичного навантаження при втраті стійкості та мінімізацію ваги або вартості матеріалів. Використано метод Рітца та теорію першого порядку зсуву для розрахунків, а також генетичний алгоритм для пошуку оптимальних рішень.

Працю «Multi-objective stiffness and mass optimization of bio-inspired hierarchical grid-honeycomb sandwich structures with cutouts considering buckling constraints» (Lv et al., 2025) присвячено оптимізації жорсткості та маси сендвіч-структур з ієрархічною решітчасто-сотовою серцевиною, враховуючи вирізи та обмеження втрати стійкості. Автор поєднує вагу й вартість для створення інтегрального показника ефективності конструкцій.

У дослідженні «Multi-objective optimization of multi-core composite aluminum honeycomb sandwich panels for improved crashworthiness» (Pandey et al., 2023) розглядається оптимізація багатоядерних композитних сендвіч-панелей з алюмінієвою сотовою серцевиною для покращення енергопоглинання при ударі. Використано чисельне моделювання та багатокритеріальну оптимізацію для визначення оптимальних геометричних параметрів.

А в роботі «Natural frequency and buckling optimization considering weight saving for hybrid graphite/epoxy-sitka spruce and graphite-flax/epoxy laminated composite plates using stochastic methods» (Savran & Aydin, 2022) досліджується оптимізація власних частот та стійкості до втрати стійкості для гібридних ламінованих композитних пластин з урахуванням зменшення ваги, використовуючи стохастичні методи оптимізації.

Наступні роботи демонструють сучасні підходи до оптимізації композитних панелей, включаючи використання машинного навчання, еволюційних алгоритмів та врахування невизначеностей у матеріалах та геометрії. У статті «Fail-safe topology optimization for fiber-reinforced composite structures» (Cheng et al., 2025) розглядається топологічна оптимізація волокнистих композитних структур з урахуванням пошкоджень, спрямована на забезпечення безвідмовної роботи конструкцій. Дослідження «Multi-objective optimization of composite stiffened panels for mass and buckling load using PNN-NSGA-III algorithm and TOPSIS method» (Zhang et al., 2025) пропонує багатокритеріальну оптимізацію композитних панелей з ребрами жорсткості, використовуючи поєднання нейронних мереж та еволюційних алгоритмів для досягнення оптимального балансу між масою та навантаженням при втраті стійкості. У роботі «Multi-objective optimization of composite sandwich panels using surrogate models» (Seyyedrahmani et al., 2022) розроблено ефективну методологію для оптимізації сендвіч-панелей з композитними оболонками. Дослідження «Buckling design optimization of tow-steered composite panels and cylindrical shells considering aleatory and epistemic uncertainties» (Fina & Bisagni, 2025) зосереджено на оптимізації конструкцій з керованим напрямком волокон, враховуючи невизначеності в матеріалах та геометрії для покращення стійкості до втрати стійкості. У роботі «Experimental and Micro-Macro Mechanics Methods in Prediction of Mechanical Properties of Carbon Fibre-Reinforced Composite Panels» (Farooq et al., 2021) застосовано мікро-макро механічні методи для прогнозування механічних властивостей вуглецево-волокнистих композитних панелей. Стаття «Efficient Determination of Mechanical Properties of Carbon Fibre-Reinforced Laminated Composite Panels» (Farooq & Myler, 2017) описує використання MATLAB для розрахунку ефективних механічних властивостей композитних панелей, включаючи модулі пружності та коефіцієнти Пуассона. А у статті «Multi-fidelity robust design optimisation for composite structures» (Yoo et al., 2021) представлено нову багаторівневу методологію оптимізації композитних структур, яка поєднує моделі різної точності для досягнення надійного дизайну з урахуванням невизначеностей.

Вітчизняні вчені рідше звертаються до цієї теми. Більшість досліджень проведено для «гладких» конструкцій цього типу; не враховувався такий істотний для вирішення проблеми зниження матеріалоемності фактор, як посилення їх підкріплюючим силовим набором з тонкостінних елементів, що особливо важливо в умовах бойових дій (для дронів, ракет, літаків, суден, танків та іншої техніки). Стан та перспективи застосування композитних матеріалів у ракетобудуванні і літальних апаратів військового та цивільного призначення аналізували такі вітчизняні вчені, як О. Л. Шаповалов, Є. Ю. Рашевський, В. В. Кохан, Г. П. Болотов та інші. В. І. Шийка досліджує оптимізацію силових і масових характеристик композиційних панелей літальних апаратів (Shyika, 2022). За допомогою теоретичних методів розрахунку знайдені навантаження при ортогональному, симетричному, ортогональному і перехресному розміщенні шарів, а також для композитних панелей (борних, вуглецевих та із скловолокна) з підкріпленням.

**Метою роботи** є дослідження та застосування методів багатокритеріальної оптимізації для проектування підкріплених композитних панелей, які мають високу міцність, стійкість до навантажень і мінімальні масу та вартість матеріалів, що забезпечує підвищення загальної ефективності літальних апаратів. За конкретний приклад взято синтез та реалізацію на комп'ютері багатокритеріальної (векторної) моделі задачі оптимального проектування підкріпленої композитної панелі.

**Гіпотеза дослідження** є наступною: маємо довести, що підкріплена панель за критеріями оптимізації, оптимізована за різними параметрами, буде значно кращою, ніж «гладка» панель.

При проведенні дослідження використано кілька наукових методів: 1) методика побудови багатокритеріальної моделі оптимізації – для оптимізації конструкцій з кількома критеріями, такими як маса та вартість матеріалів; 2) метод згортки – побудова інтегрального критерія якості на основі принципу гарантованого результату; 3) методика, наведена в роботі (Cho, 2018) – для формування фізичних обмежень можливих форм втрати стійкості.

**Наукова новизна** дослідження полягає у складанні та практичній реалізації більш стійкої, ніж «гладка», підкріпленої панелі для обшивки ЛА із застосуванням багатокритеріального методу оптимізації; а також розробці на основі цієї методики програмного комплексу.

## Постановка задачі

У роботі розглядається і реалізується на ЕОМ багатокритеріальна (векторна) модель задачі оптимального проектування вуглепластикової квадратної у плані однорідної по товщині ортотропної панелі, шарнірно опертої по контуру. Панель підкріплена симетрично розташованими відносно її площини ребрами із того самого матеріалу і знаходиться під спільною дією нормальних  $q_\sigma$  і дотичних  $q_\tau$  напруг інтенсивності.

Всі типи ортотропних елементарних шарів розташовані рівномірно по товщині і симетрично відносно серединної поверхні панелі. Передбачається безмоментний докритичний стан обшивки. Підкріплена панель аналізується в межах класичної теорії Кірхгофа–Лява для розрахунку обшивки та теорії Кірхгофа–Клебша для розрахунку ребер жорсткості. При цьому вважається, що переміщення обшивки та ребер уздовж лінії їхнього з'єднання при деформації панелі припускаються рівними. У процесі оптимального проектування панелі в якості підкріплювальних елементів розглядаються два типи ребер: а) ребра у вигляді смуг з прямокутним поперечним перерізом; б) ребра з поперечним перерізом у формі рівнобокого кута.

Критеріями якості обрані як маса, так і вартість панелі, що враховує тільки вартість матеріалу. Це спричинило наступними міркуваннями. Мінімізація маси – один із головних критеріїв у проектуванні конструкцій, особливо в авіації, космонавтиці та транспортуванні, де вага безпосередньо впливає на витрати пального, вантажопідйомність, ефективність і безпеку. Зниження маси дозволяє зменшити навантаження на інші елементи конструкції, подовжити термін служби системи, а також знизити експлуатаційні витрати (Zhang et al., 2025), (Xiao et al., 2022). Мінімізація вартості охоплює як матеріальні, так і виробничі витрати, що є не менш важливими в умовах ринкової конкуренції та масового виробництва. Навіть незначна економія на

одиначному елементі конструкції може призвести до суттєвого зменшення вартості серійного виробництва (Lv et al., 2025).

Введено геометричні, структурні та фізичні обмеження. Серед фізичних обмежень враховано обмеження щодо місцевої стійкості обшивки; обмеження по стійкості елементів ребер при стиску; обмеження на загальну стійкість панелі, підкріпленої ребрами.

## Оглядовий словник

Введемо такі позначення: нижні та верхні межі зміння:

$h^-, h^+$  – товщини панелі,

$b^-, b^+$  – товщини стрингерів,

$\delta^-, \delta^+$  – висоти стрингерів,

$k^-, k^+$  – кількості стрингерів,

$\mu^-, \mu^+$  – об'ємного коефіцієнта армування;

$\varphi(\bar{X}), \bar{k}(\bar{X}), \bar{\psi}(\bar{X})$  – сукупності геометричних, структурних і фізичних обмежень моделі;

$\bar{X}^*$  – вектор конструктивних параметрів панелі;

$G(\bar{X})$  – маса конструкції;

$C(\bar{X})$  – вартість конструкції;

$\bar{X}$  – вектор змінних параметрів, що включає:

товщину панелі  $h$ ; при використанні в якості підкріплюючого набору полос прямокутного поперечного перерізу – висоту полоси  $\delta$  і її товщину  $b$ , а при використанні в якості стрингерів ребер з поперечним перерізом форми рівнобокого кута – висоту полки (стінки)  $\delta$ ; товщину ребра  $b$ ; кількість стрингерів  $k$ ; відносні частоти елементарних шарів, розташованих під кутами  $\pm \beta_k$  відносно твірної  $\theta_k$  ( $k = 1, N$ ); об'ємний коефіцієнт армування  $\mu$ , кути армування елементарних шарів  $\beta_k$  ( $k = 1, N$ );

$N$  – кількість напрямків армування;

$a$  – довжина панелі;

$\gamma_a, \gamma_c$  – густина арматури і сполучного;

$c_a, c_c$  – питома вартість арматури і сполучного.

## Розв'язання

Векторна задача оптимального проектування полягає у знаходженні вектору конструктивних параметрів панелі, при якому досягається оптимум показників якості конструкції: маси і вартості, а також виконується система обмежень  $D$ . Задача має вигляд:

$$\bar{X}^* = F^{-1} \left[ \underset{\bar{X} \in D}{\text{opt}} \{G(\bar{X}), C(\bar{X})\} \right]; \quad (1)$$

$$G(\bar{X}) \rightarrow \min; \quad C(\bar{X}) \rightarrow \min; \quad \bar{X} \in D.$$

$$\bar{X} = \{h, b, \delta, k, \theta_1, \dots, \theta_{N-1}, \mu, \beta_1, \dots, \beta_N\}.$$

Для випадку а)

$$G(\bar{X}) = (a^2 h + a k b \delta) \cdot [\mu \gamma_a + (1 - \mu) \gamma_c]; \quad (2)$$

$$C(\bar{X}) = (a^2 h + a k b \delta) \cdot [\mu \gamma_a c_a + (1 - \mu) \gamma_c c_c]$$

Для випадку б)

$$G(\bar{X}) = [a^2 h + a k (2b\delta - b^2)] \cdot [\mu \gamma_a + (1 - \mu) \gamma_c]; \quad (2a)$$

$$C(\bar{X}) = [a^2 h + a k (2b\delta - b^2)] \cdot [\mu \gamma_a c_a + (1 - \mu) \gamma_c c_c]$$

В оптимізаційній моделі (1) критеріями якості (2), (2a) є маса і вартість панелі, в якій враховується тільки вартість матеріалу. Вектор варіюваних параметрів  $\bar{X}$ . Область допустимих проектних розв'язків  $D$  описується як

$$D = \{\bar{X} \mid \varphi(\bar{X}) \cap \bar{k}(\bar{X}) \cap \bar{\psi}(\bar{X})\},$$

де геометричні та структурні обмеження такі:

$$h^- \leq h \leq h^+; b^- \leq b \leq b^+; \delta^- \leq \delta \leq \delta^+; k^- \leq k \leq k^+; \mu^- \leq \mu \leq \mu^+;$$

$$0 \leq \theta_k \leq 1; \quad \sum_{k=1}^N \theta_k = 1; \quad 0 \leq \beta_k \leq \frac{\pi}{2} \quad (k = \overline{1, N}). \quad (3)$$

При спільній дії напруг на композитну панель, що викликають нормальні та зсувні напруги, фізичними обмеженнями у векторній задачі оптимізації є обмеження на місцеву стійкість обшивки, обмеження по стійкості елементів ребер при стиску та обмеження на загальну стійкість панелі, підкріпленої ребрами.

*Місцева стійкість обшивки панелі.* На основі результатів робіт (Reddy, 2003; Shyika, 2022) знаходимо критичну напругу при стиску вздовж  $q_{xk}$  і впоперек  $q_{yk}$  стрингерів і критичну напругу при зсуві  $q_{\tau k}$ :

$$q_{xk} = \frac{2\pi^2}{t^2} (\sqrt{D_{11}D_{22}} + D_3); \quad q_{yk} = \frac{\pi^2 D_{22}}{t^2};$$

$$q_{\tau k} = \frac{2\pi^2 D_{22}}{t^2} \sqrt{4 + 3 \frac{\sqrt{\alpha_1}}{\alpha_0} + \frac{\alpha_0}{\sqrt{\alpha_1}}} \sqrt{\alpha_0}, \quad (4)$$

де  $\alpha_0 = \frac{D_3}{D_{22}}$ ;  $\alpha_1 = \frac{D_{11}}{D_{22}}$ ;  $t = \frac{\alpha}{k}$  – крок ребер;

$$D_{11} = \frac{E_1 h^3}{12(1 - \nu_{12}^2)}; \quad D_{22} = \frac{E_2 h^3}{12(1 - \nu_{21}^2)}; \quad D_3 = \frac{G_{12} h^3}{12},$$

де  $D_{11}$ ,  $D_{22}$  – погонні згинальні жорсткості непідкріпленої панелі у поздовжньому та поперечному напрямках;  $D_3$  – циліндрична жорсткість непідкріпленої панелі;  $E_1$ ,  $E_2$  – модулі пружності вздовж і впоперек волокон армування;  $G_{12}$  – модуль зсуву у площині шару;  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$  – коефіцієнти Пуассона. Обмеження по місцевій втраті стійкості обшивки панелі мають вигляд:

$$\psi_1(\bar{X}) = q_{xk} - q_{\sigma} \geq 0; \quad \psi_2(\bar{X}) = q_{yk} - q_{\sigma} \geq 0; \quad (5)$$

$$\psi_3(\bar{X}) = q_{\tau k} - q_{\tau} \geq 0.$$

*Стійкість елементів підкріплюючого набору при стиску.* Для відкритих елементів ребер приймали обмеження

$$\psi_4(\bar{X}) = 10 - \frac{\delta}{b} \geq 0. \quad (6)$$

*Стійкість підкріпленої панелі (загальна стійкість панелі).* Критичні напруги при стиску вздовж стрингерів  $\bar{q}_{xk}$  і зсуву  $\bar{q}_{\tau k}$  запишемо, згідно з (Cho, 2018), як

$$\bar{q}_{xk} = \frac{\pi^2 \bar{D}_{11}}{a^2}; \quad \bar{q}_{\tau k} = \frac{2\pi^2 \bar{D}_{11}}{a^2} \sqrt{4 + 3 \frac{\sqrt{\alpha_1}}{\alpha_0} + \frac{\alpha_0}{\sqrt{\alpha_1}}} \sqrt{\alpha_0}, \quad (7)$$

де  $\bar{\alpha}_0 = \frac{\bar{D}_3}{\bar{D}_{11}}$ ;  $\bar{\alpha}_1 = \frac{\bar{D}_{22}}{\bar{D}_{11}}$ .

Для ребер з прямокутним поперечним перерізом

$$\bar{D}_{11} = \frac{E_1}{12(1 - \nu_{12}^2)} \left[ \frac{b}{t} \delta^3 + (h + \delta)^3 \right] - \frac{E_{cmp}}{12(1 - \nu_{cmp}^2)} \delta^3.$$

Для ребер з поперечним перерізом у формі кутка

$$\bar{D}_{11} = \frac{E_1}{12(1 - \nu_{12}^2)} \left[ \frac{\delta}{t} b^3 + \frac{b}{t} (\delta^3 - b^3) \right] + \frac{E_{cmp}}{12(1 - \nu_{cmp}^2)} [(h + \delta)^3 - \delta^3];$$

$$\bar{D}_{22} = \frac{E_2 [(h + \delta)^3 - h^3]}{12(1 - \nu_{21}^2)}; \quad \bar{D}_3 = \frac{G_{12} [(h + \delta)^3 - h^3]}{12}.$$

Тут  $\bar{D}_{11}$ ,  $\bar{D}_{22}$  – згинальні жорсткості панелі з ребрами у напрямках, паралельному та перпендикулярному підкріплюючому набору відповідно;  $\bar{D}_3$  – циліндрична жорсткість підкріпленої панелі;  $\nu_{cmp}$  – коефіцієнт Пуассона матеріалу стрингерів. Обмеження по загальній втраті стійкості підкріпленої панелі мають вигляд:

$$\psi_5(\bar{X}) = q_{xk} - q_{\sigma} \geq 0; \quad \psi_6(\bar{X}) = q_{\tau k} - q_{\tau} \geq 0. \quad (8)$$

Механічні параметри панелі  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$ ,  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$  залежать від вихідних характеристик  $E_a$ ,  $E_c$ ,  $\nu_a$ ,  $\nu_c$ ,  $\mu$ . Пружні характеристики ортотропного елементарного шару розраховуються за методикою (Reddy, 2003; Farooq et al., 2021):

$$E_1^{(0)} = E_a \mu + E_c (1 - \mu);$$

$$E_2^{(0)} = \frac{[1 + (n - 1)\mu] E_a}{[\mu + n(1 - \mu)] \cdot [1 + (n - 1)\mu] - (n\nu_c - \nu_a)^2 \mu (1 - \mu)};$$

$$G_{12}^{(0)} = \frac{m(1 + \mu) + (1 - \mu)}{m(1 - \mu) + (1 + \mu)} G_c;$$

$$\nu_{12}^{(0)} = \nu_a \mu + \nu_c (1 - \mu); \quad \nu_{21}^{(0)} = \frac{\nu_{12}^{(0)} E_2^{(0)}}{E_1^{(0)}};$$

$$n = \frac{E_a}{E_c}; \quad m = \frac{1 + \nu_c}{1 + \nu_a} n; \quad G_c = \frac{E_c}{2(1 + \nu_c)}.$$

Компоненти матриці жорсткості для елементарного шару  $[A^{(0)}]$  знаходять за формулами (Inés, & Almeida, 2009; Alsubary et al., 2024):

$$A_{11}^{(0)} = \frac{E_1^{(0)}}{1 - \nu_{12}^{(0)} \nu_{21}^{(0)}};$$

$$A_{12}^{(0)} = \frac{\nu_{21}^{(0)} E_1^{(0)}}{1 - \nu_{12}^{(0)} \nu_{21}^{(0)}} = \frac{\nu_{12}^{(0)} E_2^{(0)}}{1 - \nu_{12}^{(0)} \nu_{21}^{(0)}};$$

$$A_{22}^{(0)} = \frac{E_2^{(0)}}{1 - \nu_{12}^{(0)} \nu_{21}^{(0)}}; \quad A_{66}^{(0)} = G_{12}^{(0)}; \quad A_{21}^{(0)} = A_{12}^{(0)}.$$

Інші компоненти квадратної матриці  $[A^{(0)}]$  розміру  $3 \times 3$  дорівнюють нулю. Множина елементарних ортотропних шарів, розташованих під симетричними кутами  $+\beta_k$  і  $-\beta_k$ , створюють багатшаровий пакет з  $k$  типами шарів. Матриця перетворення у випадку плоского повороту від осей елементарного шару до осей панелі, має вигляд

$$[G^{(k)}] = \begin{pmatrix} \cos^2 \beta_k & \sin^2 \beta_k & \sin 2\beta_k \\ \sin^2 \beta_k & \cos^2 \beta_k & -\sin 2\beta_k \\ -\frac{1}{2} \sin 2\beta_k & \frac{1}{2} \sin 2\beta_k & \cos 2\beta_k \end{pmatrix}.$$

Компоненти матриці жорсткості при перетворенні від осей елементарного шару до осей панелі визначаються залежністю

$$[A^{(k)}] = [G^{(k)}] \cdot [A^{(0)}] \cdot [G^{(k)}]^T.$$

Елементи матриці жорсткості для всього пакета обчислюють за формулою

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N \theta_k A_{ij}^{(k)}; \quad i, j = \overline{1, 3}.$$

Модулі пружності у напрямку армування, у поперечному напрямку до армування, модуль зсуву у площині шару та коефіцієнти Пуассона у результаті перетворення в осях пакета мають вигляд

$$E_1 = A_{11}(1 - \nu_{12}\nu_{21}); \quad E_2 = A_{22}(1 - \nu_{12}\nu_{21});$$

$$G_{12} = A_{66}; \quad \nu_{12} = \frac{A_{12}}{A_{22}}; \quad \nu_{21} = \frac{A_{12}}{A_{11}}.$$

## Практична реалізація

Задачу векторної оптимізації розглядали при вказаних вище двох варіантах підкріплення композитної панелі. Для кожного з варіантів обирали шість шляхів навантаження (табл. 1).



Таблиця 1 – Значення навантажень (Джерело: Автори)

Шлях навантаження	1	2	3	4	5	6
$q_{\sigma}$ , МН/м	1,5	0,9	0,9	0,3	0,3	0
$q_{\tau}$ , МН/м	0	0	0,6	0,3	0,15	0,9

Механічні компоненти армуючого і сполучного матеріалів вуглепластика для обчислення механічних властивостей моношару наступні:

$$E_a = 267,0 \text{ ГПа}; E_c = 3,5 \text{ ГПа},$$

$$\gamma_a = 1,78 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3; \gamma_c = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3;$$

$$c_a = 90 \text{ \$ /кг}, c_c = 3 \text{ \$ /кг}, v_a = 0,21; v_c = 0,33.$$

Діапазон варіювання геометричних і структурних параметрів:

$$h^- = b^- = \delta^- = 0,1 \text{ см};$$

$$h^+ = b^+ = \delta^+ = 5,1 \text{ см};$$

$$k^- = 4 : k^+ = 10;$$

$$\mu^- = 0,1; \mu^+ = 0,7; a = 50 \text{ см}; N = 3.$$

Враховуючи, що матеріал ребер також є вуглепластиком, при обчисленні фізичних обмежень приймаємо

$$E_{\text{стр}} = E_1, v_{\text{стр}} = v_{21}.$$

Кути армування  $\beta_k$  ( $k = \overline{1, 3}$ ) обирали як фіксовані ( $\beta_1 = 0$  рад,  $\beta_2 = \pm\pi/4$  рад,  $\beta_3 = \pi/2$  рад), так і як параметри оптимізації.

Для розв'язання багатокритеріальної задачі використана модифікована людино-машинна процедура (ЛМПП) побудови інтегрального критерія якості на основі принципу гарантованого результату (Mortul et al., 2023), що дозволяє у діалоговому режимі особі, що приймає рішення (ОПР) і ЕОМ отримати оптимальні компромісні розв'язки задачі.

Алгоритм цієї процедури складається із шести кроків.

1. Кожному показнику якості  $f_i(\bar{X})$  ( $i = \overline{1, p}$ ) призначаємо ділянки нормальних значень

$$\Delta_i = [f_i^0, f_i^+]; \quad \Delta_i = [f_i^-, f_i^0] \quad (i = \overline{1, p}),$$

де  $f_i^+, f_i^-$  – обчислювані найкращі (субоптимальні) значення критеріїв оптимізації:

$$f_i^+ = \max_{\bar{X} \in D} f_i(\bar{X}); \quad f_i^- = \min_{\bar{X} \in D} f_i(\bar{X});$$

$f_i^0$  – квазінормативні значення показників якості, що призначаються ОПР, гірші за які мати оцінки по шкалам цих показників небажано.

2. Формуємо на основі заданих ділянок систему  $p$  вимог до якості конструкції: оцінка конструкції за шкалою  $i$ -го показника має відрізнятися від свого найкращого значення  $f_i^+$  або  $f_i^-$  не більше ніж на величину  $f_i^+ - f_i^0$  або  $f_i^0 - f_i^-$ .

3. Найбільше задоволення цій системі вимог дозволяє звести вихідну багатокритеріальну задачу

$$\{f_i(\bar{X})\} \rightarrow \min_{\bar{X} \in D}$$

при

$$\{f_i(\bar{X})\} \rightarrow \max_{\bar{X} \in D} \quad (i = \overline{1, p})$$

$$D = \{\bar{X} : g_j(\bar{X}) \geq 0 \quad (j = \overline{1, r})\}$$

до мінімізації інтегрального критерія оптимальності проекту конструкції.

4. Розрахункова модель оптимізації має вигляд:

$$F(\bar{X}) = \max_{i=1,p} \hat{f}_i(\bar{X}) \rightarrow \min_{\bar{X} \in D};$$

$$\hat{f}_i(\bar{X}) = \frac{f_i^+ - f_i(\bar{X})}{f_i^+ - f_i^0} \quad \text{при } \text{extr} = \max,$$

або

$$\hat{f}_i(\bar{X}) = \frac{f_i(\bar{X}) - f_i^-}{f_i^0 - f_i^-} \quad \text{при } \text{extr} = \min.$$

5. Якщо серед критеріїв оптимізації є такі (такий), які у точці  $\bar{X}$ , що отримується з розв'язку розрахункової моделі, мають значення, що виходять за межі ділянок нормальних значень, то розв'язується наступна задача оптимізації:

$$F(\bar{X}) = \max_{i=1,p} \hat{f}_i(\bar{X}) \rightarrow \min_{\bar{X} \in D};$$

$$D' = \{\bar{X} : \bar{X} \in D, f_i(\bar{X}) \geq f_i^0 \vee f_i(\bar{X}) \leq f_i^0 \quad (i = \overline{p_2, p_2})\},$$

де  $p_1, p_2$  – мінімальний і максимальний номери критеріїв, що виходять за межі  $\Delta_i$  відповідно.

Якщо отриманий розв'язок  $\bar{X}^*$  розрахункової моделі задовольняє ОПР, то його обираємо за оптимальний компромісний розв'язок багатокритеріальної задачі.

6. В іншому випадку ОПР перепризначає квазінормативні значення показників якості конструкції. Якщо проєктувальник не може вказати деякі  $f_i^0 \geq f_i^-$  або  $f_i^0 \leq f_i^+$ , то приймається  $f_i^0 = f_i^-$  або  $f_i^0 = f_i^+$  відповідно.

У загальному вигляді алгоритм людино-машинної процедури можна представити на блок-схемі (рис. 1).



Рисунок 1 – Блок-схема алгоритму пошуку оптимального розв'язку за людино-машинною процедурою (Джерело: автори)

Для розв'язання скалярних задач багатокритеріальної оптимізації застосовано спеціально розроблений модифікований метод випадкового пошуку на вкладених гіперкубах, що дозволяє ефективно знаходити глобальні екстремуми такого класу багатоекстремальних нелінійних задач оптимізації.

Номери активних обмежень відповідають у порядку слідування шести фізичним обмеженням, а сьомий і восьмий номери – обмеженням на структурні та геометричні параметри

панелі.

У таблиці 2 вказані дані оптимальних проєктів підкріпленої панелі при фіксованих кутах армування ( $\beta_1 = 0$  рад,  $\beta_2 = \pm\pi/4$  рад,  $\beta_3 = \pi/2$  рад).

**Таблиця 2 – Результати оптимізації для 6-ти шляхів навантаження (Джерело: Автори)**

Ш <sup>*</sup>	b <sup>*</sup> см	$\delta^*$	k <sup>*</sup>	$\theta_1^*$ $\beta_1 = 0$	$\theta_2^*$ $\beta_2 = \pi/4$	$\mu^*$	G*, кг	C*, \$	A
Панель, підкріплена полосами									
1	0,554	0,354	3,148	4	0	0,616	0,635	2,523	165,69 (2)
2	0,483	0,323	2,994	4	0,027	0,247	0,607	2,176	138,36 (1)
3	0,483	0,323	2,994	4	0,027	0,247	0,607	2,176	138,36 (1)
4	0,334	0,206	1,984	4	0	0,606	0,548	1,391	81,90 (2)
5	0,334	0,206	1,984	4	0	0,606	0,548	1,391	81,90 (2)
6	0,339	0,133	1,291	4	0,006	0,649	0,691	1,413	98,70 (3,8)
Панель, підкріплена кутками									
1	0,667	3,290	1,838	4	0,362	0,064	0,581	2,954	181,76 (2,5)
2	0,711	2,740	1,192	4	0,367	0,010	0,483	2,342	125,34 (2,5)
3	0,711	2,740	1,192	4	0,367	0,010	0,483	2,342	125,34 (2,5)
4	0,351	0,116	1,153	4	0,215	0,438	0,688	1,485	97,09 (2,5)
5	0,351	0,116	1,153	4	0,215	0,438	0,688	1,485	97,09 (2,5)
6	0,338	1,981	0,819	4	0,103	0,745	0,686	1,330	90,83 (3,6)

А в таблиці 3 представлені дані оптимальних проєктів при оптимізаційних кутах армування. У обох таблицях А означає активність обмежень, Ш – шлях навантаження.

**Таблиця 3 – Результати оптимізації для 6-ти шляхів навантаження (Джерело: Автори)**

Ш	h <sup>*</sup> см	b <sup>*</sup>	$\delta^*$	k <sup>*</sup>	$\theta_1^*$	$\theta_2^*$	$\mu^*$
Панель, підкріплена полосами							
1	0,623	0,225	2,164	4	0,573	0,407	0,434
2	0,523	0,267	2,464	4	0,492	0,378	0,399
3	0,523	0,267	2,464	4	0,492	0,378	0,399
4	0,302	0,246	2,381	4	0,349	0,003	0,397
5	0,302	0,246	2,381	4	0,349	0,003	0,397
6	0,302	1,171	0,100	4	0,690	0,239	0,533
Панель, підкріплена кутками							
1	0,663	0,201	1,971	6	0,188	0,415	0,356
2	1,260	0,318	0,850	6	0,584	0,181	0,226
3	1,260	0,318	0,850	6	0,584	0,181	0,226
4	0,139	0,404	3,867	4	0,066	0,524	0,269
5	0,139	0,404	3,867	4	0,066	0,524	0,269
6	0,314	1,952	0,763	5	0,014	0,647	0,422

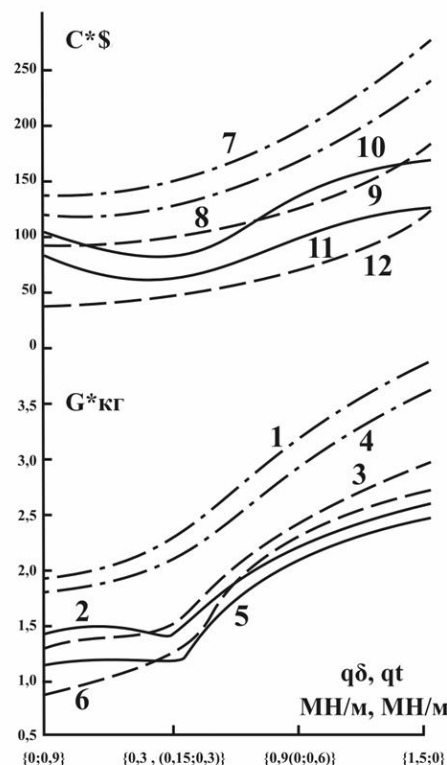
#### Продовження таблиці 3

Ш	$\beta_1^*$	$\beta_2^*$	$\beta_3^*$	G*, кг	C*, \$	A
рад						
Панель, підкріплена полосами						
1	1,568	1,225	0,325	2,401	118,27	(2)
2	1,481	1,006	0,412	2,401	96,140	(2)
3	1,481	1,006	0,412	2,401	96,140	(2)
4	0,734	1,284	1,185	1,246	57,260	(1)
5	0,734	1,284	1,185	1,246	57,260	(1)
6	0,846	1,003	0,031	1,197	69,020	(3)
Панель, підкріплена кутками						
1	0,278	1,448	1,480	2,649	111,86	(2)
2	1,439	0,348	0,793	2,312	67,830	(2)
3	1,439	0,348	0,793	2,312	67,830	(2)
4	1,000	0,794	1,047	1,247	42,980	(5)
5	1,000	0,794	1,047	1,247	42,980	(5)
6	1,361	0,719	0,946	0,833	40,140	(4,6)

## Обговорення результатів

Для наведених випадків навантаження задача векторної оптимізації (1)–(8) реалізувалася у двох варіантах: для ребер прямокутного і кутового поперечних перерізів при фіксованих (див. табл. 2) і оптимізованих (див. табл. 3) кутах армування, за допомогою людино-машинної процедури побудови інтегрального критерія якості, що дозволяє у діалоговому режимі проєктувальника з ЕОМ на основі принципу гарантованого результату знаходити оптимальні компромісні розв'язки багатокритеріальних задач. При цьому розв'язання відповідних

однокритеріальних задач оптимізації, що складають людино-машинну процедуру, здійснювалося за допомогою модифікованого методу випадкового пошуку, що дозволяє ефективно знаходити глобальні екстремуми багатоекстремальних задач оптимізації. Для порівняння наведена також оптимізація «гладкої» композитної панелі при тих самих вихідних даних в навантаженнях, що і для підкріпленої панелі (рис. 2).



**Рисунок 2 – Залежності маси і вартості «гладкої» і підкріпленої панелі від навантаження (Джерело: Автори)**

На рис. 2 представлені залежності маси і вартості оптимальних проєктів панелі від навантаження при фіксованих і оптимізованих кутах армування для двох варіантів підкріплення ребристої і «гладкої» композитних панелей. Криві 1, 7; 2, 8; 3, 9 відповідають «гладкій», підкріпленій полосами і кутками композитних панелей при фіксованих кутах армування відповідно, а криві 4, 10; 5, 11; 6, 12 – при оптимізованих кутах армування. Видно, що для всіх оптимальних проєктів, отриманих для відповідних шляхів навантаження, маса і вартість гладких панелей значно більше, ніж у підкріплених панелей (на 20–50 %) при одних і тих самих параметрах оптимізації.

Виграш у масі і вартості оптимальних підкріплених панелей порівняно з оптимальними гладкими тим суттєвіші, чим вище рівень навантаження. При змінненні навантаження параметри оптимізації перерозподіляються, збільшуючи жорсткість пакета у напрямку дії більших напруг. Включення кутів армування до параметрів оптимізації покращує проєктні рішення гладких і ребристих панелей при врахуванні двох критеріїв: маси і вартості для всіх випадків навантаження при двох варіантах підкріплення (на 5–30 %). При другому і третьому, а також при четвертому і п'ятому шляхах навантаження (при одних і тих самих нормальних напругах і різних дотичних напругах) оптимальні проєкти співпадають як для першого, так і для другого варіантів підкріплення. Це пояснюється тим, що активними тут виступали обмеження на місцеву стійкість обшивки і загальну стійкість підкріпленої панелі.

Таким чином, враховуючи значення маси і вартості (див. рис. 2), при фіксованих кутах армування для першого, четвертого і п'ятого шляхів навантаження, слід рекомендувати підкріплювати панель полосами, для шостого шляху навантаження рекомендується панель підкріплювати кутками, а для другого і третього при високих вимогах до маси – полосами, до вартості – кутками. Крім того, при можливості варіювання кутами армування для шостого шляху навантаження рекомендується

панель підкріпляти кутками, а для першого-п'ятого, якщо віддасть перевагу критерію мінімуму маси, – підкріпляти полонами, а якщо критерію мінімуму вартості – то кутками.

### Обмеження і практичне значення

Обмеження цього дослідження можуть спричинятися:

- 1) певними типами композитів або панелей, що використовуються для літальних апаратів, не охоплюючи всі можливі матеріали;
- 2) недостатньою точністю моделей та симуляцій, що використовуються для оптимізації;
- 3) обмеженою кількістю критеріїв і обмежень, що враховуються при оптимізації і не охоплюють інші аспекти, такі як довговічність матеріалів, надійність, вплив температури, тиску, корозії тощо.

Практичне значення полягає у можливості застосування отриманих оптимізаційних рішень у проєктуванні сучасних авіаційних і космічних конструкцій, ракет, дронів, безпілотників (БПЛА), квадрокоптерів, радіокерованих моделей тощо, що дозволяє зменшити масу і вартість літальних апаратів без втрати міцності. Запропонована методологія є універсальною і може бути адаптована для інших галузей народного господарства, таких як автомобілебудування, суднобудування, будівництво тощо. Розроблений на її основі програмний комплекс дозволяє оперативно визначати найдоцільніші варіанти конструкційного підкріплення залежно від обмежень і вимог.

### Висновки

Проведене дослідження підтвердило високу ефективність використання композитних матеріалів у конструкціях літальних апаратів. Підкріплення панелі дозволяє досягти оптимальних характеристик щодо маси та вартості, що є критично важливим для підвищення загальної ефективності ЛА. Гіпотезу дослідження підтверджено: підкріплена панель за критеріями

оптимізації маси та вартості при отриманих оптимальних параметрах краще, ніж «гладка» панель.

Таким чином, у роботі запропоновано ефективний підхід до багатокритеріальної оптимізації, що базується на використанні модифікованої людино-машинної процедури побудови інтегрального критерія якості на основі принципу гарантованого результату. Для розв'язання скалярних задач оптимізації розроблений модифікований метод випадкового пошуку, що дозволяє ефективно знаходити глобальні екстремуми багатокритеріальних нелінійних задач оптимізації. Розроблений програмний комплекс скалярної та векторної оптимізації конструкцій, зокрема композитних панелей, що базується на зазначеній методикі. Проведено моделювання та оптимізацію «гладких» і підкріплених композитних панелей з врахуванням фізичних, геометричних та структурних обмежень. Отримані оптимальні компромісні розв'язки композитної панелі за критеріями маси та вартості матеріалу при двох варіантах підкріплень та шести шляхів навантаження.

Як показало дослідження, багатокритеріальний підхід до оптимізації є необхідним для забезпечення балансу між різними показниками, такими як маса та вартість. Врахування цих показників у критеріях і обмеженнях дозволяє досягти найкращих результатів у проєктуванні конструкцій. Запропонована методика багатокритеріальної оптимізації разом зі скалярною оптимізацією можуть бути успішно застосовані для розробки високоефективних компонентів як літальних апаратів, так і інших конструкцій із композитних матеріалів і дозволить значно покращити їх експлуатаційні характеристики.

Для подальшого вдосконалення слід включити до оптимізації інші критерії та обмеження (міцність, аеродинамічні властивості, термічну стійкість, довговічність, надійність, витривалість до навантажень, стійкість до тиску, корозії тощо). Це дозволить досягти більш високих результатів у створенні легких, недорогих і міцних конструкцій, зокрема для ЛА, що відповідатимуть вимогам майбутніх технологій.

### References

- Alsubari, S. M., Chaffoui, H., & Nagi, S. (2024). Analysis of laminated Composite Structures. *Journal of Amran University*, 4(8), 10. <https://doi.org/10.59145/jaust.v4i8.103>
- Cheng, F., Jia, H., Ding, W., Zuo, W., & Fang, Y. (2025). Fail-safe topology optimization for fiber-reinforced composite structures. *Composite Structures*, 364, 119145. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2025.119145>
- Cho, H.-K. (2018). Optimization of laminated composite cylindrical shells to maximize resistance to buckling and failure when subjected to axial and torsional loads. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 19(1), 85–95. <https://doi.org/10.1007/s12541-018-0010-6>
- Farooq, U., & Myler, P. (2017). Efficient Determination of Mechanical Properties of Carbon Fibre-Reinforced Laminated Composite Panels. *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*, 12(5) [https://www.arpnjournals.org/jeas/research\\_papers/rp\\_2017/jeas\\_0317\\_5772.pdf](https://www.arpnjournals.org/jeas/research_papers/rp_2017/jeas_0317_5772.pdf)
- Farooq, U., Myler, P., & Siddique, V. (2021). Experimental and Micro-Macro Mechanics Methods in Prediction of Mechanical Properties of Carbon Fibre-Reinforced Composite Panels. *International Journal of Scientific Engineering and Science*, 5(7), 58–73. <http://ijeses.com/wp-content/uploads/2021/08/98-IJSES-V5N7.pdf>
- Fina, M., & Bisagni, C. (2025). Buckling design optimization of tow-steered composite panels and cylindrical shells considering aleatory and epistemic uncertainties. *Computational Mechanics*. <https://doi.org/10.1007/s00466-024-02589-8>
- Inés, M., & Almeida, A. D. (2009). *Structural Behaviour of Composite Sandwich Panels for Applications in the Construction Industry* [M.Sc. Thesis Extended Abstract], Técnico Lisboa. <https://e.surl.li/uti-2009>
- Kermani, A., & Ehsani, A. (2022). Multi-objective optimization of a sandwich structure with a hybrid composite grid core. *Advances in Structural Engineering*, 26(1), 137–152. <https://doi.org/10.1177/13694332221120852>
- Lv, H., Shi, S., Chen, B., Wen, Z., & Sun, Z. (2024). Multi-objective stiffness and mass optimization of bio - inspired hierarchical grid-honeycomb sandwich structures with cutouts considering buckling constraints. *Polymer Composites*, 46(2), 1884 – 1903. Portico. <https://doi.org/10.1002/pc.29080>
- Mormul, M., Shchytyov, D., Shchytyov, O., & Rudyanova, T. (2023). Aspects of multi-criterion selection of administrative decisions [In Ukrainian]. *Sword-Us Conference Proceedings, usc18-01*, 34–40. <https://doi.org/10.30888/2709-2267.2023-18-01-010>
- Pandey, A., Upadhyay, A. K., & Shukla, K. K. (2023). Multi-objective optimization of multi-core composite aluminum honeycomb sandwich panels for improved crashworthiness. *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*, 24(6), 391–405. <https://doi.org/10.1080/15502287.2023.2212015>
- Reddy, J. N. (2003). *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*. CRC Press. <https://doi.org/10.1201/b12409>
- Savran, M., & Aydin, L. (2022). Natural frequency and buckling optimization considering weight saving for hybrid graphite/epoxy-sitka spruce and graphite-flax/epoxy laminated composite plates using stochastic methods. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 30(13), 2637–2650. <https://doi.org/10.1080/15376494.2022.2061656>
- Seyyedrahmani, F., Khandar Shahabad, P., Serhat, G., Bediz, B., & Basdogan, I. (2022). Multi-objective optimization of composite sandwich panels using lamination parameters and spectral Chebyshev method. *Composite Structures*, 289, 115417. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2022.115417>
- Shyika, V. I. (2022). *Optimization of strength and mass properties of composite aircraft panels* [M.Sc. Thesis in Ukrainian]. NTUU KPI. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/51724>
- Xiao, Y., Wu, Z., Zhang, X., & Ren, X. (2022). Multi-Objective Optimization for Curvilinearly Stiffened Porous Sandwich Plates Reinforced with Graphene Nanoplatelets. *AIAA Journal*, 60(12), 6825–6841. <https://doi.org/10.2514/1.j061757>
- Yoo, K., Bacarreza, O., & Aliabadi, M. H. F. (2021). Multi-fidelity robust design optimisation for composite structures based on low-fidelity models using successive high-fidelity corrections. *Composite Structures*, 259, 113477. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.113477>
- Zhang, T., Wei, Z., Wang, L., Xue, Z., Wang, S., Wang, P., Qi, B., & Yue, Z. (2025). Multi-objective optimization of composite stiffened panels for mass and buckling load using PNN-NSGA-III algorithm and TOPSIS method. *Thin-Walled Structures*, 209, 112878. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2024.112878>



# Open-source analysis of the potential configuration and kinetic performance of the Oreshnik ballistic missile

Mykola Bondarenko , Volodymyr Habrinets , Mykhailo Vorobei 

**Purpose.** This article presents an analysis of the tactical and technical characteristics of the Oreshnik medium-range ballistic missile, which, according to open-source data, was employed in a precision strike against an infrastructure facility in Dnipro in November 2024. The study focuses on the missile's configuration, warhead type, and aerodynamic behavior using open-source information. **Design / Method / Approach.** An interdisciplinary methodology was applied, comprising Sentinel-2 satellite imagery analysis, kinetic-energy and aerodynamic-heating modeling, and comparative assessment against the Russian Avangard, Rubezh, and UR-100N UTTKh platforms. Missile debris and factory markings were used to reconstruct manufacturing chronology and identify design features. **Findings.** It was determined that Oreshnik is equipped with a hypersonic non-explosive kinetic warhead capable of destructive impact via high-velocity collision. The missile likely follows a suborbital trajectory, achieving speeds of 11–12 km/s and surface temperatures in excess of 4300 K. Markings indicate key components were manufactured in 2017, suggesting reuse of legacy platforms. **Theoretical Implications.** This work advances the theory of kinetic-impact systems by elucidating thermal-loading mechanisms and energy-transfer processes in hypersonic vehicles, thereby bridging contemporary implementations with the historical “Rods from God” concept. **Practical Implications.** The findings reveal limited strike effectiveness owing to high costs and moderate destructive yield, yet underscore the system's value as a demonstrator technology and its utility for hypersonic-system testing. **Originality / Value.** This study constitutes the first technical analysis of an Oreshnik missile strike based exclusively on open-source data, illustrating the growing role of civilian satellite imagery and interdisciplinary modeling in arms-monitoring. **Research Limitations / Future Research.** The analysis relies solely on open-source information. Future work should include detailed damage assessment, thermal-protection analysis, and expanded trajectory modeling with advanced software tools. Enhanced monitoring of high-velocity conventional weapons is recommended to support arms-control and humanitarian-law frameworks. **Article Type.** Applied research.

## Keywords:

Oreshnik, kinetic warhead, suborbital trajectory, aerodynamic heating, propulsion configuration, ballistic missile

**Мета.** У статті проведено аналіз тактико-технічних характеристик балістичної ракети середньої дальності «Орешнік», яка, за даними відкритих джерел, застосовувалася для високоточного удару по інфраструктурному об'єкту у місті Дніпро в листопаді 2024 року. Дослідження зосереджене на конфігурації ракети, типі бойової частини та аеродинамічній поведінці з використанням відкритих джерел. **Дизайн / Метод / Підхід.** Застосовано міждисциплінарний підхід: аналіз супутникових зображень Sentinel-2, моделювання кінетичної енергії й аеродинамічного нагріву, порівняння з платформами «Авангард», «Рубеж» і UR-100N UTTX. Уламки та заводські маркування слугували для відтворення хронології виготовлення й виявлення конструкційних особливостей. **Результати.** Встановлено, що «Орешнік» оснащено гіперзвуковою невибуховою бойовою частиною, здатною руйнувати цілі завдяки кінетичному удару. Імовірна суборбітальна траєкторія забезпечує швидкість 11–12 км/с і температуру поверхні понад 4300 К. Маркування свідчать про виробництво ключових компонентів у 2017 році, що вказує на повторне використання старих платформ. **Теоретичне значення.** Робота поглиблює теорію кінетичних систем ураження, демонструючи механізми теплового навантаження й передачі енергії в гіперзвукових блоках, наближаючи сучасні рішення до історичної концепції «Rods from God». **Практичне значення.** Результати виявляють обмежену ефективність ураження через високі витрати й помірну руйнівну потужність, проте підкреслюють демонстраційний потенціал технології й її значення для випробувань гіперзвукових систем. **Оригінальність / Цінність.** Це перший технічний аналіз удару ракетою «Орешнік» на основі відкритих джерел, який ілюструє зростаючу роль цивільних супутникових зображень та міждисциплінарного моделювання у моніторингу озброєнь. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** Дослідження базується на відкритих даних; майбутні роботи мають охопити деталізовану оцінку ушкоджень, аналіз теплозахисту й розширене моделювання траєкторії з сучасними програмними засобами. Рекомендовано посилити спостереження за високошвидкісною неядерною зброєю для контролю над озброєннями та гуманітарного права. **Тип статті.** Прикладне дослідження.

## Ключові слова:

Орешнік, кінетична боеголовка, суборбітальна траєкторія, аеродинамічний нагрів, конфігурація ракетного двигуна, балістична ракета

## Contributor Details:

Mykola Bondarenko, PhD Cand., O. Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, [m.bondarenko@ftf.dnu.edu.ua](mailto:m.bondarenko@ftf.dnu.edu.ua)  
Volodymyr Habrinets, Dr. Sci. Prof., Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, [habrinets@ftf.dnu.edu.ua](mailto:habrinets@ftf.dnu.edu.ua)  
Mykhailo Vorobei, PhD Cand., O. Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, [m.vorobei@ftf.dnu.edu](mailto:m.vorobei@ftf.dnu.edu)

Received: 2025-05-12

Revised: 2025-05-29

Accepted: 2025-05-30



Copyright © 2025 Authors.  
This work is licensed under a Creative  
Commons Attribution 4.0 International License.

The advent of hypersonic weapon systems has introduced new dimensions to strategic deterrence, arms control, and the geopolitical balance of power. The missile strike on the industrial facility in Dnipro, Ukraine, in November 2024 - allegedly involving the previously unknown "Oreshnik" medium-range hypersonic missile - offers a rare case study of a real-world application of such a system. However, this incident has yet to receive a systematic, scholarly assessment grounded in scientific methodology and critical literature analysis. The relevance of studying the Oreshnik system stems from several converging factors. First, the emergence of kinetic, non-nuclear hypersonic strike systems challenges existing military doctrines and missile defense strategies. Second, the growing integration of open-source intelligence (OSINT), satellite imagery, and modeling tools into arms monitoring enables unprecedented transparency. Third, the strike itself demonstrated characteristics distinct from traditional ballistic or cruise missile attacks, suggesting a shift in Russia's approach to strategic signaling. Despite the significance of these developments, existing scholarly literature contains few technical analyses of kinetic hypersonic systems based on verifiable evidence. Previous studies have mostly focused on the theoretical feasibility of systems such as the American "Rods from God" (Hitchens et al., 2006), Chinese kinetic energy weapons (Gubrud, 2011), and the physical modeling of aerodynamic heating during reentry (Meng et al., 2020). However, no peer-reviewed work has addressed the "Oreshnik" incident or attempted to reconstruct its parameters using publicly available data. This work seeks to fill that gap by building on the authors' previous research on propulsion and warhead behavior during hypersonic flight (Bondarenko & Gabrinets, 2023), and by incorporating recent developments in kinetic strike systems and hypersonic missile technologies. The novelty of the study lies in its open-source technical reconstruction of a missile strike, using a multidisciplinary approach. This work contributes both to the theory of kinetic strike systems and to practical arms monitoring methodology. The research is grounded in the hypothesis that the "Oreshnik" missile employs a kinetic warhead configuration, adapted from existing hypersonic platforms such as "Avangard" or "Rubezh". The aim of the study is to reconstruct the tactical and technical characteristics of the "Oreshnik" missile system, assess its design and mode of operation, and evaluate its implications for military efficiency and strategic stability. The analysis logically proceeds from a review of empirical satellite data, through aerodynamic modeling, to comparative assessment and discussion.

## Methodology

To analyze the tactical and technical parameters of the "Oreshnik" missile system, this study applies a structured sequence of computational and analytical methods grounded in publicly accessible data. The research design integrates remote sensing analysis, aerodynamic and thermodynamic modeling, classical mechanics, and OSINT. This multidisciplinary approach enables the reconstruction of the missile's flight characteristics, impact behavior, and potential origin, based on visual evidence, debris data, and comparative assessment with known Russian missile platforms.

## Object and Conditions of Study

The object of study is the warhead of the "Oreshnik" missile, presumably of a kinetic (non-explosive) type. The research is based entirely on publicly available data - Sentinel-2 satellite imagery, debris photos and videos, official public statements, and associated analytical sources. No classified or restricted information was used at any stage.

## Research Stages

1. Data collection. Satellite imagery from before and after the strike was obtained, along with visual records of debris and serial markings. Additionally, a historical timeline of political and military developments preceding the attack was compiled to contextualize the event and assess its strategic significance.
2. Trajectory and motion analysis. Based on visual traces, entry angle, and a typical suborbital flight profile (up to 100 km altitude), a hypothesis was formed regarding a kinetic terminal phase of impact.
3. Aerodynamic heating modeling. The nose cone temperature was calculated at different altitudes. Calculations were

performed for velocities from Mach 1 to Mach 10 at altitudes between 0 and 20 km.

4. Kinetic energy estimation. The impact energy was calculated under the assumption of a 500 kg warhead traveling at a velocity of 2000-3000 m/s. The resulting values were converted into TNT equivalents to facilitate comparison with conventional explosive munitions.

5. Serial number analysis. Factory markings dated April 12, 2017 were identified on debris, providing a key argument against the system being entirely new.

6. Comparative analysis. Technical comparison was made with Russian platforms such as "Avangard", "Rubezh", and "Kedr" regarding carrier configuration, velocity, trajectory, and warhead design.

## Limitations

Due to the lack of precise specifications of the missile (geometry, materials, exact warhead mass), all numerical estimates are approximations based on clearly stated assumptions. Factors such as the role of missile defense systems, combined strikes with other munitions (e.g., Kh-101), and the internal composition of the warhead could not be fully accounted for.

## Political-Military Context and Background

The strike on the production complex in the city of Dnipro in November 2024 became one of the most widely discussed examples of the use of high-precision missile weapons with hypersonic characteristics (Malinowski, 2020). The discovery of fragments of the warhead, the nature of the destruction, and the absence of signs of an explosion led to the assumption that a kinetic-impact munition was employed (Senglaub, 1996). This article is dedicated to the analysis of the technical indicators of the attack, the possible characteristics of the weapon used, as well as an examination of hypotheses regarding its origin and its connection to existing Russian strategic missile programs. To provide a complete context, a brief overview of the key events preceding the strike on Dnipro, as well as the politico-military situation that developed immediately before the event, is presented below. At the time of the strike on Dnipro, the war in Ukraine had already been ongoing for 33 months, and the events of mid-November 2024 unfolded against the backdrop of a sharp escalation of the international politico-military situation. On October 14, the President of the Russian Federation submitted to the State Duma a bill on the ratification of a treaty on a comprehensive strategic partnership between Russia and the DPRK (Lee, 2024). On October 18, according to South Korean intelligence, the DPRK authorities decided to send 12,000 troops, including a special forces unit, to participate in the war against Ukraine (Won, 2025). On November 17, representatives of the U.S. administration announced that, in response to Russia's decision to involve North Korean forces in combat operations, President Biden had authorized the first use by Ukraine of U.S.-supplied long-range missiles to strike targets on Russian territory, in defense of Ukrainian forces during an operation in the Kursk region (Usman, 2025). Following the United States, the governments of France and the United Kingdom authorized Ukraine to use their long-range SCALP/Storm Shadow missiles to strike targets within Russian territory (Tanevski, 2025). Depending on the modification, these missiles have a range of between 270 and 560 kilometers. Within 24 hours, Ukraine launched American ATACMS tactical missiles, followed a day later by Anglo-French Storm Shadow cruise missiles targeting the Bryansk and Kursk regions. On November 18, the Speaker of the Russian State Duma announced the possible deployment of new weapon systems against Ukraine. On November 19, the President of the Russian Federation signed a decree updating the country's nuclear doctrine (Smetana & Onderco, 2025), expanding the conditions under which Russian nuclear weapons could be used. The updated document states that Russia would consider aggression by a non-nuclear state with the participation or support of a nuclear power as a joint attack on Russia. On November 20, the U.S. Embassy in Ukraine suspended its operations, publishing information about an impending air attack (similar actions were taken by many other foreign embassies). On November 21, launches of Kh-101 cruise missiles and a Kh-47M2 Kinzhal aeroballistic missile were recorded, along with the launch of an intercontinental ballistic missile of an unknown type from the



Astrakhan region missile test range in Russia. At approximately 5:30 a.m., a non-nuclear hypersonic variant of one of these missiles struck a military-industrial facility in Dnipro. The strike was carried out using the newest medium-range missile system known as Oreshnik. According to eyewitness footage, the Russian military indeed employed some form of new weapon against a strategically important enterprise, although the exact type of munition remains unclear. Later, in statements to the media, when discussing the new complex, the President of the Russian Federation emphasized that existing missile defense systems, including American ones, are unable to intercept the Oreshnik missile (Kadyshch & Kütt, 2024). This missile is reported to strike its target at speeds of 2–3 kilometers per second. Prior to the attack, there had been no mention of this complex either in the media or in Western analytical reports. However, following the strike, numerous assessments were made regarding the system. Some experts referred to it as a modification of the Russian mobile ground-based Rubezh system, while others described it as a simplified variant of the Avangard hypersonic complex (Graef, 2024). This article compiles and analyzes all available information regarding Oreshnik in an attempt to assess the nature of the missile used in the November 21 strike on Dnipro.

### Technical Examination of the Missile Strike

Domestic and NATO specialists carried out radiation level measurements and surveyed the perimeter of the facility and adjacent areas to collect fragments of the Russian hypersonic Oreshnik missile. Their objective was to locate remnants of the missile's structure and traces of propellant at the site, which had been impacted by a missile strike. The Oreshnik missile is capable of reaching speeds up to ten times the speed of sound. The results of the analysis of the recovered missile fragments (Figs. 1-2) have not been disclosed in the media.



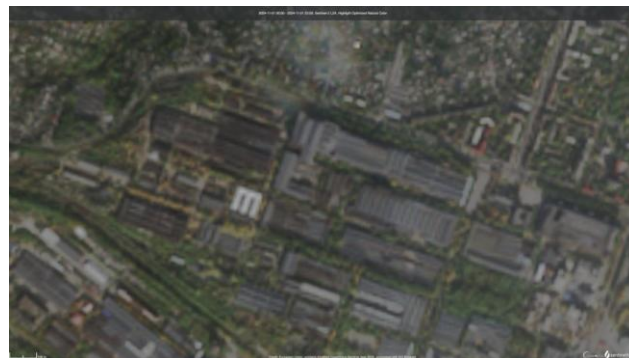
**Figure 1 – Debris of the Oreshnik missile**  
(Source: social media, open access)



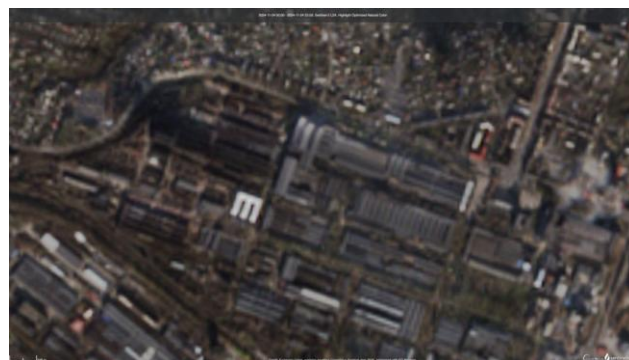
**Figure 2 – Debris of the Oreshnik missile**  
(Source: social media, open access)

Similarly, there has been no public information regarding the damage caused in the industrial district of Dnipro by the impact of the hypersonic missile. However, an analysis of available satellite imagery taken in clear weather conditions before and after the strike (Figs. 3-4) suggests that the enterprise did not suffer significant destruction. The images reveal zones of fire damage resulting from ignition caused by the impact of a separating warhead (Seo, 2024), which were subsequently extinguished by firefighting services.

Some of the observed impacts are also attributed to Kh-101 cruise missiles, which were launched against the plant alongside the Oreshnik missile on the same day. The buildings outside the plant's perimeter did not appear to be damaged, which may indicate a very limited damage radius characteristic of kinetic weapons. Unlike explosive munitions, they do not generate a wide blast wave or fragmentation field, which significantly reduces the extent of secondary damage.



**Figure 3 – Sentinel-2 L2A satellite image of the area on 2024-11-01, before the strike** (Source: <https://apps.sentinel-hub.com>)



**Figure 4 – Sentinel-2 L2A satellite image of the area on 2024-11-24, after the strike** (Source: <https://apps.sentinel-hub.com>)

In video footage of the strike available online (Fig. 5), a series of impacts from six individually guided blocks can be clearly distinguished, each estimated to weigh up to 200 kg.



**Figure 5 – Surveillance camera footage capturing the moment of the strike** (Source: CCTV footage, compiled from open-access video)

According to Russian statements, the missile was equipped with a non-nuclear hypersonic payload. The payload likely consisted of inert projectiles made from high-strength metallic alloys. Due to their extreme velocity, such projectiles possess substantial kinetic energy (Gubrud, 2011), allowing them to penetrate protective layers, such as reinforced concrete; however, they are highly imprecise. Based on the analysis of satellite imagery, it appears that roof penetrations of industrial workshop buildings may have occurred, with an estimated impact accuracy within a margin of  $\pm 50$  meters. The intense luminosity is associated with the high temperature of the falling missile fragments (Swaminathan et al., 1996).



This elevated temperature of all missile components is caused by external aerodynamic heating. The intensity of heating on the surface exposed to airflow depends on the flight velocity (Bondarenko & Gabrinets, 2023). At low speeds, this heating is negligible, and the resulting temperature increase can generally be disregarded. However, at high velocities, the aerodynamic heating of the missile's nose cone and the surrounding air can become highly significant. The rise in temperature of the missile's external surface due to aerodynamic heating is caused by both the viscosity of the surrounding air and the compression of air at the frontal surfaces (Meng et al., 2020). As a result of viscous friction in the boundary layer, the velocity of air particles decreases, leading to a temperature increase across the missile's surface. Air compression also contributes to a temperature rise, although primarily in localized regions. The nose cone and leading edges of the structure are particularly affected, where temperatures may reach levels dangerous to structural integrity. In such cases, almost direct collisions between the airflow and the surface occur, resulting in full dynamic deceleration. According to the principle of energy conservation, all the kinetic energy of the flow is transformed into thermal energy and pressure energy at the stagnation points. This corresponding temperature increase is directly proportional to the square of the relative flow velocity before deceleration (or, neglecting wind effects, to the square of the missile's speed) and inversely proportional to the flight altitude. During gas flow deceleration, the kinetic energy of the gas decreases, leading - according to the law of conservation of energy - to an increase in the internal energy and temperature of the gas (Lees, 1965).

The maximum heat content (enthalpy) of 1 kg of gas during its deceleration near the surface of a body is close to the stagnation enthalpy, as shown in equation (1):

$$H_0 = H_s + \frac{v^2}{2} \quad (1)$$

where  $H_s$  is the enthalpy of the incoming flow, and  $v$  is the flight velocity. If the flight velocity is not too high ( $v \leq 1000$  m/s), the specific heat at constant pressure  $C_p$  can be considered constant, and the corresponding stagnation temperature of the gas can be determined using the following expression (see equation (2)):

$$T_0 = T_n + \frac{v^2}{2C_p} \quad (2)$$

The results of the surface temperature calculations for the warhead as a function of altitude and flight velocity are presented in Table 1. From the data in the table, it is evident that when passing through two atmospheric layers, 1-10 km and 11-20 km, at a speed of 10 Mach, the temperature increase will be 5763K and 4333K, respectively. The total temperature increase for the blocks is 10 096K. The nature of the impact - with an almost vertical trajectory - suggests the use of a warhead that followed a suborbital or quasi-ballistic flight profile, with a trajectory extending beyond the mesosphere (Singh et al., 2013). Such a flight profile is typical for hypersonic glide vehicles or maneuvering warheads. Boosting the warhead to a higher altitude (over 100 km) significantly reduces the thermal load due to the low air density in the upper layers of the atmosphere, which is critical at speeds exceeding Mach 10. In a rarified environment, aerodynamic resistance and, consequently, the heat flux on the body are minimal, ensuring the structural integrity of the warhead during the final phase of flight (Khanolkar et al., 2017).

**Table 1 – Surface temperature of the warhead depending on altitude and flight velocity (developed by authors)**

	Mach 1.0	Mach 2.0	Mach 3.0	Mach 5.0	Mach 10.0
<b>Flight Altitude 0–10 km</b>					
Flight Speed (m/s)	340.3	681	1021	1701	3403
Flight Speed (km/h)	1225	2450	3675	6125	12250
Stagnation Temperature (K)	346	519	807	1729	6051
Temperature Increase (K)	58	231	519	1441	5763
<b>Flight Altitude 11–20 km</b>					
Flight Speed (m/s)	295	590	885	1475	2950
Flight Speed (km/h)	1062	2124	3186	5310	10620
Stagnation Temperature (K)	250	390	606	1300	4550
Temperature Increase (K)	43	173	389	1083	4333

The final phase is executed along a steeply descending trajectory, increasing the kinetic impact and making interception by

missile defense systems more difficult. This perspective on the attack on the production complex suggests the use of kinetic weapons based on the principle of converting kinetic energy into heat upon impact (Zhu et al., 2024). In this case, the energy of motion is the accelerated movement of the warhead's separating blocks, propelled by rocket engines, from space towards Earth. Upon impact with the target, the kinetic energy of the rapidly moving blocks is released, causing destruction similar to that of a meteorite strike. It is assumed that molybdenum-tungsten cores were used for the warhead. The lack of data on the scale and nature of the damage makes it difficult to assess whether additional explosives were used in the Oreshnik.

The absence of explosive warheads reduces potential collateral damage and adds an element of surprise due to the high velocity (around 2-3 km/s) and the difficulty of detecting such blocks before impact. This concept continues to generate interest and concern when discussing military and space policy.

### Analysis of the serial markings of the recovered components

An image of a missile warhead fragment, presumably used in the strike on the production complex, was recorded in open sources (Fig. 6). A factory marking with a manufacturing date of April 12, 2017, is clearly visible on one of the components. This fact deserves particular attention, as earlier public statements by the President of the Russian Federation claimed that the Oreshnik system represented a brand-new development, having entered testing in 2024 (Bin, 2024).



**Figure 6 – One of the components of the Oreshnik missile dated April 12, 2017 (Source: social media, open access)**

The presence of components manufactured in 2017 allows several conclusions to be drawn:

1. The actual development history of the system is significantly deeper than officially stated. It is possible that the Oreshnik is a modernization of earlier designs rather than an entirely new project.

2. The production cycle of the missile or its warhead may have lasted several years, involving previously manufactured elements, which is typical for low volume or experimental weapon systems.

3. Claims about the system's "novelty" may serve political or propagandistic purposes and may not reflect the actual timeline of critical component development.

The presence of a manufacturing date from 2017, particularly in the context of a supposedly cutting-edge hypersonic weapon, suggests a potential discrepancy between the declared and actual stages of readiness and deployment of the system. This, in turn, may influence the assessment of Russia's production capabilities and the logistics of serial manufacturing of hypersonic weapons.

### Kinetic strike and the «Rods from God» concept

The idea of destroying targets solely through kinetic energy without the use of explosives has a long history in military theory. One of the most well-known concepts is the American Rods from God project, which proposed placing tungsten rods in space

that, when falling to Earth from orbital heights, would reach speeds of around 11-12 km/s (Hitchens et al., 2006). Upon impact with the surface, such a rod would possess colossal kinetic energy, sufficient to destroy fortified targets, comparable to the destructive effect of a small nuclear warhead - but without radiation and explosion. According to the formula for kinetic energy from classical mechanics (see equation (3)):

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad (3)$$

For a mass of 500 kg and a speed of 3 km s<sup>-1</sup>, the kinetic energy is  $2.25 \times 10^9$  J, which is roughly equivalent to 538 kg of TNT. For heavier blocks and speeds of 5-6 km/s, this value can reach several tons of TNT.

However, such a scheme has significant limitations:

- To achieve kinetic energy comparable to that of a high-explosive charge, a significant mass is required, making the deployment of such blocks to orbit extremely expensive.
- Unlike conventional warheads, kinetic blocks do not have the ability to vary the power - the effect strictly depends on mass and speed.
- The use of conventional explosives can achieve comparable destructive effects at much lower costs, especially in tactical scenarios.

Thus, despite the technical feasibility, the concept of kinetic destruction remains probabilistic. Its advantages - small signature, lack of explosives, and reduced secondary damage - are offset by high cost, limited applicability, and logistical complexity. Therefore, in practice, such solutions are not implemented purely, but as part of hypersonic systems combining both kinetic and explosive effects. From the perspective of economic efficiency, kinetic damage systems significantly lag behind traditional weapons (Moric & Kadyshchev, 2025). For example:

- Launching a heavy kinetic block with a mass of 500-1000 kg requires a carrier rocket or ICBM with the corresponding payload capacity and accurate guidance system. The cost of one launch of an intercontinental missile or a heavy rocket carrier can range from \$50 to \$100 million.
- Hypersonic glide blocks require high-temperature composites, control systems, and heat protection - the block alone may cost several million dollars.
- In total, such an impact may cost \$60-100 million or more.

For comparison:

- Conventional warheads with explosives, capable of causing comparable damage, are an order of magnitude cheaper - from \$50,000 to \$500,000 depending on the type (Air Bomb, Short-Range Ballistic Missile, Medium-Range Ballistic Missile, etc.).
- Precision-guided cruise missiles with explosive or submunitions warheads cost \$1-2 million per unit in mass production.

Thus, the cost of the destructive effect per kilogram of destruction for kinetic warheads can be tens of times higher than that of traditional weapons (estimated cost of warheads is presented in Table 2). This makes them impractical for mass use, despite their unique physical advantages.

For explosives, the energy is presented based on the calorific value of TNT (4.184 MJ kg<sup>-1</sup>). Although the concept was never fully realized in weaponry, its principles are reflected in modern hypersonic weapon systems (Kalvinkar et al., 2024). Maneuverable warheads traveling at speeds of 5-20 Mach along steep descending trajectories implement a similar damage mechanism by utilizing purely mechanical energy.

**Table 2 – Kinetic energy and estimated cost of warheads and aerial bombs at characteristic collision velocities (developed by authors)**

Weapon	Warhead, kg	Impact velocity	Energy	TNT, kg	Estimated cost
Hypersonic kinetic block	500	3.0	2250	~538	\$60-100 million
Warhead of Iskander-M	~480	~2.1	~1058	~253	\$3-5 million
Kalibr cruise missile	~400	~0.3	~18	~4.3	\$1-2 million
FAB-500	500	0.3	~22.5	~5.4	\$25-50 thousand
Rods from God	1000	11	60 500	~14 466	\$150-300 million

Unlike nuclear or high-explosive warheads, kinetic strikes reduce collateral damage, offer greater political flexibility, and are potentially harder to detect by early warning systems. The current

analysis of the alleged strike by the Oreshnik missile system on the production complex indicates that, despite the high level of technical sophistication, the pure kinetic impact concept demonstrates limited practical effectiveness. Even at an impact velocity of approximately 3 km s<sup>-1</sup>, the kinetic energy of a 500 kg warhead is roughly equivalent to 538 kg of TNT, which is comparable to the effect of a standard high-explosive warhead.

However, the cost of delivering a kinetic block to the target - considering the launch of an ICBM, the use of high-temperature materials, and precision guidance systems - can reach tens of millions of dollars, making such a strike economically unjustifiable in most combat scenarios. In contrast to traditional munitions with explosives, which provide similar or even greater destructive effects at a much lower cost, hypersonic kinetic weapons are inferior in terms of cost-effectiveness (Bondarenko & Vorobei, 2024).

Thus, the use of the Oreshnik in this mode should be viewed either as a demonstration of technological superiority, as a deliberate compromise aimed at minimizing collateral damage (for example, when striking strategic targets), or as a tool of political and psychological influence. From a purely military efficiency perspective, the concept remains extremely niche.

## Potential technological continuity of the Oreshnik system

Various theories regarding the origin of the system used in the strike on the industrial facility, provisionally designated as Oreshnik, are discussed in public sources and among experts. Among the possible analogs and prototypes, the following Russian developments are most frequently mentioned: Avangard, Kedr, Rubezh, Temp-2S, as well as advanced modifications of intercontinental ballistic missiles such as Sarmat and systems based on the UR-100N UTTKh platform.

### Overview of the Kedr Project

On November 22, 2024, the Main Directorate of Intelligence of the Ministry of Defense of Ukraine published information about a new ballistic missile that was used in the strike on Dnipro. According to their report, it was a ballistic missile associated with the Kedr missile complex (Kristensen et al., 2023). Kedr is a project of a next-generation ICBM designed to replace the Yars and Topol-M systems. The first mention of the project appeared in the media on March 1, 2021, describing it as being at the very early stages, with funding allocated through 2027. By 2023, the project was expected to transition to the phase of experimental design work. One of the key features of the Kedr system was reported to be enhanced mobility. This suggests that the complex might be smaller than its predecessors, Topol and Yars. It is unlikely that Kedr is already fully operational - as of 2025, there are no reports of a completed testing cycle. However, it is possible that technologies from the Kedr project were tested within a separate program, which externally could be perceived as the Oreshnik system.

### Overview of the Rubezh Project

During a briefing following the missile strike, Sabrina Singh, Press Secretary of the United States Department of Defense, stated that the ballistic missile used by Russia to strike Ukraine was based on the Russian RS-26 Rubezh missile. Rubezh is an intercontinental ballistic missile based on a modified Yars missile complex (Fig. 7) (Bartles, 2017). The RS-26 Rubezh was presumably developed as a successor to the RSD-10 Pioneer missile, which was dismantled under the INF Treaty (Maloney, 2015). According to publicly available information, the development of the Rubezh missile began no later than 2006, incorporating experience from the Topol-M and Yars ICBM programs as a lighter variant (Bondarenko et al., 2024).

Testing reportedly started in 2011, but the program was suspended in 2016. In 2018, it was officially announced that the Rubezh project had been excluded from the state armament programs (Schneider, 2024). The RS-26 Rubezh is closer in size to a medium-range missile. In the case of the Oreshnik, the event involved an almost vertical impact with high kinetic energy -

which could correspond to a maneuverable reentry vehicle from the Rubezh system, or its modified version without an explosive payload.



Figure 7 – Presumed appearance of the RS-26 Rubezh mounted on an MZKT-79291 chassis (Source: social media, open access)

### Overview of the Avangard Project

Avangard is a strategic hypersonic missile system equipped with a detachable maneuverable hypersonic glide vehicle (Fig. 8) (Zhouwei et al., 2022). The system was placed on combat duty in 2019. As a carrier for the warhead, the UR-100N UTTKh Stiletto ballistic missile (figure 8), developed during the Soviet era, is used.



Figure 8 – The UR-100N UTTKh missile, carrier of the Avangard warhead (Source: social media, open access)

In addition, the RS-28 Sarmat ICBM is expected to become the primary carrier for the Avangard warhead in the future. It was reported that during tests in December 2018, the Avangard glide vehicle exceeded 27 times the speed of sound (Gady, 2019). The nature of the target impact corresponds to the characteristics of the Avangard system. Although Avangard was originally designed as a strategic nuclear weapon, its technology could feasibly be adapted to create a non-nuclear modification capable of delivering a kinetic

strike against a precision target. It should also be noted that during the hypersonic approach of the glide vehicle to the target, the vehicle's body heats up to extremely high temperatures.

As a result, the object becomes highly visible, which is clearly observable in footage from the Oreshnik strike and is consistent with the known behavior of the Avangard system.

Thus, it is most likely that the Oreshnik system is either a modification of the Avangard warhead implemented in a non-nuclear configuration, or an experimental system based on the technological groundwork of the Avangard, but adapted for use with other missile carriers or for non-nuclear precision strike missions. At the same time, a direct connection to the Avangard appears more plausible than a connection to prospective but still incomplete programs such as Kedr.

### Conclusions

The deployment of the Oreshnik missile system during the strike on the industrial plant represents a precedent that deserves separate consideration from both military-technical and military-political perspectives. For the first time in open sources, the use of a warhead exhibiting signs of hypersonic kinetic impact without the use of explosives has been documented. Prior to the strike, information regarding the existence of the system itself was absent from both Russian and international analytical materials.

The analysis of the nature of the destruction, the presumed trajectory, the observed physical effects (aerodynamic heating, light emission, impact accuracy), as well as economic and production-related aspects, allows for several key conclusions:

1. It is highly probable that Oreshnik represents a modified or experimental version of already existing hypersonic platforms, such as Avangard, rather than an entirely new development.
2. Kinetic impact without explosives demonstrated limited effectiveness against industrial targets: despite the high velocity and penetrating capability, no significant damage beyond localized perforations was recorded.
3. The economic efficiency of deploying Oreshnik raises serious questions: comparable or even greater damage could be inflicted by much cheaper means, rendering such weapons impractical for mass deployment.
4. However, the political and psychological effect of using a new hypersonic weapon against a highly protected target in the rear is considerable. It serves as a signal of Russia's capability to breach missile defenses in a non-nuclear configuration.

Thus, the deployment of the Oreshnik system should be viewed not purely as a military action, but as a demonstrative act combining the testing of advanced technology, exertion of political pressure, and assessment of the international community's reaction. At this stage, Oreshnik remains a unique but niche system, not intended for large-scale use, yet potentially capable of influencing future approaches to the development of high-speed non-nuclear weaponry.

### References

- Bartles, C. K. (2017). Russian threat perception and the ballistic missile defense system. *The Journal of Slavic Military Studies*, 30(2), 152-169. <https://doi.org/10.1080/13518046.2017.1307016>
- Bin, Y. (2024). Moscow and Beijing at the Dawn of A Grave New World of Trump 2.0. *Comparative Connections: A Triannual E-Journal on East Asian Bilateral Relations*, 26(2). <https://cc.pacforum.org/2024/12/moscow-and-beijing-at-the-dawn-of-a-grave-new-world-of-trump-2-0>
- Bondarenko, M., & Gabrinets, V. (2023). Thrust vector control of solid rocket motors for tactical missiles. *Journal of Rocket-Space Technology*, 31(4), 26-31. <https://doi.org/10.15421/452304>
- Bondarenko, M., & Vorobei, M. (2024). Modern air defense methods and countermeasures for use in operational-tactical missiles. *Challenges and Issues of Modern Science*, 2, 175-183. <https://cims.fti.dp.ua/j/article/view/188>
- Bondarenko, M., Habrinets, V., & Vorobei, M. (2024). Evolution of Multiple Launch Rocket Systems from Early Rockets to HIMARS and Beyond. *Challenges and Issues of Modern Science*, 3, 23-34. <https://cims.fti.dp.ua/j/article/view/241>
- Gady, F.-S. (2019). *Report: Russia to Produce 60 Avangard Hypersonic Boost-Glide Warheads*. Diplomat Media Inc. <https://thediplomat.com/2019/07/report-russia-to-produce-60-avangard-hypersonic-boost-glide-warheads>
- Graef, A. (2024). *US-Mittelstreckenwaffen in Deutschland: Abschreckung und Rüstungskontrolle zusammen denken*. Institut für Friedensforschung und Sicherheitspolitik. <https://doi.org/10.25592/ifsh-policy-brief-0424>
- Gubrud, M. A. (2011). Chinese and US kinetic energy space weapons and arms control. *Asian Perspective*, 35(4), 617-641. <http://doi.org/10.1353/apr.2011.0026>
- Hitchens, T., Katz-Hyman, M., & Lewis, J. (2006). US space weapons: big intentions, little focus. *Nonproliferation Review*, 13(1), 35-56. <https://doi.org/10.1080/10736700600861350>
- Kadyshev, T., & Kütt, M. (2024). Analyzing the Utility of Arrow 3 for European Missile Defense Using Footprint Calculations. *Science & Global Security*, 32(1-3), 174-218. <https://doi.org/10.1080/08929882.2024.2444750>



- Kalvinkar, M., Jacob, K., & Reddy, P. (2024). Hypersonic High Speed Strike Weapons: Design, Research and Development. *Accelaron Aerospace Journal*, 3(5), 593-599. <https://doi.org/10.61359/11.2106-2461>
- Khanolkar, N. P., Bhushan, B., Siddharth, M., Borrisson, E., & Sinha, J. (2017, December). Analysis of aerodynamic characteristics of a missile configuration. In *2017 International Conference on Infocom Technologies and Unmanned Systems (Trends and Future Directions) (ICTUS)* (pp. 877-882). IEEE. <http://doi.org/10.1109/ICTUS.2017.8286129>
- Kristensen, H. M., Korda, M., & Reynolds, E. (2023). Russian nuclear weapons, 2023. *Bulletin of the Atomic Scientists*, 79(3), 174-199. <https://doi.org/10.1080/00963402.2023.2202542>
- Lee, K. K. (2024). A Study on the Change Trends and Implications of North Korea-Russia Relations: Focusing on the Comprehensive Strategic Partnership Agreement. *Convergence Security Journal*, 24(3), 209-218. <https://doi.org/10.33778/kcsa.2024.24.3.209>
- Lees, L. (1965). Kinetic theory description of rarefied gas flow. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 13(1), 278-311. <https://doi.org/10.1137/0113017>
- Malinowski, P. (2020). Hypersonic weapon as a new challenge for the anti-aircraft defense command and control system. *Safety & Defense*, 6(2), 89-99. <https://doi.org/10.37105/sd.87>
- Maloney, S. M. (2015). Remembering Soviet Nuclear Risks. *Survival*, 57(4), 77-104. <https://doi.org/10.1080/00396338.2015.1068558>
- Meng, Y. S., Yan, L., Huang, W., & Tong, X. Y. (2020, July). Numerical investigation of the aerodynamic characteristics of a missile. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (Vol. 887, No. 1, p. 012001). IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/887/1/012001>
- Moric, I., & Kadyshchev, T. (2025). Forecasting Costs of US Ballistic Missile Defense Against a Major Nuclear Strike. *Defence and Peace Economics*, 36(2), 141-166. <https://doi.org/10.1080/10242694.2024.2396415>
- Schneider, M. B. (2024). How many nuclear weapons does Russia have? The size and characteristics of the Russian nuclear stockpile. *Comparative Strategy*, 43(4), 305-433. <https://doi.org/10.1080/01495933.2024.2363738>
- Senglaub, M. (1996). *Systems engineering analysis of kinetic energy weapon concepts* (No. SAND-96-1413). Sandia National Lab. (SNL-NM), Albuquerque, NM (United States). <https://doi.org/10.2172/273723>
- Seo, H. (2024). In the Shadow of the Cold War: Structural Analysis on US-Russia Relations. *The Korean Journal of International Studies*, 22(3), 271-310. <https://doi.org/10.14731/kjis.2024.12.22.3.271>
- Singh, U. K., Padmanabhan, V., & Agarwal, A. (2013, August). A novel method for training and classification of ballistic and quasi-ballistic missiles in real-time. In *The 2013 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)* (pp. 1-8). IEEE. <http://doi.org/10.1109/IJCNN.2013.6707115>
- Smetana, M., & Onderco, M. (2025). "Hope the Russians Love Their Children Too": Russian Public Support for the Use of Nuclear Weapons after the Invasion of Ukraine. *Journal of Global Security Studies*, 10(3), ogaf012. <https://doi.org/10.1093/jogss/ogaf012>
- Swaminathan, P. K., Taylor, J. C., Rault, D. F., Erlandson, R. E., & Meng, C. I. (1996). Transition regime aerodynamic heating of missiles. *Journal of spacecraft and rockets*, 33(5), 607-613. <https://doi.org/10.2514/3.26809>
- Tanevski, S. (2025). French diplomacy and the war in Ukraine. *Knowledge - International Journal*, 69(1), 335-340. <https://ojs.ikm.mk/index.php/kij/article/view/7243>
- Usman, K. (2025). *Ukraine from offensive to defensive*. Available at SSRN 5150489. <https://doi.org/10.2139/ssrn.5150489>
- Won, Y. (2025). Why is North Korea helping Russia's war on Ukraine? *Green Left*, 1422, <https://www.greenleft.org.au/content/why-north-korea-helping-russias-war-ukraine>
- Zhouwei, Z., Yaosen, L., Wang, Y., & Fan, X. (2022, September). Development overview of Russian ballistic missile and missile defense system. In *International Conference on Mechanical Design and Simulation (MDS 2022)* (Vol. 12261, pp. 252-263). SPIE. <https://doi.org/10.1117/12.2638612>
- Zhu, M., Zhang, H., Feng, L., & Lu, X. (2024, February). Assessment and Research of Destructive Effects of the Space-based Weapon. In *2024 International Conference on Electrical Drives, Power Electronics & Engineering (EDPEE)* (pp. 397-403). IEEE. <http://doi.org/10.1109/EDPEE61724.2024.00081>

# Modeling fin efficiency considering transverse temperature gradients in rocket engine cooling channels

Volodymyr Sliusariev , Valerii Bucharskyi 

**Purpose.** This study aims to improve the accuracy of methods for determining fin efficiency. Its goal is to derive calculation relationships for finning coefficients that account for transverse temperature non-uniformity within the fin cross-section. **Design / Method / Approach.** The article presents the reduction of the heat conduction equation for a fin to a dimensionless form, based on dimensional analysis of the variables involved. Further development relies on analyzing the results of numerical simulations and their subsequent generalization. To this end, the gradient descent method is applied, minimizing the quadratic error function. **Findings.** A criterial dependence has been formulated to complement the derived heat conduction equation. Test calculations and comparisons with numerical simulations in Ansys Fluent confirm an improvement in calculation accuracy when using the proposed equation. **Theoretical Implications.** This paper addresses factors previously neglected in the analysis of heat transfer in fins. The results of the study thus complement existing approaches to determining finning coefficients. **Practical Implications.** The derived criterial relationship will enhance the accuracy of heat transfer calculations in the chambers and gas generators of liquid rocket engines. **Originality / Value.** The paper introduces an original criterial relationship that accounts for temperature non-uniformity across the fin cross-section. Incorporating this factor improves calculation accuracy, highlighting the practical value of the developed equation. **Research Limitations / Future Research.** This study focuses on rectangular fins; therefore, the proposed model is not applicable to fins with variable thickness in the ducts of liquid propellant rocket engines (LPREs). Developing a fin model without these limitations will be the objective of future research on this topic. **Article Type.** Applied Research.

## Keywords:

mathematical model of heat transfer, transverse temperature non-uniformity, liquid propellant rocket engine, cooling channels of the engine chamber

**Мета.** Дана робота спрямована на підвищення точності методів визначення ефективності оребрення. Метою роботи є отримання розрахункових співвідношень для коефіцієнтів оребрення, що враховують температурну нерівномірність у поперечному перерізі ребра. **Дизайн / Метод / Підхід.** У статті представлені результати приведення рівняння теплопровідності в ребрі до безрозмірного виду на основі аналізу розмірностей величин, що входять до рівняння. Наступна частина роботи ґрунтується на аналізі результатів чисельного моделювання та їх подальшому узагальненні. Для цього використовується метод градієнтного спуску з урахуванням мінімізації квадратичної функції помилки. **Результати.** Розроблено критеріальну залежність, яка доповнює отримане рівняння теплопровідності у ребрі. Також проведено тестові розрахунки та порівняння з чисельним моделюванням у Ansys Fluent, що підтверджують підвищення точності розрахунку при використанні отриманого рівняння. **Теоретичне значення.** У роботі розглянуті фактори, що впливають на теплопередачу в ребрах, якими раніше нехтувалося. Таким чином, результати, отримані в дослідженні, доповнюють існуючі підходи до визначення коефіцієнтів оребрення. **Практичне значення.** Отримана критеріальна залежність дозволить підвищити точність розрахунків теплопередачі у камерах та газогенераторах рідинних ракетних двигунів. **Оригінальність / Цінність.** Робота містить оригінальне критеріальне співвідношення, що дозволяє враховувати температурну нерівномірність у поперечному перерізі ребра. Урахування цього фактору дозволяє підвищити точність розрахунків, що зумовлює цінність отриманого рівняння під час проведення практичних розрахунків. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** У цьому дослідженні розглядаються прямокутні ребра. Відповідно, отримана модель не може бути використана для визначення коефіцієнта оребрення в трактах рідинних ракетних двигунів (РРД) з ребрами змінної товщини. Розробка моделі ребра, яка була б позбавлена даних обмежень, стане метою подальших досліджень з даної тематики. **Тип статті.** Прикладне дослідження.

## Ключові слова:

математична модель теплопередачі, поперечна температурна нерівномірність, рідинний ракетний двигун, тракт охолодження камери двигуна

## Contributor Details:

Volodymyr Sliusariev, PhD student, Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, [slusariev@ftf.dnu.edu.ua](mailto:slusariev@ftf.dnu.edu.ua)

Valerii Bucharskyi, PhD, Assoc. Prof., Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, [bucharskyi@ftf.dnu.edu.ua](mailto:bucharskyi@ftf.dnu.edu.ua)

Accurate calculation of the influence of fin parameters on heat transfer in the cooling tract is a critical stage in the design of liquid-propellant rocket engine chambers and has been the subject of extensive research in recent studies (Leonardi et al., 2019; Vekilov et al., 2021). This is primarily due to the fact that the fin efficiency coefficient can assume values either greater or less than one. Consequently, in some cases, the selected fin geometry may actually degrade heat transfer performance. To prevent such outcomes, reliable and precise methods for calculating all heat transfer parameters are essential.

However, many widely used approaches were developed during the last century. At that time, the ability to conduct a large number of computational experiments was limited, and several methods were deliberately simplified to allow for manual calculations without the use of computers. As a result, these established methods possess significant limitations regarding the ranges of parameters within which their application remains valid.

An example of such a technique is the traditional approach to fin calculations (Forsberg, 2021). In deriving the heat conduction equation for a fin, simplifications are introduced by treating the fin as a rod whose cross-sectional dimensions ( $a^2$ ) are small compared to its length ( $L$ ) (see Fig. 1), thereby reducing the problem to a one-dimensional heat conduction formulation.

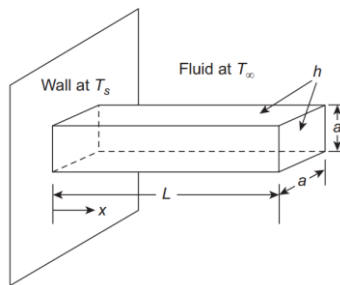


Figure 1 – Considered configurations (Source: Forsberg, 2021)

As a result, the equation incorporates an average temperature over the fin's cross-section. However, the intensity of heat transfer depends on the surface temperature of the fin, which, in the general case, differs from the cross-sectional average. Moreover, in real engines, the geometry of fins does not always align with these simplifying assumptions. Therefore, applying this equation can lead to significant errors in certain cases.

An alternative approach involves developing new mathematical models based on the generalization of numerical experiment results. Such models, on the one hand, overcome the limitations of earlier methods, and on the other hand, enable the rapid determination of cooling system parameters – an important advantage in the context of growing competition in the rocket and space industry. This is supported by studies (Sliusariev & Bucharskyi, 2024; Bucharskyi et al., 2018), which demonstrate that new mathematical models can achieve improved accuracy while reducing the computational effort required.

Naturally, the resulting mathematical models are less convenient for manual use, but they are better suited for algorithmic implementation and programming. Therefore, a key consideration in this context is the effective use of computer-integrated technologies in rocket engine design, as illustrated in (Sukachevskyi & Shevtsov, 2024). At the initial stage of model development, it is important to determine the target platform for implementation—whether it will be a computer algebra system such as Mathcad (PTC Inc, 2025), or specialized libraries for general-purpose programming languages, such as SciPy for Python (Virtanen, P et al., 2020). This helps to identify the available capabilities and limitations from the outset. In their work, the authors focused on the functionality provided by the Wolfram Mathematica system (Wolfram Research, Inc., 2025).

It is also important to note that such a model is applicable not only to LPRE chambers, but also to other components, such as gas generators and heat exchangers in tank pressurization systems (Mitkov & Sedchenko, 2023). The results obtained may also prove valuable in the development of new heat supply systems, whose significance is highlighted in recent studies (Bilohurov et al., 2024; Tokarskyi & Habrinets, 2024).

## Literature review and problem statement

To confirm the relevance and novelty of the problem, a review of recent research in this area was conducted. The literature analysis revealed that many contemporary studies are still based on classical finning theory. Examples include studies (Sichler et al., 2018; Kose & Celik, 2023), which present the development of one-dimensional models for cooling rocket engine chambers using methane – a particularly timely topic given the growing interest in this fuel, driven in part by the success of SpaceX's Raptor engine (Williams, 2023).

Another widely adopted approach involves the use of computer-aided engineering (CAE) systems. These tools enable the simulation of both hydraulic processes within cooling channels and heat conduction through chamber walls and fins. For instance, study (Jeong et al., 2023) demonstrates the feasibility of modeling heat transfer using open-source software, which offers a cost-effective alternative for small companies and startups unable to invest in commercial solutions. In other studies (Xu et al., 2023; Kim et al., 2014), heat conduction in the chamber wall and fins was modeled as part of a conjugate heat transfer analysis of the engine chamber. However, it is important to note that numerical modeling requires substantial computational resources and remains time-consuming, even with modern tools.

An innovative approach was proposed in (Fagherazzi et al., 2023), where a novel multi-zone method was applied to calculate heat conduction within the fins. This technique improved the accuracy of the results, though it came at the cost of increased computational complexity. The authors validated their model by comparing its predictions with data from hot-fire tests of an engine chamber.

Recent studies also explore the optimization of cooling duct geometry. In (Lv et al., 2023), temperature fields in the chamber walls – obtained through three-dimensional numerical simulations – were analyzed to guide the optimization of channel parameters. Another study (Atefi & Naraghi, 2019) formulated an optimization problem based on classical methods for evaluating heat transfer intensity, finning efficiency, and pressure losses. Using an iterative approach, the authors determined duct geometries that minimized either temperature variations along the duct or the maximum wall temperature.

However, the literature review also revealed a lack of sufficiently simple analytical relationships that account for transverse temperature non-uniformity. Such models would be particularly useful during early-stage design and for conducting parametric studies. In light of these considerations, the development of a mathematical model that accounts for transverse temperature non-uniformity in the fins of LRE cooling channels remains a relevant task.

## Objective and Tasks

The objective of this study is to develop an approach for calculating the finning coefficient that accounts for the reduction in heat transfer intensity from the fin surface due to transverse temperature non-uniformity within its cross-section.

To achieve this objective, the following tasks are addressed:

- reformulate the heat conduction equation for a straight fin into a dimensionless form by deriving the characteristic dimensionless criteria;
- perform numerical simulations of heat conduction in fins and assess the error in the resulting equation associated with temperature non-uniformity;
- derive a criterion relationship for the heat conduction equation in the fin that incorporates the effect of temperature non-uniformity.

## Materials and Methods

In this study, the theory of dimensions and similarity was employed to reformulate the heat conduction equation in a dimensionless form.

The influence of transverse temperature non-uniformity in the fin cross-section was evaluated using the results of numerical simulations. Thermal conductivity modeling was carried out in the CAE system Ansys Fluent 2020 R1. In these simulations, the fin thickness ( $\delta$ ), material thermal conductivity ( $\lambda$ ), and the heat transfer coefficient ( $\alpha$ ) were varied. The considered cases, along with the problem setup, are presented in Figure 2.



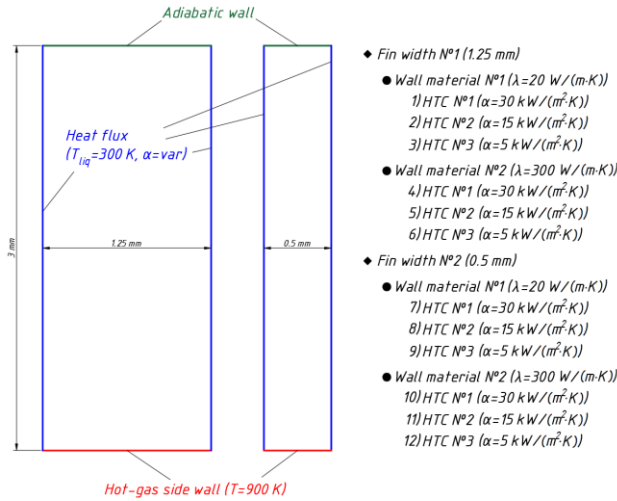


Figure 2 – Considered configurations (Source: Authors)

To derive the criterion-based correlation from the numerical simulation results, regression analysis (Mohr et al., 2022) was performed using logarithmic scaling. This approach is applicable to a relationship of the form:

$$u = C z^m. \quad (1)$$

After that, the logarithms of both sides of the equation are taken:

$$\ln(u) = \ln(C) + m \ln(z),$$

resulting in a linear regression model:

$$\hat{y} = a + m x, \quad (2)$$

where  $\hat{y} = \ln(u)$ ,  $a = \ln(C)$ ,  $x = \ln(z)$ .

Next, the coefficients  $a$  and  $m$  were determined using the gradient descent method by minimizing the quadratic error function. To achieve this, we define the following function:

$$J(a, m) = \frac{1}{2N} \sum (\hat{y}^{(i)} - y^{(i)})^2,$$

where  $N$  – number of data points used for the regression,  $y$  – represents the known function values for these data points,  $\hat{y}$  – value predicted by equation (2) using the current coefficients  $a$  and  $m$ . At each iteration, the coefficients  $a$  and  $m$  are updated according to the following expressions:

$$a \leftarrow a - \eta \frac{\partial J}{\partial a}; \quad (3)$$

$$m \leftarrow m - \eta \frac{\partial J}{\partial m}. \quad (4)$$

Here,  $\eta$  – learning rate, chosen as the maximum value that ensures numerical stability. The partial derivatives in equation (3, 4) are defined as follows:

$$\frac{\partial J}{\partial a} = \frac{1}{N} \sum (a + m x^{(i)} - y^{(i)}) x^{(i)};$$

$$\frac{\partial J}{\partial m} = \frac{1}{N} \sum (a + m x^{(i)} - y^{(i)}).$$

The calculation was performed iteratively until the coefficients  $a$  and  $m$  converged.

## Results

This study considered ribs of constant thickness. To formulate the corresponding equation, the relationship proposed by the authors in (Sliusariev & Bucharskyi, 2024) was taken as a starting point:

$$\frac{d}{dx} \left( \lambda \delta \frac{dT}{dx} \right) = \alpha (T - T_{liq}) \sqrt{1 + \left( \frac{d\delta}{dx} \right)^2},$$

a transformation was then applied to express the temperature in terms of the excess temperature relative to the liquid temperature:

$$\theta = T - T_{liq}.$$

Additionally, a simplification was introduced based on the

assumption that the ribs are straight:

$$\frac{d\delta}{dx} = 0.$$

As a result, the equation was rewritten in the following form:

$$\frac{d}{dx} \left( \lambda \delta \frac{d\theta}{dx} \right) = \alpha \theta. \quad (5)$$

The associated boundary conditions can be expressed as:

$$x = 0 \rightarrow \theta = \theta_0;$$

$$x = x_{max} \rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0.$$

Next, dimensional analysis was applied to the problem, with the temperature  $\theta$  expressed as a function of the parameters in the original equation:

$$\theta = f(\lambda, \delta, \alpha, x, \theta_0).$$

In this case, the total number of variables is  $n = 6$ . Among them, it is possible to select  $k = 3$  variables with independent dimensions: mass (m), temperature (K) and power (W). According to the Buckingham  $\pi$ -theorem (Ting, 2022), the relationship can be reduced to  $n - k = 3$  dimensionless parameters. By selecting  $\theta_0$ ,  $\lambda$  and  $\delta$  as the repeating (base) variables, the following dimensionless groups were obtained:

$$\Pi_0 = \frac{\theta}{\theta_0} = R; \quad \Pi_1 = \frac{x}{\delta} = z; \quad \Pi_2 = \frac{\alpha \delta}{\lambda} = Bi;$$

$$\Pi_0 = \varphi(\Pi_1, \Pi_2).$$

In the resulting equation,  $Bi$  represents the Biot number – a well-known similarity criterion defined as the ratio of the wall's thermal resistance,  $\delta/\lambda$ , to the thermal resistance associated with heat transfer from the surface,  $1/\alpha$ .

To establish a relationship between  $\Pi_0$  and the dimensionless groups  $\Pi_1$  and  $\Pi_2$ , the variables from equation (5) were re-expressed in terms of these new dimensionless parameters:

$$\frac{x}{\delta} = z \rightarrow \partial z = \frac{\partial x}{\delta} \rightarrow \partial x = \delta \partial z \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{\delta} \frac{\partial}{\partial z},$$

$$\frac{\theta}{\theta_0} = R \rightarrow \partial R = \frac{\partial \theta}{\theta_0} \rightarrow \partial \theta = \theta_0 \partial R.$$

After substitution and simplification, the equation was obtained in the following form:

$$\frac{1}{Bi} \frac{\partial^2 R}{\partial z^2} = R. \quad (6)$$

The corresponding boundary conditions were written as:

$$z = 0 \rightarrow R(0) = 1;$$

$$z = z_{max} \rightarrow \frac{\partial R}{\partial z} = 0.$$

Next, numerical modeling of heat conduction within the fin was carried out. As shown in Figure 3, preliminary calculations confirmed the relevance of the problem, as a noticeable difference was observed between the surface temperature of the fin and the average temperature across its cross section.

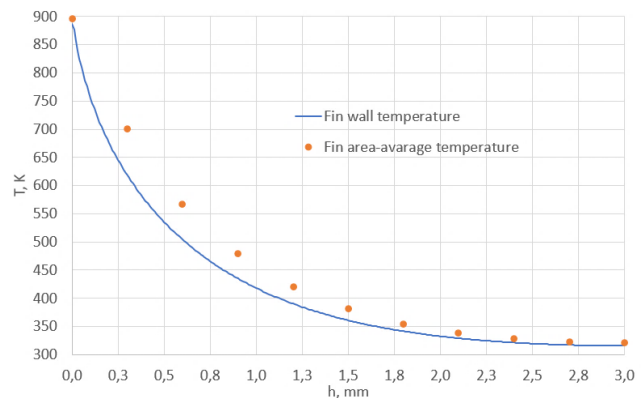


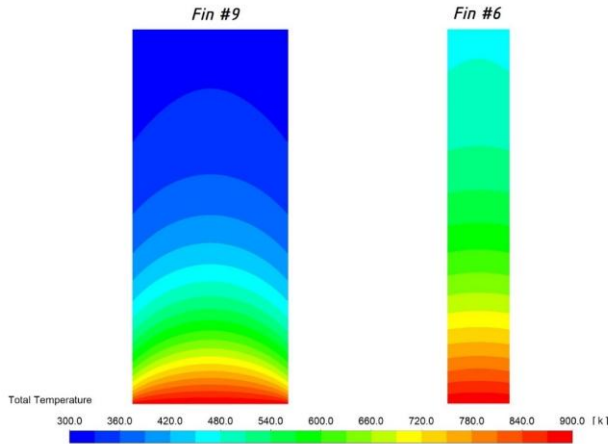
Figure 3 – Temperature variations along the wall (Source: Authors)

To assess the influence of various cooling channel parameters on the observed discrepancy, a series of parametric calculations was performed. The parameters varied included fin thickness, the thermal conductivity of the fin material, and the heat transfer coefficient. Table 1 presents the extracted heat fluxes obtained from Ansys Fluent ( $q_a$ ) and from the derived equation ( $q_e$ ), along with the corresponding error ( $\Delta$ ). The calculations were performed for the configurations shown in Figure 2.

**Table 1. Summary of calculation results (Source: Authors)**

Nº	$\delta$ , mm	$\lambda$ , W/(m·K)	$\alpha$ , W/(m²·K)	$q_a$ , kW	$q_e$ , kW	$\Delta$ , %
1	0.5	20	5	5.9	6.0	1.0
2			15	10.1	10.4	2.5
3			30	14.0	14.7	4.6
4		300	5	15.1	15.1	0.1
5			15	35.0	35.1	0.3
6			30	54.2	54.4	0.5
7	1.25	20	5	8.8	9.1	2.5
8			15	15.5	16.4	5.6
9			30	21.1	23.2	9.3
10		300	5	16.6	16.7	0.3
11			15	43.6	43.9	0.8
12			30	74.0	75.0	1.3

As shown in the table, the error exceeds 5% in some calculation cases, which is considered unsatisfactory. Figure 4 illustrates the influence of the fin material's thermal conductivity and the fin width on the non-uniformity of the temperature distribution across the cross section. The analysis indicates that the error associated with this effect increases with greater fin thickness and higher heat transfer coefficients, as well as with lower thermal conductivity of the fin material. These parameters collectively define the Biot number, which appears in the derived heat conduction equation for the fin.



**Figure 4 – Results of numerical simulation (Source: Authors)**

To derive a relationship that accounts for the influence of temperature non-uniformity across the fin cross-section on the finning coefficient, the heat conduction equation was sought in the following form:

$$\frac{1}{Bi^*} \frac{\partial^2 R}{\partial z^2} = R,$$

where  $Bi^*$  denotes an effective Biot number. Based on the results of the numerical experiment, this effective Biot number was defined as:

$$Bi^* = Bi (q_e/q_a)^2,$$

where  $q_a$  is the heat flux obtained from the Ansys Fluent simulation and  $q_e$  is the heat fluxes calculated by integrating equation (6):

$$q_e = \alpha \delta_r \theta_0 \int_0^{z_{max}} R(z) dz. \quad (7)$$

Since the effective Biot number,  $Bi^*$ , depends on the calculated Biot number, its relationship was assumed to take the following form:

$$Bi^* = C Bi^m.$$

Since the target function has the form of equation (1), the previously described regression analysis method was used to determine the unknown coefficients. The resulting values of the coefficients were:  $C = 0.853$ ,  $m = 1.04$ .

The resulting correlation was extended using equation (6). As a result, based on the numerical simulations conducted in Ansys Fluent, the following relationship was obtained:

$$0.853 Bi^{-1.04} \frac{\partial^2 R}{\partial z^2} = R, \quad (8)$$

Next, we derive an expression for calculating the finning coefficient, incorporating the previously obtained relationship. By definition, the finning coefficient is the ratio of the heat flux through a finned surface to that through a smooth wall:

$$\eta_r = \frac{q_r}{q_s}, \quad (9)$$

The heat flux through smooth walls is calculated using the Richman equation:

$$q_s = \alpha R(0) \theta_0 s = \alpha \theta_0 s; \quad (10)$$

To determine the heat flux through the fin in equation (7), the standard function  $R$  from equation (6) was replaced with a new function (8) that accounts for temperature non-uniformity:

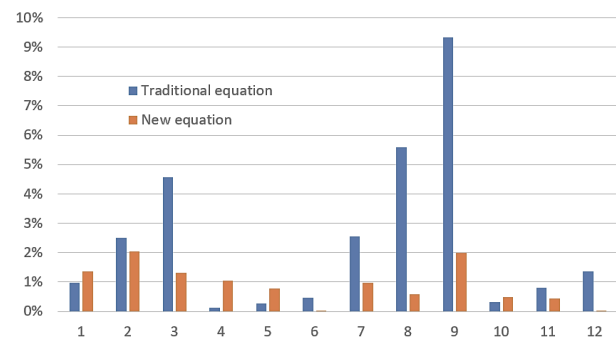
$$q_\delta = \alpha \delta_r \theta_0 \int_0^{z_{max}} \left( 0.853 Bi^{-1.04} \frac{\partial^2 R}{\partial z^2} \right) dz. \quad (11)$$

By substituting expressions (10) – (11) into equation (9), and considering that the rib covers only part of the wall surface, we obtain a formula for calculating the finning coefficient that accounts for transverse temperature non-uniformity in the rib cross section. After some simplifications, the final expression for the finning coefficient is given as follows:

$$\eta_r = \frac{\delta_r \int_0^{z_{max}} \left( 0.853 Bi^{-1.04} \frac{\partial^2 R}{\partial z^2} \right) dz + (s - \delta_r)}{s}.$$

## Discussion

The obtained correlation was subsequently verified. In this study, the results of numerical modeling in Ansys were used as the reference, which is a reasonable assumption given that modern CAE systems can accurately simulate a wide range of physical processes. One limitation of the study is the small sample size used for the comparison, which will be addressed in future work. A visualization comparing the deviations between the classical method, the new equation, and the numerical modeling results is shown in Fig. 5.



**Figure 5 – Variation of the calculated error when applying the derived equation (Source: Authors)**

For the cases considered (see Figure 2, Table 1), this equation yields an error of no more than 2%, representing a reduction in error by more than a factor of 4.5. Based on this comparison, obtained correlation can be recommended for use in practical calculations of cooling liquid propellant rocket engine chambers.

## Conclusions

This study presents a new approach to determining the finning coefficient that accounts for the non-uniform temperature distribution across the fin cross-section. To achieve this goal, the previously derived heat conduction equation for a straight fin was first transformed into a dimensionless form using similarity theory. This

transformation yielded key dimensionless parameters, including the dimensionless temperature, dimensionless coordinate, and the Biot number.

Subsequently, a series of numerical experiments were conducted to investigate heat conduction in the fins, using the Ansys Fluent CAE system for modeling. Based on the analysis of the simulation results, the error of the equation – caused by the transverse temperature non-uniformity in the fin cross-section – was estimated. For the cases considered, this error reached up to 9.3%.

Next, using the dimensionless criteria, a modified heat conduction equation was derived for the fin, incorporating the effect of transverse temperature non-uniformity. The coefficients of this equation were determined through regression analysis based on previously obtained numerical simulation results. Subsequent validation calculations demonstrated that, for certain fin configurations, the use of the proposed equation reduces the computational error by

more than a factor of 4.5. The final equation was integrated into the expression for calculating the finning coefficient.

As a result, this study presents an original mathematical model that accounts for temperature non-uniformity across the fin cross-section. This improvement enhances calculation accuracy and can reduce the time required for the design and testing of components. Considering the above, the proposed approach is recommended for use in the thermal analysis of cooling channels in the chambers and gas generators of liquid rocket engines.

A key limitation of the proposed model is its assumption of fins with constant thickness. This restricts its applicability to advanced 3D-printed fin geometries with complex shapes. Future research will aim to refine the model to more accurately capture temperature non-uniformity within the fin cross-section. In particular, the influence of variable fin geometry will be explored to develop a more general and broadly applicable model.

## References

- Atefi, E., & Naraghi, M. H. (2019). Optimization of regeneratively cooled rocket engines cooling channel dimensions. In *AIAA Propulsion and Energy 2019 Forum* (p. 3938). <https://doi.org/10.2514/6.2019-3938>
- Bilohurov, S., Myshenko, O., & Bardakov, S. (2024). Experimental Study of Throttling of Solid Fuel Direct-Flow Steam Boilers [In Ukrainian]. *Challenges and Issues of Modern Science*, 2, 72-77. <https://cims.fti.dp.ua/j/article/view/129>
- Bucharskyi, V., Zhang, L.-H., & Wan, Y.-L. (2018). Improvement in Time Efficiency in Numerical Simulation for Solid Propellant Rocket Motors (SPRM). *Journal of Propulsion Technology*, 39 (1), 92-99. <http://dx.doi.org/10.13675/j.cnki.tjjs.2018.01.010>
- Fagherazzi, M., Santi, M., Barato, F., & Pizzarelli, M. (2023). A Simplified Thermal Analysis Model for Regeneratively Cooled Rocket Engine Thrust Chambers and Its Calibration with Experimental Data. *Aerospace*, 10(5), 403. <https://doi.org/10.3390/aerospace10050403>
- Forsberg, C. H. (2021). Steady-state conduction. In *Heat Transfer Principles and Applications* (pp. 57–120). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/b978-0-12-802296-2.00003-2>
- Jeong, W., Jang, S., & Kim, H.-J. (2023). Characteristics of a Heat Exchanger in a Liquid Rocket Engine Using Conjugate Heat Transfer Coupling with Open-Source Tools. *Aerospace*, 10(12), 983. <https://doi.org/10.3390/aerospace10120983>
- Kim, S.-K., Joh, M., Choi, H. S., & Park, T. S. (2014). Effective Modeling of Conjugate Heat Transfer and Hydraulics for the Regenerative Cooling Design of Kerosene Rocket Engines. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 66(8), 863–883. <https://doi.org/10.1080/10407782.2014.892396>
- Kose, Y. M., & Celik, M. (2023). Regenerative Cooling Comparison of LOX/LCH<sub>4</sub> and LOX/LC<sub>3</sub>H<sub>8</sub> Rocket Engines Using the One-Dimensional Regenerative Cooling Modelling Tool ODRREC. *Applied Sciences*, 14(1), 71. <https://doi.org/10.3390/app14010071>
- Leonardi, M., Pizzarelli, M., & Nasuti, F. (2019). Analysis of thermal stratification impact on the design of cooling channels for liquid rocket engines. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 135, 811–821. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.02.028>
- Lv, J., Du, G., Jin, P., & Li, R. (2023). Heat Transfer Analysis and Structural Optimization for Spiral Channel Regenerative Cooling Thrust Chamber. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2023, 1–17. <https://doi.org/10.1155/2023/8628107>
- Mitkov, Y., & Sedchenko, M. (2023). Critical analysis of helium gas bottle inflation systems for rocket engine fuel tanks [In Ukrainian]. *Challenges and Issues of Modern Science*, 1, 117-125. <https://cims.fti.dp.ua/j/article/view/23>
- Mohr, D. L., Wilson, W. J., & Freund, R. J. (2022). Linear Regression. In *Statistical Methods* (pp. 301–349). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/b978-0-12-823043-5.00007-2>
- PTC Inc. (2025). *Mathcad: Math Software for Engineering Calculations*. PTC Inc. <https://mathcad.com>
- Sichler, E., Montes, J. D., & Chandler, F. O. (2018). One dimensional thermal steady state analysis and procedure for a low-pressure liquid oxygen and liquid methane rocket engine. In *2018 Joint Propulsion Conference* (p. 4602). <https://doi.org/10.2514/6.2018-4602>
- Sliusariy, V., & Bucharskyi, V. (2024). Development of a mathematical model for the cooling channel of a liquid propellant rocket engine's chamber with respect for variations in coolant density. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 6 (1 (132)), 14–20. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2024.316236>
- Sliusariy, V., & Bucharskyi, V. (2024). Mathematical model for heat transfer in variable thickness fins for rocket engines. *Challenges and Issues of Modern Science*, 3, 48–54. <https://cims.fti.dp.ua/j/article/view/234>
- Sukachevskyi, V., & Shevtsov, V. (2024). Application of computer-integrated technologies in rocket engine design [In Ukrainian]. *Challenges and Issues of Modern Science*, 3, 62–73. <https://cims.fti.dp.ua/j/article/view/201>
- Ting, D. (2022). Dimensional analysis. In *Thermofluids* (pp. 181–198). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/b978-0-323-90626-5.00003-3>
- Tokarskyi, I., & Habrinets, V. (2024). Design Analysis and Calculation Methods for Furnace Oil Burners in Heating Systems [In Ukrainian]. *Challenges and Issues of Modern Science*, 3, 55–61. <https://cims.fti.dp.ua/j/article/view/225>
- Vekilov S. S., Lipovskiy V. I., Marchan R. A., & Bondarenko O. E. (2021). Distinctive features of SLM technology application for manufacturing of LPRE components. *Journal of Rocket-Space Technology*, 29(4), 112-123. <https://doi.org/10.15421/452112>
- Virtanen, P., Gommers, R., Oliphant, T. E., Haberland, M., Reddy, T., Cournapeau, D., Burovski, E., Peterson, P., Weckesser, W., Bright, J., van der Walt, S. J., Brett, M., Wilson, J., Millman, K. J., Mayorov, N., Nelson, A. R. J., Jones, E., Kern, R., Larson, E., ... Vázquez-Baeza, Y. (2020). SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. *Nature Methods*, 17(3), 261–272. <https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2>
- Williams, M. (2023). *SpaceX sets new record with successful test-firing of 31 Raptor engines*. Universe Today. <https://www.universetoday.com/articles/spacex-sets-new-record-with-successful-test-firing-of-31-raptor-engines>
- Wolfram Research, Inc. (2025). *Mathematica 12.3*. Wolfram Research, Inc. <https://www.wolfram.com/mathematica>
- Xu, B., Chen, B., Peng, J., Zhou, W., & Xu, X. (2023). A Coupled Heat Transfer Calculation Strategy for Composite Cooling Liquid Rocket Engine. *Aerospace*, 10(5), 473. <https://doi.org/10.3390/aerospace10050473>



# Austenite Stability and Wear Resistance of High-Manganese Steels

Hennadii Snizhnoi , Volodymyr Sazhnev , Serhii Sheyko ,  
Olexandr Shapurov , Anastasiia Hrechana 

**Purpose.** Classification of wear-resistant components used in metallurgical equipment by category and optimization of high-manganese steel selection. **Design / Method / Approach.** The study was conducted on steels produced in induction furnaces with water quenching at 1050 °C. Samples of 5 × 3 × 3 mm<sup>3</sup> were subjected to slow plastic deformation by compression. The degree of deformation was determined by the ratio of the sample thickness before and after deformation. The magnetic state was evaluated by the magnetometric method using a Faraday balance. **Findings.** At 20–30% deformation, 110Mn8 formed 2.787 vol.% α'-martensite, 110Mn10 – 0.263 vol.%, 110Mn13 – 0.107 vol.%, and 110Mn18 – 0.006 vol.%. Steels 110Mn8 and 110Mn10 exhibit low austenite stability, while 110Mn13 and 110Mn18 are metastable. A classification of parts by operating conditions was proposed: I – especially critical purpose (110Mn13, 110Mn18), II – critical purpose (110Mn10), III – general purpose (110Mn8). **Theoretical Implications.** The study enhances understanding of the role of martensitic transformation in the wear resistance of high-manganese steels and clarifies the relationship between chemical composition and austenite stability. **Practical Implications.** The classification enables optimized steel selection for parts based on operating conditions, reducing material costs and improving equipment reliability. **Originality / Value.** This is the first study to propose a classification of metallurgical equipment parts by categories, considering austenite stability, facilitating rational material selection. **Research Limitations / Future Research.** Future research should explore the effects of additional alloying elements and compare them with other deformation types. **Article Type.** Empirical.

## Keywords:

high-manganese steel, austenite, martensitic transformation, wear resistance, Hadfield steel, metallurgical equipment, and impact wear, plastic deformation

**Мета.** Класифікація зношуваних деталей металургійного обладнання за категоріями та оптимізації вибору високомарганцевих сталей. **Дизайн / Метод / Підхід.** Дослідження проводили на сталях, виготовлених в індукційних печах з гартуванням у воді з 1050 °C. Зразки розміром 5 × 3 × 3 мм<sup>3</sup> піддавали повільній пластичній деформації стисненням. Ступінь деформації визначали за співвідношенням товщини зразка до і після деформації. Магнітний стан оцінювали магнітометричним методом за допомогою балансу Фарадея. **Результати.** Встановлено, що при деформації 20–30% у 110Mn8 формується 2,787 об.% α'-мартенситу, у 110Mn10 – 0,263 об.%, у 110Mn13 – 0,107 об.%, у 110Mn18 – 0,006 об.%. Сталі 110Mn8 і 110Mn10 мають низьку стабільність аустеніту, тоді як 110Mn13 і 110Mn18 є метастабільними. Запропоновано класифікацію деталей за умовами експлуатації: I – особливо критичного призначення, II – критичного призначення, III – загального призначення. **Теоретичне значення.** Дослідження розширює знання про вплив мартенситного перетворення на зносостійкість високомарганцевих сталей і уточнює зв'язок між хімічним складом та стабільністю аустеніту. **Практичне значення. Оригінальність / Цінність.** Класифікація дозволяє оптимізувати вибір сталі для деталей залежно від умов експлуатації, зменшуючи витрати на матеріали та підвищуючи надійність обладнання. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** Рекомендується дослідити вплив додаткових легуючих елементів та порівняти з іншими типами деформації. **Тип статті.** Емпірична.

## Ключові слова:

високомарганцева сталь, аустеніт, мартенситне перетворення, зносостійкість, сталь Хейдфілда, металургійне обладнання, ударне зношування, пластична деформація

## Contributor Details:

Hennadii Snizhnoi, Dr. Sc., Prof., National University Zaporizhzhia Polytechnic: Zaporizhzhia, UA, [snow@zp.edu.ua](mailto:snow@zp.edu.ua)

Volodymyr Sazhnev, PhD., Assoc. Prof., National University Zaporizhzhia Polytechnic: Zaporizhzhia, UA, [sajhnev@zp.edu.ua](mailto:sajhnev@zp.edu.ua)

Serhii Sheyko, Cand. Sc., Assoc. Prof., Zaporizhzhya National University: Zaporizhzhia, UA, [ss6309113@gmail.com](mailto:ss6309113@gmail.com)

Olexandr Shapurov, Dr. Sc., Prof., Zaporizhzhya National University: Zaporizhzhia, UA, [shapurovaa@znu.edu.ua](mailto:shapurovaa@znu.edu.ua)

Anastasiia Hrechana, Master's Stud., Zaporizhzhya National University: Zaporizhzhia, UA, [hrechana@znu.edu.ua](mailto:hrechana@znu.edu.ua)

In heavy machinery engineering, lining plates, hammers and crusher hammers, bottom, teeth and rockers of quarry excavator buckets, cones and bowls of large and medium crushing cone crushers, linings of ball and rod mills are made mainly out of Hadfield steel (110Mn13(casting) – Standard in Ukraine). One of the unique advantages of high-manganese steel is the high ability of manganese austenite to work hardening, which determines the hardness value of HB 500–600. The steel is also distinguished by high values of plastic characteristics (relative elongation  $\delta$  and narrowing  $\Psi$ ) from 15 to 40%, impact toughness KCU from 1.5 to 3.0 MJ/m<sup>2</sup> (Wen, 2014; Gürol, 2020). Moreover, these properties are preserved in the temperature range from -40 to 80 °C.

However, despite numerous studies (Sazhnev & Snizhno, 2023; Sereda et al, 2012; Sheyko et al, 2021) of the influence of various factors on the properties of high-manganese steel and extensive experience in its industrial use, the performance characteristics of castings from it remain very unstable. In some cases, they do not meet the requirements. Even the same type of castings from the same enterprise under the same operating conditions differ in service life by several times. This does not allow to ensure high reliability of equipment operation and indicates a reserve of quality of high-manganese casting.

The widespread opinion about the high wear resistance of 110Mn13(casting) steel regardless of the nature and operating conditions led to its use as a universal wear-resistant material. But high strengthening properties of 110Mn13(casting) steel can be obtained only under conditions of strong static or shock loading. At low loads, its ability to harden deteriorates.

In many literature sources, this behavior of manganese steels is explained by the initial microstructure and phase changes during the operation of products (Yan et al, 2023; Ayadi et al., 2024; Ding et al., 2022; Li et al, 2023). In the work (Han et al., 2023), where the tribological behavior of Hadfield steel under sliding wear conditions was studied, it was found that increasing the load leads to the formation of a nanocrystalline layer with martensitic transformation. Martensitic transformation provides additional strengthening and, thus, reduces abrasive wear. The degree of stability of austenite is a key factor in martensitic transformation and is related to its morphology, grain size, carbon and manganese content, neighboring phase and orientation.

International standards define a fairly wide range of concentration limits for carbon and manganese content. This leads to the fact that in production, in matters of specific content, they are guided more by their own experience than by the limits recommended by the standard.

Experience in application and scientific research of the properties and operating conditions of parts made of high-manganese steel have produced a number of proposals for the content of carbon, manganese and other elements for specific operating conditions. Thus, in conditions of predominantly abrasive wear, the recommended content of carbon is >1.3%, manganese <12%, phosphorus up to 0.12%. Under predominantly shock loads, the recommended content of carbon is <1.3%, manganese >12%, phosphorus <0.08% (Snizhnoi et al, 2024; Sheyko et al, 2023).

Such recommendations for the composition of high-manganese steels are aimed primarily at managing the stability of austenite and obtaining a certain phase-structural composition (Sheyko, 2023; Sheyko, 2016) for specific operating conditions. At the same time, martensitic transformation is one of the key factors affecting the wear resistance of steel during operation (Ol'shanetskii et al., 2016; Bhattacharya et al., 2024).

The variability in the performance of high-manganese steel castings is a critical issue that necessitates a deeper understanding of the material's behavior under diverse operational conditions. The instability of austenite and its propensity for martensitic transformation are influenced not only by chemical composition but also by processing parameters such as heat treatment and casting techniques (Sheyko et al, 2023). For instance, improper heat treatment can lead to the formation of undesirable phases, such as carbides, which compromise the steel's toughness and wear resistance (Sereda et al, 2012). Furthermore, the cooling rate during casting affects the grain size and distribution of austenite, which in turn impacts the material's ability to undergo work hardening (Ding, 2022). These factors highlight the need for precise control over manufacturing processes to achieve consistent material properties.

Research has also shown that the tribological performance of Hadfield steel is highly dependent on the type of wear mechanism encountered. In abrasive wear scenarios, the formation of a hardened surface layer through work hardening is crucial for extending service life (Hu, & Fu, 2024). However, under low-load or sliding wear conditions, the absence of sufficient stress to induce martensitic transformation results in suboptimal performance (Ayadi et al., 2024). This underscores the importance of matching the material's composition and microstructure to the specific wear conditions it will encounter. For example, in applications involving high-impact loads, a higher manganese content is preferred to enhance austenite stability and promote martensitic transformation under dynamic loading (Snizhnoi et al, 2024).

Another critical aspect is the role of alloying elements beyond carbon and manganese. Elements such as chromium, molybdenum, and phosphorus can significantly influence the phase stability and mechanical properties of high-manganese steel (Li et al, 2023). For instance, controlled additions of chromium can enhance corrosion resistance and stabilize austenite, while excessive phosphorus can lead to embrittlement (Sheyko et al, 2023). These findings suggest that a tailored alloying strategy, combined with optimized processing, is essential for maximizing the performance of Hadfield steel in specific applications.

To address the challenges associated with the inconsistent performance of high-manganese steel, this study aims to classify wear parts used in metallurgical production based on their operational roles, such as abrasive or impact-dominated environments. By categorizing these components, it becomes possible to recommend specific compositional and processing guidelines for each category (Sheyko et al, 2021). Additionally, the research focuses on investigating the stability of austenite during plastic deformation, with a particular emphasis on the conditions that trigger martensitic transformation. Understanding these mechanisms is vital for developing strategies to enhance the wear resistance and reliability of high-manganese steel components (Bhattacharya et al., 2024).

Ultimately, this work seeks to bridge the gap between theoretical insights and practical applications by providing a framework for optimizing the composition, microstructure, and processing of Hadfield steel. By addressing the variability in performance and tailoring the material to specific operating conditions, it is possible to improve the durability and efficiency of heavy machinery components, thereby enhancing the overall reliability of metallurgical equipment (Yan et al, 2023).

The purpose of this work: to classify wear parts of equipment for metallurgical production by category depending on their purpose; to research the stability of austenite to martensitic transformation during plastic deformation.

Hadfield steel, in particular grade 110Mn13 and its variants (110Mn8, 110Mn10, 110Mn18), is a key material for the manufacture of wear-resistant parts for metallurgical equipment such as cone crushers, ball mills and buckets for mining excavators. Its exceptional ability to be hardened due to its austenite stability and tendency to martensitize makes it particularly suitable for withstanding the intense impact wear typical of these applications. Impact wear, which occurs due to dynamic loads during crushing and grinding, is the primary failure mechanism for such parts, requiring a deeper understanding of the impact of compositional variations in Godfield steel on its performance.

## Materials and Methods

The experimental steels were melted in induction crucible electric furnaces by the fusion method, ingots 100x100x200 mm were poured, which were quenched in water from 1050 °C (holding time 3 hours). From the middle of the quenched ingots, samples in the form of rectangular parallelepipeds measuring 5x3x3 mm<sup>3</sup> were cut out by cold mechanical means. Slow plastic uniaxial compression deformation at room temperature was carried out on a special laboratory installation. The degree of residual deformation  $D=(d_0-d)/d_0$  was calculated from the ratio of the thicknesses before ( $d_0$ ) and after ( $d$ ) deformation. The magnetic state of the samples (paramagnetic austenite and ferromagnetic  $\alpha'$ -martensite deformation) after each act of compression was determined by the magnetometric method (Faraday balance) (Snizhnoi et al, 2012). In the case of the  $\gamma \rightarrow \alpha'$  transformation, the amount of  $P_{\alpha'}$  formed ferromagnetic  $\alpha'$ -

martensite deformation was determined using a method similar to (Snizhnoi, 2011). This method allowed us to determine an ultra-low amount of ferrophase in volume percentages (from 0.001%), since it takes into account the influence of the magnetic moment of the paramagnetic austenite matrix. The chemical composition of the experimental manganese steel melts is given in Table 1.

To ensure the accuracy and reproducibility of the experimental results, the preparation of the steel samples followed a standardized protocol. The induction crucible electric furnaces used for melting were calibrated to maintain consistent temperatures and minimize impurities during the fusion process. The ingots were cast under controlled conditions to avoid defects such as porosity or inclusions, which could affect the mechanical properties of the samples. The quenching process at 1050 °C was carefully monitored to achieve a uniform austenitic microstructure, as this initial structure is critical for the subsequent deformation and phase transformation studies (Sheyko et al, 2023). The holding time of 3 hours was selected to ensure complete dissolution of carbides and homogenization of the alloying elements within the austenite matrix (Sereda et al, 2012).

**Table 1 – Chemical composition of the researched steels (mas., %) (Created by the authors)**

No.	Type of steel	C	Mn	Si	Cr	Al	P	S	Ni	Mo
1	110Mn8 (casting)	1,14	8,60	0,66	0,10	0,019	0,088	0,040	–	–
2	110Mn10 (casting)	1,19	10,47	0,45	0,01	0,022	0,100	0,015	–	–
3	110Mn13 (casting)	1,16	13,80	0,76	0,10	0,018	0,092	0,016	–	–
4	110Mn18 (casting)	1,23	17,50	0,62	1,37	–	0,030	–	0,35	0,24

The selection of the sample dimensions (5x3x3 mm<sup>3</sup>) was based on the requirements of the magnetometric analysis and the deformation setup, ensuring that the samples were small enough to allow precise measurements while maintaining structural integrity during compression. Cold mechanical cutting was employed to avoid introducing thermal stresses or microstructural changes that could arise from hot cutting methods (Ding et al., 2022). The uniaxial compression tests were conducted at a controlled strain rate to simulate slow plastic deformation, which is representative of certain operational conditions in heavy machinery components (Tressia & Sinatora, 2023). The laboratory installation was equipped with high-precision sensors to measure the thickness of the samples before and after deformation, enabling accurate calculation of the residual deformation degree.

The magnetometric method using the Faraday balance was chosen for its high sensitivity in detecting the formation of ferromagnetic  $\alpha'$ -martensite within the paramagnetic austenite matrix. This method is particularly effective for quantifying ultra-low amounts of martensite, which is essential for studying the early stages of the  $\gamma \rightarrow \alpha'$  transformation (Snizhnoi, 2011). The calibration of the Faraday balance was performed prior to each measurement to account for environmental magnetic fields and ensure reliable data. The influence of the paramagnetic austenite matrix on the magnetic moment was carefully considered, as described in (Snizhnoi et al, 2012), to isolate the contribution of the ferromagnetic phase. This approach allowed for precise determination of the volume percentage of  $\alpha'$ -martensite, even at levels as low as 0.001%.

To complement the magnetometric analysis, the chemical compositions of the experimental steels (Table 1) were verified using spectroscopic methods to ensure compliance with the specified alloying ranges. The variations in manganese content (8.60–17.50%) and carbon content (1.14–1.23%) across the four steel types were intentionally designed to investigate their effects on austenite stability and martensitic transformation under deformation (Sheyko et al, 2023). Additional alloying elements, such as silicon, chromium, aluminum, phosphorus, sulfur, nickel, and molybdenum, were included to study their influence on the mechanical and tribological properties of the steels, particularly in relation to wear resistance under different loading conditions (Li et al, 2023). The absence of certain elements in some steel types (e.g., nickel and molybdenum in steels 1–3) was deliberate to isolate the effects of manganese and carbon.

The experimental design also accounted for potential variations in microstructure due to differences in cooling rates during quenching. To mitigate this, all samples were quenched in water under identical conditions, and the middle section of the ingots was used to ensure uniformity in microstructure and avoid surface-related anomalies (Yan et al, 2023). The data collected from the deformation and magnetometric analyses were statistically processed to identify trends in the relationship between chemical composition, deformation degree, and martensitic transformation, providing a robust basis for classifying wear parts and optimizing their performance in metallurgical applications (Bhattacharya, 2024).

## Results and Discussion

### Analysis of operating conditions of replaceable parts of metallurgical production equipment

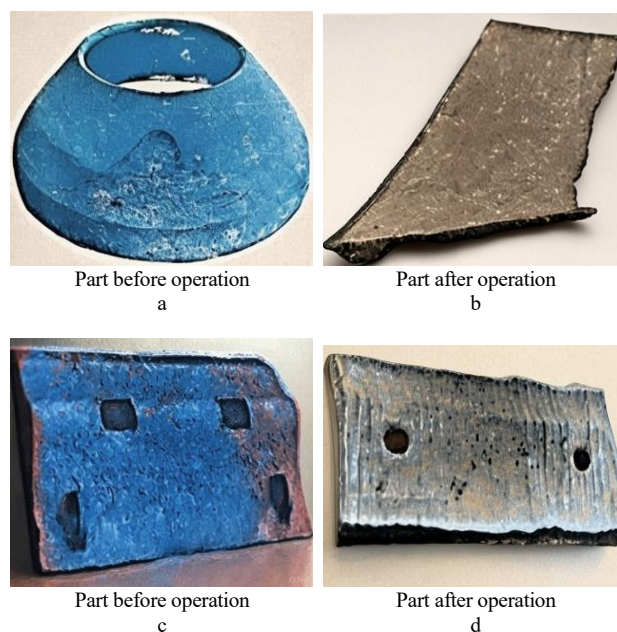
Working parts of heavy machinery (plates, cones, bowls, hammers, side walls of crusher working areas, main structural elements of mill drums, parts of quarry excavator buckets, etc.) used at metallurgical enterprises are made entirely or lined with plates of 110Mn13 (casting) steel.

During operation, these parts come into contact with the material being crushed, therefore they are subjected to tensile, compressive, bending, and shear loads. In this case, a combination of two or more types of destructive action on the same part is possible, and purely abrasive wear without additional loads is also possible. All of these parts, during normal operation, without the occurrence of emergency situations, fail due to abrasive wear, while the thickness of the worn steel layer can reach 100-150 mm or more (Fig. 1).

Thus, during trouble-free operation, replaceable parts of almost all types of equipment made of 110Mn13 (casting) steel, despite the fact that the static and dynamic loads acting on them differ significantly, fail due to abrasive wear, and premature failure due to the occurrence of a crack or other reasons is the result of abnormal situations during operation or poor-quality casting.

Depending on the degree of static or dynamic load under conditions of abrasive wear and the possibility of abnormal situations during operation, replaceable parts are proposed to be divided into three categories (Table 2).

For parts of II group and, especially, III group, it is possible to use steels with a reduced manganese content compared to 110Mn13 (casting) steel. The physical and mechanical properties of such steels are lower, but they are sufficient to ensure reliable operation of parts subjected to minor static or dynamic loads during operation (Hrechanyi et al., 2024; Belodedenko et al., 2022; Belodedenko et al.; Belodedenko et al., 2024; Yavtushenko et al, 2019).



**Figure 1 – Parts of crushing and grinding equipment and quarry excavators made of 110Mn13(casting) steel: a, b – cone crusher armor; c, d – single-shaft ball mill lining (Created by the authors)**



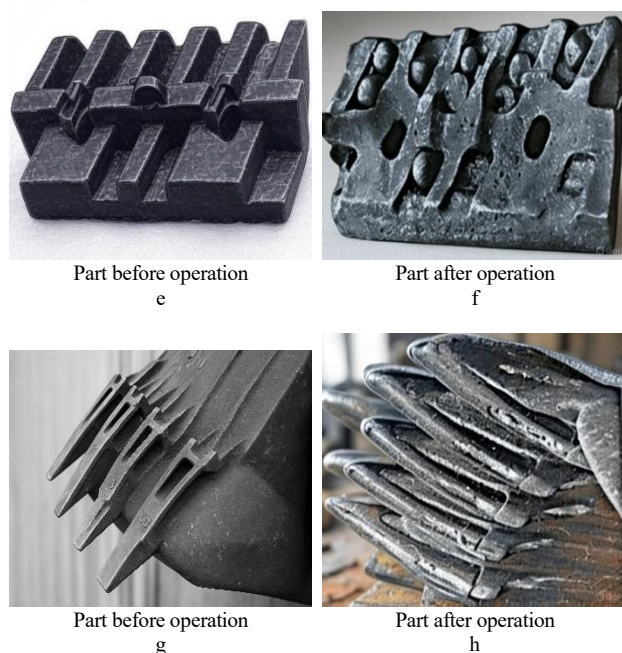


Figure 1 (continued) – Parts of crushing and grinding equipment and quarry excavators made of 110Mn13(casting) steel: e, f – unified ball mill lining; g, h – front wall of excavator bucket with teeth (Created by the authors)

Table 2 – Distribution of replaceable wear parts of equipment for metallurgical production by categories depending on operating conditions (Created by the authors)

Number of the category	Name of the category	Type of steel	Name of the part
I	Especially critical purpose	110Mn13 (casting), 110Mn18 (casting)	Armor of coarse crushers; teeth and front walls of excavator buckets; hammer crusher blades.
II	Critical purpose	110Mn10 (casting)	Armor of jaw and cone crushers for medium and fine crushing; conveyors; parts of mills that crush solids with a diameter of more than 100 mm.
III	General purpose	110Mn8 (casting)	Details of ball and rod mills that grind solids with a diameter of up to 100 mm.

The reason for the decrease in the physical and mechanical properties of high-manganese steels with a reduced manganese content is primarily lower austenite stability. However, as shown by the results of research (Sazhnev & Snizhnoi, 2023), in some cases, the decrease in austenite stability becomes a positive factor for increasing the wear resistance of steel due to the increase in the microhardness of the surface layer of unstable austenite steels.

The increase in hardening and wear resistance of steels is explained by the appearance of martensitic phases under the influence of plastic deformation. To study the process of the appearance of deformation martensite, the following magnetometric studies were carried out.

#### Stability of austenite of manganese steels to martensitic transformation under the action of plastic deformation

For the research, steels with variable manganese content and the content of all other main components of the chemical composition at the average level of the standard for 110Mn13(casting) steel were used. In 110Mn8(casting) and 110Mn10(casting) steels an austenitic structure with a small amount of residual carbides is observed, and in 110Mn13(casting) and 110Mn18(casting) steels only the austenitic phase is observed. This is fully consistent with the works (Wen, 2014; Gürol, 2020; Sazhnev, 2023; Snizhnoi, 2024).

Fig. 2 shows the dependence of the amount of formed  $\alpha'$ -martensite in the studied steels on the relative degree  $D$  of plastic deformation by compression. The amount of formed  $\alpha'$ -martensite deformation in 110Mn13(casting) and 110Mn18(casting) steels

from the degree of deformation is significantly less than in 110Mn8(casting) and 110Mn10(casting) steels. For example, for  $D \approx 30\%$  in 110Mn8(casting) steel  $\alpha'$ -martensite is formed in the amount of 2.787 vol.%, in 110Mn10(casting) steel – 0.263 vol.%, in 110Mn13(casting) steel – 0.107 vol.%, in steel 110Mn18(casting) – 0.006 vol.%. It should be noted that the deformation level of 20–30% is quite real in the surface layer of the cone of a large crushing crusher.

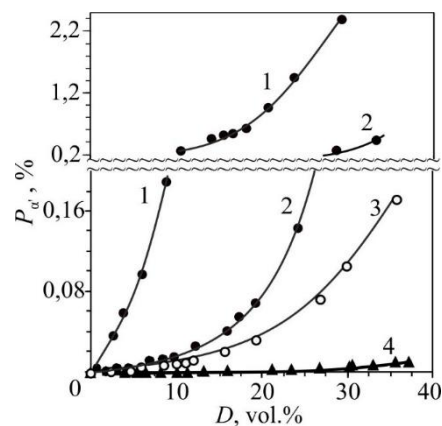


Figure 2 – Dependence of the amount of  $P_{\alpha'}$  of the resulting  $\alpha'$ -martensite on the degree of deformation  $D$  in the studied steels: 1 – 110Mn8(casting), 2 – 110Mn10(casting), 3 – 110Mn13(casting), 4 – 110Mn18(casting) (Created by the authors)

Based on the capabilities of magnetometric equipment (the ability to measure ferrophase from 0.001 vol.%), the values of relative plastic deformation  $D$  were obtained, at which the first portions of deformation forming  $\alpha'$ -martensite were recorded for each steel grade, which are given in Table 3.

Table 3 – The magnitude of deformation  $D$  at which the first portions of  $P_{\alpha'}$  forming  $\alpha'$ -martensite deformation in the studied steels were recorded (Created by the authors)

No	Type of steel	D, %	$P_{\alpha'}$ , vol.%
1	110Mn8(casting)	0,66	0,004
2	110Mn10(casting)	0,85	0,003
3	110Mn13(casting)	6,03	0,007
4	110Mn18(casting)	13,05	0,003

The difference in the amount of martensite occurring deformation in steels can be explained by the different level of stability of austenite to the phase transformation  $\gamma \rightarrow \alpha'$ . As we can see, 110Mn18(casting) steel is the most stable, at the degree of plastic deformation  $D=37.15\%$  the austenite structure is mainly preserved, and the amount of forming  $\alpha'$ -martensite is  $P_{\alpha'} \approx 0,011$  vol.%. 110Mn8(casting) steel, on the contrary, is the most unstable, at the degree of plastic deformation  $D=29.19\%$  the amount of forming  $\alpha'$ -martensite is  $P_{\alpha'} \approx 2.787$  vol.%. That is, in the austenite matrix during deformation,  $\alpha'$ -martensite rapidly accumulates. Table 4 offers a classification of the stability of austenite to martensitic transformation in manganese steels.

Table 4 – Classification of austenitic manganese steels stability (Created by the authors)

No	Type of steel	D, %	$P_{\alpha'}$ , vol.%
1	110Mn8(casting)	0,66	0,004
2	110Mn10(casting)	0,85	0,003
3	110Mn13(casting)	6,03	0,007
4	110Mn18(casting)	13,05	0,003

The formation and accumulation of new phases directly affects the physical, mechanical and service properties of steel. Therefore, the issue of controlling phase stability and changes in properties during operation (deformation is one of the main factors) is very relevant.

#### Influence of Martensitic Transformation on Wear Resistance

The observed differences in the formation of  $\alpha'$ -martensite across the studied steels have significant implications for their wear resistance under operational conditions. The rapid accumulation of martensite in 110Mn8(casting) steel, due to its lower austenite stability, contributes to a pronounced increase in surface hardness during deformation (Sazhnev, 2023). This hardening effect is particularly beneficial in applications involving moderate to low dynamic loads, where the formation of a martensitic surface layer enhances resistance to abrasive wear (Kozłowska et al, 2023). For instance, the high-volume fraction of  $\alpha'$ -martensite (2.787 vol.% at  $D=29.19\%$ ) in 110Mn8(casting) steel suggests that it is well-suited for components in Category III (general purpose), such as ball and rod mill linings, where abrasive wear dominates but impact loads are minimal (Hrechanyi, 2024).

Conversely, the high stability of austenite in 110Mn18(casting) steel, which results in minimal martensite formation (0.011 vol.% at  $D=37.15\%$ ), makes it ideal for Category I (especially critical purpose) components, such as coarse crusher armor and excavator bucket teeth, which experience severe impact and abrasive wear (Snizhnoi et al, 2024). The stable austenite structure in this steel allows it to maintain its toughness and resist crack propagation under high dynamic loads, which is critical for preventing premature failure in demanding applications (Sheyko et al, 2023). The intermediate behavior of 110Mn10(casting) and 110Mn13(casting) steels positions them as suitable for Category II (critical purpose) components, such as jaw and cone crusher armor, where a balance between hardness and toughness is required (Belodedenko et al., 2023).

The relationship between manganese content and austenite stability is further elucidated by the microstructural analysis. The presence of residual carbides in 110Mn8(casting) and 110Mn10(casting) steels indicates incomplete dissolution during heat treatment, which may reduce austenite stability and promote martensitic transformation under deformation (Sereda et al, 2012). In contrast, the fully austenitic structure of 110Mn13(casting) and 110Mn18(casting) steels, achieved through higher manganese content, enhances phase stability and delays the onset of martensitic transformation (Wen et al, 2014). This microstructural difference explains the observed trends in Table 3, where lower manganese steels exhibit martensite formation at significantly lower deformation levels ( $D=0.66\%$  for 110Mn8(casting) vs.  $D=13.05\%$  for 110Mn18(casting)).

The study of martensitic transformation in Hadfield steels (110Mn8, 110Mn10, 110Mn13, 110Mn18) revealed their different suitability for metallurgical equipment subject to impact wear. In particular, 110Mn8 steel, due to its low austenite stability and rapid formation of  $\alpha'$ -martensite (2.787 vol.% at 29.19% strain), provides significant surface hardening, which is beneficial for metallurgical mill parts subject to abrasive wear with moderate impact loads. On the other hand, 110Mn18 steel, with its high austenite stability (0.011 vol.% martensite at 37.15% strain), is ideal for components such as coarse crusher armor or excavator bucket teeth that are subject to significant impact wear. These results emphasize the importance of adapting Hadfield steel grades to the operating conditions of metallurgical equipment.

### Optimization of Steel Composition for Specific Applications

The classification of wear parts into three categories (Table 2) provides a practical framework for selecting the appropriate steel grade based on operational conditions. The use of 110Mn8(casting) and 110Mn10(casting) steels for less demanding applications (Categories II and III) not only ensures adequate performance but also offers cost savings due to their lower manganese content (Yavtushenko, 2019). However, the trade-off in mechanical properties, particularly reduced toughness, must be carefully considered to avoid premature failure under unexpected dynamic loads (Belodedenko et al., 2022). For Category I components, the superior toughness and phase stability of 110Mn13(casting) and 110Mn18(casting) steels justify their use despite higher material costs (Sheyko et al, 2023).

The magnetometric data (Table 3 and Fig. 2) also highlight the importance of controlling deformation levels to optimize martensitic transformation. For instance, in applications where surface hardening is desired, operating conditions should be designed to induce deformation levels that trigger martensite formation without

compromising the bulk properties of the steel (Tressia & Sinatora, 2023). This can be achieved through careful design of equipment components to ensure that the surface experiences sufficient compressive or shear stresses during operation (Ding et al., 2022). Conversely, for components requiring high toughness, such as excavator bucket teeth, the use of 110Mn18(casting) steel with minimal martensite formation ensures resistance to crack initiation under high-impact loads (Snizhnoi, 2024).

### Implications for Manufacturing and Quality Control

The variability in martensite formation and its impact on wear resistance underscores the need for stringent quality control during the manufacturing of high-manganese steel components. Factors such as heat treatment parameters, cooling rates, and alloying precision significantly influence the initial microstructure and, consequently, the stability of austenite (Sereda et al, 2012). For example, improper quenching can lead to the formation of undesirable phases, such as carbides or retained austenite, which reduce the steel's ability to undergo work hardening (Sheyko et al, 2023). To address this, manufacturers should adopt standardized heat treatment protocols tailored to the specific steel grade and application, ensuring a fully austenitic microstructure for high-manganese steels like 110Mn18(casting) (Yan et al, 2023).

Furthermore, the wide range of manganese content permitted by international standards contributes to variability in performance, as manufacturers often rely on empirical practices rather than optimized compositions (Li et al, 2023). The results of this study suggest that precise control over manganese content, as well as other alloying elements like carbon and phosphorus, is essential for achieving consistent wear resistance and mechanical properties (Sheyko et al, 2023). For instance, the recommended carbon content of  $>1.3\%$  for abrasive wear conditions and  $<1.3\%$  for shock-loaded conditions (Snizhnoi et al, 2024) should be strictly adhered to during alloy design to ensure optimal austenite stability and martensitic transformation behavior.

This study demonstrated that the stability of austenite against martensitic transformation in high-manganese steels is directly influenced by manganese content, significantly affecting their wear resistance. Specifically, steel 110Mn8 (8.6% Mn) exhibits the lowest austenite stability, forming 2.787 vol.%  $\alpha'$ -martensite at 29.19% deformation, which enhances surface hardness and is suitable for abrasive wear under low loads (Category III, general purpose). Conversely, steel 110Mn18 (17.5% Mn) shows high austenite stability, producing only 0.011 vol.% martensite at 37.15% deformation, making it optimal for high-impact loads (Category I, especially critical purpose). Steels 110Mn10 and 110Mn13 occupy an intermediate position and are recommended for critical applications (Category II). For clarity, austenite is the crystalline structure of steel that provides ductility and work-hardening capacity, while martensitic transformation refers to the process by which austenite transforms into a harder martensite phase under deformation. The investigated steel grades—110Mn8, 110Mn10, 110Mn13, and 110Mn18 (casting)—were selected to analyze their performance under abrasive and impact wear conditions, enabling the development of recommendations for their use in metallurgical equipment.

### Future Research Directions

The findings of this study open several avenues for future research. First, the role of minor alloying elements, such as chromium, nickel, and molybdenum, in modulating austenite stability and wear resistance warrants further investigation, particularly for 110Mn18(casting) steel, which contains these elements (Table 1) (Li et al, 2023). Second, the effect of deformation rate on martensitic transformation should be explored, as dynamic loading conditions in real-world applications may differ from the slow uniaxial compression used in this study (Jabłońska et al, 2022). Finally, the development of predictive models that correlate chemical composition, microstructure, and operational conditions with wear performance could enable more precise material selection and component design, reducing the variability observed in high-manganese steel castings (Bhattacharya et al, 2024).

### Limitations of the Study

Despite the results demonstrating the dependence of austenite

stability and wear resistance of high-manganese steels (110Mn8, 110Mn10, 110Mn13, 110Mn18) on their chemical composition and deformation conditions, this study has certain limitations that must be considered when interpreting and applying its findings.

Firstly, the experiments were conducted at room temperature, which does not capture the full range of temperature conditions encountered in the operation of metallurgical equipment. It is known that high-manganese steels, such as Hadfield steel, retain their plastic properties in the temperature range from -40 to 80 °C (Wen, 2014); however, the influence of elevated or reduced temperatures on martensitic transformation and wear resistance was not evaluated in this study. This limitation may affect the applicability of the results to conditions where components experience significant temperature fluctuations, such as in hot grinding mills.

Secondly, although the study covered four steel grades with varying manganese content (8.6–17.5%), the analysis was limited to the specific chemical compositions listed in Table 1. The influence of other alloying elements, such as chromium, molybdenum, or nickel, present in 110Mn18, was only partially investigated, and their contribution to austenite stability and wear resistance requires further exploration. Additionally, the carbon content in the studied steels varied within a narrow range (1.14–1.23%), which does not fully allow for the evaluation of recommendations regarding carbon content (>1.3% for abrasive wear and <1.3% for impact loads) proposed in the literature (Snizhnoi et al., 2024).

Thirdly, the deformation tests were performed under slow plastic compression conditions, which do not fully replicate the dynamic or cyclic loading experienced in real operational conditions of metallurgical equipment, such as impact wear in crushers. The deformation rate may influence the kinetics of martensitic transformation, and this limitation should be considered when extrapolating the results to high-speed or impulsive loading scenarios.

Finally, the laboratory samples, sized 5x3x3 mm<sup>3</sup>, used in the magnetometric analysis do not reflect the scale and geometry of real components, such as crusher armor or mill linings, where the worn layer thickness can reach 100–150 mm. Scaling laboratory data to industrial components may be challenging due to differences in stress distribution, microstructural homogeneity, and cooling conditions during casting.

These limitations highlight the need for further research, particularly investigating the effects of temperature, a broader range of chemical compositions, varying deformation rates, and simulations of real operational conditions. Such studies will refine recommendations for optimizing high-manganese steels for specific applications in metallurgical equipment.

## Conclusions

The comprehensive investigation into the performance of high-manganese Hadfield steel (110Mn13 casting) and its variants (110Mn8, 110Mn10, and 110Mn18 casting) in heavy machinery components for metallurgical production has provided valuable insights into their wear resistance, phase stability, and suitability for specific operational conditions. The study successfully classified replaceable wear parts into three categories – especially critical, critical, and general purpose – based on the degree of static and dynamic loads and the dominant wear mechanisms. This classification enables the targeted selection of steel grades, with 110Mn13 and 110Mn18 recommended for high-impact applications (Category I),

110Mn10 for balanced performance under moderate loads (Category II), and 110Mn8 for low-load abrasive wear scenarios (Category III).

The analysis of operating conditions revealed that abrasive wear is the primary failure mechanism for components made of high-manganese steel, with worn layer thicknesses reaching 100–150 mm under normal operation. Premature failures due to cracks or casting defects were attributed to abnormal operational conditions or poor manufacturing quality, highlighting the need for stringent quality control during production. The magnetometric studies demonstrated a clear correlation between manganese content and austenite stability, with 110Mn8 exhibiting the least stable austenite (forming 2.787 vol.%  $\alpha'$ -martensite at D=29.19%) and 110Mn18 the most stable (0.011 vol.% at D=37.15%). This variation in martensitic transformation directly influences surface hardening and wear resistance, with less stable austenite promoting hardness in low-load conditions and stable austenite ensuring toughness in high-impact environments.

The findings underscore the importance of tailoring steel composition and microstructure to specific operational requirements. For abrasive wear, higher carbon (>1.3%) and lower manganese (<12%) contents are optimal, while shock-loaded conditions benefit from lower carbon (<1.3%) and higher manganese (>12%). The presence of minor alloying elements, such as chromium and molybdenum in 110Mn18, further enhances phase stability and corrosion resistance, warranting their consideration in alloy design (Li, 2023). Manufacturing processes, particularly heat treatment and quenching, were identified as critical factors affecting microstructural uniformity and phase stability, necessitating standardized protocols to minimize variability in performance.

The study also highlighted the potential for cost optimization by using lower-manganese steels (110Mn8 and 110Mn10) in less demanding applications, provided that mechanical properties are carefully balanced to prevent failure under unexpected loads. The magnetometric method proved highly effective for quantifying ultra-low martensite fractions (from 0.001 vol.%), offering a robust tool for studying phase transformations and guiding material optimization.

Future research should focus on the role of minor alloying elements, the influence of deformation rates on martensitic transformation, and the development of predictive models to correlate composition, microstructure, and wear performance. By implementing these findings, manufacturers can enhance the reliability, durability, and cost-effectiveness of high-manganese steel components, ultimately improving the operational efficiency of metallurgical equipment.

The study confirms that Hadfield steel, in particular grades 110Mn8, 110Mn10, 110Mn13 and 110Mn18, is the optimal material for wear-resistant parts of metallurgical equipment such as crushers, mills and excavator buckets due to its unique ability to carburize and martensitize. The data obtained allow us to adapt the composition and microstructure of these steels to the operating conditions, in particular to impact wear, which is the main failure factor in applications with high dynamic loads. The classification of parts into categories depending on operating conditions and recommendations for the selection of steel grades help to improve the reliability and durability of metallurgical equipment subject to abrasive and impact wear.

## References

- Ayadi, S., Hadji, A., & Kaleli, E. H. (2024). Effect of Heat Treatment Temperature on the Microstructure, Wear and Friction of Ni-Nb-V Alloyed Manganese Steel. *International Journal of Metalcasting*, 19(2), 1067–1080. <https://doi.org/10.1007/s40962-024-01363-z>
- Belodedenko, S., Hanush, V., & Hrechanyi, O. (2022). Fatigue lifetime model under a complex loading with application of the amalgamating safety indices rule. *Procedia Structural Integrity*, 36, 182–189. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2022.01.022>
- Belodedenko, S., Hrechanyi, O., Hanush, V., & Izhevskiy, Y. (2024). Experimental and analytical ways of finding the function of the maximum accumulated damage under operating modes with overloads. *Advances in Industrial and Manufacturing Engineering*, 8, 100137. <https://doi.org/10.1016/j.aime.2024.100137>
- Belodedenko, S., Hrechanyi, O., Vasilchenko, T., Hrechana, A., & Izhevskiy, Y. (2023). Determination of the critical cyclic fracture toughness for the mode II in mixed fracture of structural steels. *Forces in Mechanics*, 13, 100236. <https://doi.org/10.1016/j.finmec.2023.100236>
- Bhattacharya, A., Biswal, S., Barik, R. K., Mahato, B., Ghosh, M., Mitra, R., & Chakrabarti, D. (2024). Comparative interplay of C and Mn on austenite stabilization and low temperature impact toughness of low C medium Mn steels. *Materials Characterization*, 208, 113658. <https://doi.org/10.1016/j.matchar.2024.113658>
- Ding, F., Guo, Q., Hu, B., & Luo, H. (2022). Influence of softening annealing on microstructural heredity and mechanical properties of medium-Mn steel. *Microstructures*, 2(2). <https://doi.org/10.20517/microstructures.2022.01>
- Han, R., Yang, G., Fu, Z., Xu, D., Xu, Y., & Zhao, G. (2023). Effect of low-temperature hot rolling on the microstructure and mechanical properties of air-cooling medium manganese martensitic wear-resistant steel. *Materials Characterization*, 203, 113139. <https://doi.org/10.1016/j.matchar.2023.113139>



- Hrechanyi, O. (2024). Resource forecasting under the action of degradation processes with a catastrophic section on the example of universal spindles liners of rolling mills. *Results in Materials*, 22, 100563. <https://doi.org/10.1016/j.rinma.2024.100563>
- Hu, Z., & Fu, H. (2024). Effect of Si Content on Microstructure and Properties of Low-Carbon Medium-Manganese Steel after Intercritical Heat Treatment. *Metals*, 14(6), 675. <https://doi.org/10.3390/met14060675>
- Jabłońska, M. B., Jasiak, K., Kowalczyk, K., Bednarczyk, I., Skwarski, M., Tkocz, M., & Gronostajski, Z. (2022). Deformation behaviour of high-manganese steel with addition of niobium under quasi-static tensile loading. *Materials Science-Poland*, 40(3), 1–11. <https://doi.org/10.2478/msp-2022-0029>
- Kozłowska, A., Stawarczyk, P., Grajcar, A., Radwański, K., Matus, K., & Samek, L. (2023). Microstructure evolution and strain hardening behavior of thermomechanically processed low-C high-manganese steels: an effect of deformation temperature. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 23(3). <https://doi.org/10.1007/s43452-023-00722-7>
- Li, J., Xu, L., Feng, Y., Wu, S., Li, W., Wang, Q., Zhang, P., & Tu, X. (2023). Hardening mechanism of high manganese steel during impact abrasive wear. *Engineering Failure Analysis*, 154, 107716. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2023.107716>
- Ol'shanetskii, V. E., Snezhnoi, G. V., & Sazhnev, V. N. (2016). Structural and Magnetic Stability of Austenite in Chromium-Nickel and Manganese Steels with Cold Deformation. *Metal Science and Heat Treatment*, 58(5–6), 311–317. <https://doi.org/10.1007/s11041-016-0009-5>
- Sazhnyev, V. M., & Snizhnoy, H. V. (2023). Influence of Technological Parameters on the Physical, Mechanical and Operational Properties of Wear-Resistant Austenitic High-Manganese Steel. *Metallofizika i noveishie tekhnologii*, 45(4), 503–522. <https://doi.org/10.15407/mfint.45.04.0503>
- Scott, C. P. (2022). Recent Developments in Medium and High Manganese Steels. *Metals*, 12(5), 743. <https://doi.org/10.3390/met12050743>
- Sereda, B., Sheyko, S., & Sereda, D. (2012). The research of influence alloying elements on processes structure formation in stamp steel. In *AIST Steel Properties and Applications Conference Proceedings-Combined with MS and T12. 7-11 October. 2012. Pittsburg, USA. Materials Science and Technology.*, 453–456. <https://www.proceedings.com/content/015/015896webtoc.pdf>
- Sheyko, S., Mishchenko, V., Matiukhin, A., Bolsun, O., Lavrinenkov, A., & Kulabneva, E. (2021). Universal equation of metal resistance dependence to deformation on conditions of thermoplastic processing. *Metal 2021 Conference Proceedings*, 2021, 329–334. <https://doi.org/10.37904/metal.2021.4121>
- Sheyko, S., Tsyganov, V., Hrechanyi, O., Vasilchenko, T., & Hrechana, A. (2023). Determination of the optimal temperature regime of plastic deformation of micro alloyed automobile wheel steels. *Research on Engineering Structures and Materials*, 10(1), 331–339. <https://doi.org/10.17515/resm2023.49me0428tn>
- Shejko, S., Yechyn, S., & Demchenko, N. (2016). The method for determination of the influence of the stress-strain state of metal on the structural transformations in the low-alloy steel. In *Materials Science and Technology Conference and Exhibition 2016, MS and T 2016* (pp. 353-358). <https://www.proceedings.com/content/032/032780webtoc.pdf>
- Snizhnoi, G., & Rasshchupkyna, M. (2012). Magnetic state of the deformed austenite before and after martensite nucleation in austenitic stainless steels. *Journal of Iron and Steel Research, International*, 19(6), 42–46. [https://doi.org/10.1016/S1006-706X\(12\)60125-3](https://doi.org/10.1016/S1006-706X(12)60125-3)
- Snizhnoi, H. (2011). Formation of strain-induced martensite in chromium-nickel steels of the austenitic class. *Materials Science*, 47(3), 363–369. <https://doi.org/10.1007/s11003-011-9404-7>
- Snizhnoi, H., Sazhnev, V., Snizhnoi, V., & Mukhachev, A. (2024). Details of mining beneficiation equipment made of medium manganese wear-resistant steel. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 1348, 012027. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1348/1/012027>
- Sun, B., Lu, W., Ding, R., Makineni, S. K., Gault, B., Wu, C.-H., Wan, D., Chen, H., Ponge, D., & Raabe, D. (2023). Chemical heterogeneity enhances hydrogen resistance in high-strength steels. *arXiv preprint arXiv:2308.16048*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2308.16048>
- Sun, J., Jiang, M., Dong, L., Ding, Z., Bao, Y., & Luo, S. (2024). Effect of aging temperature on the microstructure and properties of alloyed high-manganese steel. *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*. <https://doi.org/10.1002/mawe.202300074>
- Tressia, G., & Sinatora, A. (2023). Effect of the normal load on the sliding wear behavior of Hadfield steels. *Wear*, 520–521, 204657. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2023.204657>
- Wang, X., Zhang, X., Liu, Q., Qian, C., & Cai, Z. (2023). Enhanced Low Cycle Fatigue Properties of Ti-6Al-4V Alloy by Post-treatment Technology of Pulse High-Intensity Magnetic Field. *Journal of Materials Engineering and Performance*. <https://doi.org/10.1007/s11665-023-07861-1>
- Wen, Y., Peng, H., Si, H., Xiong, R., & Raabe, D. (2014). A novel high manganese austenitic steel with higher work hardening capacity and much lower impact deformation than Hadfield manganese steel. *Materials & Design*, 55, 798–804. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2013.09.057>
- Westraadt, J. E., Goosen, W. E., Kostka, A., Wang, H., & Eggeler, G. (2022). Modified Z-phase formation in a 12% Cr tempered martensite ferritic steel during long-term creep. *arXiv preprint arXiv:2206.15070*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2206.15070>
- Yan, J., Zhou, M., Wu, H., Liang, X., Xing, Z., Li, H., Zhao, L., Jiao, S., & Jiang, Z. (2023). A review of key factors affecting the wear performance of medium manganese steels. *Metals*, 13(7), 1152. <https://doi.org/10.3390/met13071152>
- Yavtushenko, A., Yavtushenko, G., Protzenko, V., Bondarenko, Y., & Vasilchenko, T. (2019). Dynamics of Mechanical Press Drive. *IEEE International Conference on Modern Electrical and Energy Systems (MEES)*. <https://doi.org/10.1109/mees.2019.8896522>

# Структура та фізичні властивості швидкооохолодженого аморфного сплаву $\text{FeCo}_{0,854}\text{Nb}_{0,146}\text{NiB}_{0,7}\text{Si}_{0,3}$

Олександр Кушнерьов , Валерій Башев , Сергій Рябцев 

**Purpose.** The study aims to develop and characterize a new nanostructured  $\text{FeCo}_{0,854}\text{Nb}_{0,146}\text{NiB}_{0,7}\text{Si}_{0,3}$  high-entropy metallic glass with enhanced soft magnetic and mechanical properties. The research seeks to explore the interplay between the alloy's amorphous structure and its functional properties to advance the understanding of high-entropy metallic glasses. **Design / Method / Approach.** The amorphous films of the  $\text{FeCo}_{0,854}\text{Nb}_{0,146}\text{NiB}_{0,7}\text{Si}_{0,3}$  alloy was synthesized using splat-quenching technique. The cooling rate, estimated based on the film thickness, was  $\sim 10^6$  K/s. Structural properties were analyzed via X-ray diffraction (XRD), differential thermal analysis (DTA), and electrical resistivity measurements. Magnetic properties were assessed using a B–H curve tracer and vibrating sample magnetometer, while microhardness was measured with a PMT-3 tester. **Findings.** The alloy exhibits a fully glassy structure with a crystallite size of  $\sim 3$  nm, low coercivity (40 A/m), high saturation magnetization ( $74 \text{ A}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$ ), and microhardness  $\geq 8000$  MPa, indicating decent soft magnetic and mechanical properties. **Theoretical Implications.** The research provides significant insights into the role of atomic-size differences, configurational entropy, and thermodynamic parameters in stabilizing the glassy phase in high-entropy alloys. It advances the theoretical framework for designing high-entropy amorphous materials. **Practical Implications.** The characteristics of the material make it promising for use in electronic devices and mechanical engineering parts. **Originality / Value.** This study provides a comprehensive analysis of the high-entropy metallic glass  $\text{FeCo}_{0,854}\text{Nb}_{0,146}\text{NiB}_{0,7}\text{Si}_{0,3}$ , offering new insights of its magnetic and mechanical properties through advanced characterization techniques. **Research Limitations / Future Research.** Further studies are needed to investigate the long-term stability of the fabricated amorphous alloy. **Article Type.** Applied Research.

## Keywords:

multicomponent high-entropy alloy, metallic glass, amorphous film, relative electrical resistivity, soft magnetic properties, microhardness

**Мета.** Дослідження спрямоване на розробку та характеристику нового наноструктурованого високоентропійного металевго скла  $\text{FeCo}_{0,854}\text{Nb}_{0,146}\text{NiB}_{0,7}\text{Si}_{0,3}$  з покращеними магнітними та механічними властивостями. Робота має на меті вивчити взаємозв'язок між аморфною структурою сплаву та його функціональними характеристиками для поглиблення розуміння високоентропійних аморфних сплавів. **Дизайн / Метод / Підхід.** Аморфні плівки сплаву  $\text{FeCo}_{0,854}\text{Nb}_{0,146}\text{NiB}_{0,7}\text{Si}_{0,3}$  синтезовано за допомогою техніки надшвидкого охолодження. Швидкість охолодження, оцінена на основі товщини отриманих плівок була  $\sim 10^6$  К/с. Структурні властивості досліджено за допомогою рентгенівської дифракції, диференціального термічного аналізу (ДТА) та вимірювань електричного опору. Магнітні властивості визначені за допомогою приладу для вимірювання кривих гістерезису та вібраційного магнітометра, а мікротвердість вимірюно тестером PMT-3. **Результати.** Сплав має повністю аморфну структуру з розміром кристаліта  $\sim 3$  нм, низьку коерцитивну силу (40 А/м), високу намагніченість насичення ( $74 \text{ A}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$ ) та мікротвердість  $\geq 8000$  МПа, що свідчить про хороші магнітні та механічні властивості. **Теоретичне значення.** Дослідження надає важливі дані про роль різниці в розмірах атомів, конфігураційної ентропії та термодинамічних параметрів у стабілізації аморфної фази у високоентропійних сплавах. Воно розширює теоретичну базу для розробки високоентропійних аморфних матеріалів. **Практичне значення.** Характеристики матеріалу роблять його перспективним для використання в електронних пристроях і деталях для машинобудування. **Оригінальність / Цінність.** Це дослідження пропонує всебічний аналіз високоентропійного аморфного сплаву  $\text{FeCo}_{0,854}\text{Nb}_{0,146}\text{NiB}_{0,7}\text{Si}_{0,3}$  надаючи нові дані про його магнітні та механічні властивості завдяки застосуванню передових методів досліджень. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** Потрібні подальші дослідження, щоб дослідити довготривалу стабільність виготовленого аморфного сплаву. **Тип статті.** Прикладне дослідження.

## Ключові слова:

багатокомпонентний високоентропійний сплав, металеве скло, аморфна плівка, відносний електричний опір, магнітні властивості, мікротвердість

## Structure and physical properties of the rapidly cooled amorphous alloy $\text{FeCo}_{0,854}\text{Nb}_{0,146}\text{NiB}_{0,7}\text{Si}_{0,3}$

### Contributor Details:

Oleksandr Kushnerov, Cand. Sc., Assoc. Prof., Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, [kushnrv@gmail.com](mailto:kushnrv@gmail.com)

Valerii Bashev, Dr. Sc., Prof., Dniprovsky State Technical University: Kamianske, UA, [bashev\\_vf@ukr.net](mailto:bashev_vf@ukr.net)

Serhii Ryabtsev, Dr. Sc., Prof., Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, [siryabts@gmail.com](mailto:siryabts@gmail.com)

Received: 2025-04-30

Revised: 2025-05-17

Accepted: 2025-05-18



Copyright © 2025 Authors.

This work is licensed under a Creative

Commons Attribution 4.0 International License.

За останнє десятиліття новий клас матеріалів, відомий як багатокомпонентні високоентропійні сплави (БЕС) або багатокомпонентні концентровані сплави, привернув значну увагу дослідників. Такі сплави зазвичай містять від 5 до 13 елементів у рівноатомних або близьких до рівноатомних концентраціях (Miracle & Senkov, 2017; Brechtel & Liaw, 2021; Zhou et al., 2023). Правильний вибір кількості компонентів та їх концентрацій дозволяє отримати сплав з високою ентропією змішування, значення якої зберігається як у розплаві, так і після затвердіння. Під час кристалізації таких багатокомпонентних сплавів зазвичай утворюються прості тверді розчини заміщення з градецентрованою або об'ємноцентрованою кубічною кристалічною ґраткою через їх високу ентропію змішування. З іншого боку, можна отримати високоентропійні сплави зі структурою, в якій інтерметалічні сполуки з високою твердістю (фази Лавеса,  $\sigma$ -фаза) поєднуються з простим твердим розчином, що характеризується високою пластичністю. Багато високоентропійних сплавів мають унікальні властивості, такі як зносостійкість, стійкість до корозії та окислення, радіаційна стійкість, висока твердість і міцність (Biswas et al., 2022; Firstov et al., 2023; Girzhon et al., 2023; Karpov, 2024; Singh et al., 2024; Cheng et al., 2025; Xiao et al., 2025; Wang et al., 2025; Liu et al., 2025). Також слід відзначити чудову біосумісність, продемонстровану деякими БЕС (Lin et al., 2025). Таким чином, високоентропійні сплави можуть знайти застосування як матеріали для ядерних реакторів, медицини, електронних пристроїв, механічного обладнання, корпусів ракет і двигунів, при виготовленні зброї тощо (Hobhaydar et al., 2023; Park et al., 2025; Zatsama et al., 2024; Kaya et al., 2025).

На відміну від БЕС, аморфний металевий сплав, або так зване металеве скло, містить лише один, іноді два основні елементи. Високоентропійні сплави та металеві скла досліджувалися окремо, доки не були успішно синтезовані аморфні високоентропійні сплави. Такі сплави отримали назву високоентропійних металевих стеклов (ВЕМС). Високоентропійні металеві стекла (як це буває з речовинами, що одночасно належать до різних типів матеріалів (Akimov et al., 2006; Dudnik et al., 2001)) мають чудові фізичні та механічні властивості, поєднуючи переваги як металевих стеклов, так і високоентропійних сплавів. Таким чином, ВЕМС мають значний потенціал для різних технічних застосувань. Зокрема, металеві стекла зазвичай є хорошими магнітними матеріалами. Вони мають високу намагніченість насичення, низьку коерцитивну силу та втрати потужності. Вже було синтезовано цілий ряд ВЕМС систем (Li et al., 2017; Xu et al., 2018; Panahi et al., 2022).

Одним з найефективніших способів отримання нанокристалічних та аморфних металевих матеріалів є швидке гартування. Цей метод базується на надшвидкому охолодженні розплаву (зі швидкістю, що перевищує  $10^4$  K/c), що дозволяє отримувати у сплавах широкий спектр метастабільних структурних станів (Kushnerov et al., 2021, 2023; Bashev et al., 2023; Polonsky et al., 2024).

## Мета

Дана робота присвячена розробці і дослідженню властивостей нового високоентропійного аморфного сплаву  $\text{FeCo}_{0,854}\text{Nb}_{0,146}\text{NiB}_{0,7}\text{Si}_{0,3}$  який поєднує високу термічну стабільність з хорошими механічними та магнітними властивостями.

## Матеріали та методи

Литі зразки БЕС  $\text{FeCo}_{0,854}\text{Nb}_{0,146}\text{NiB}_{0,7}\text{Si}_{0,3}$  із номінальним хімічним складом, наведеним у табл. 1, були отримані за допомогою лабораторної печі Таммана із використанням мідної виливниці (швидкість охолодження  $\sim 10^2$  K/c).

**Таблиця 1 – Номінальний хімічний склад багатокомпонентного сплаву  $\text{FeCo}_{0,854}\text{Nb}_{0,146}\text{NiB}_{0,7}\text{Si}_{0,3}$  (ат.%) (Джерело: розроблено авторами)**

Fe	Co	Nb	Ni	B	Si
25	21,35	3,65	25	17,5	7,5

Для забезпечення однорідності зразки переплавлялися щонайменше тричі. Після цього частина зразків

використовувалася для виробництва загартованих з рідкого стану (ЗРС) плівок методом splat-охолодження (splat-quenching). Цей метод полягає в розмазуванні краплі розплаву, яка вистрелювалася струменем інертного газу (аргону) під високим тиском, по внутрішній поверхні мідного циліндра, що обертався з високою швидкістю ( $\sim 8000$  об/хв). Швидкість охолодження оцінювалася за формулою

$$V = \frac{\alpha \theta}{c \rho \delta}, \quad (1)$$

де  $c$  – теплоємність плівки,  $\rho$  – густина сплаву,  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі,  $\theta$  – надлишкова температура (різниця між температурою розплаву та температурою поверхні мідного циліндра), а  $\delta$  – товщина плівки (Bashev et al., 2023; Polonsky et al., 2024). Використавши дані з (Gale & Totemeier, 2004), та дані з табл.1, теплоємність сплаву можемо оцінити як  $c \approx 550$  Дж/(кг·K), а приблизне значення густини  $\rho \approx 7000$  кг/м<sup>3</sup>. За даними (Tkatch et al., 1997, 2002, 2009) можна приблизно оцінити мінімальне значення коефіцієнту тепловіддачі для сплаву подібного складу при splat-охолодженні  $\sim 2,8 \cdot 10^5$  Вт/(м<sup>2</sup>·K). Оскільки товщина отриманих плівок становила  $\sim 40$  мкм, початкова температура розплаву  $\sim 2000$  K, а температура мідного циліндра  $\sim 300$  K, розрахована за формулою (1) початкова швидкість охолодження становить  $\sim 3 \cdot 10^6$  K/c. При подальшому охолодженні розплаву на поверхні циліндра різниця температур та відповідно швидкість охолодження буде знижуватися, забезпечуючи середню швидкість охолодження на рівні  $\sim 10^6$  K/c.

Рентгенофазовий аналіз зразків і плівок проводився на дифрактометрі ДРОН-2.0 з використанням монохроматизованого Cu K $\alpha$  випромінювання. Температурні залежності питомого електричного опору плівки вимірювали чотириточковим методом при безперервному нагріванні та подальшому охолодженні у високому вакуумі з тиском  $4 \cdot 10^{-2}$  Па. Швидкість нагрівання від кімнатної температури до  $\sim 1010$  K становила 0,2 K/c. Відпалені плівки використовували для структурних досліджень методом рентгеноструктурного аналізу (з фотографічною реєстрацією, в дебаєвській камері на дифрактометрі УРС-2.0 у фільтрованому Co K $\alpha$  випромінюванні). Дебаєграми були мікрофотометровані, оцифровані та оброблені за допомогою програмного забезпечення для якісного фазового аналізу QualX2 (Altomare et al., 2017).

Термічну поведінку аморфних плівок вивчали методом диференціального термічного аналізу (ДТА) при швидкості нагрівання 0,2 K/c. Коерцитивну силу вимірювали при кімнатній температурі за допомогою приладу для вимірювання кривих гістерезису. Петлі гістерезису зразків отримували при кімнатній температурі за допомогою приладу для вимірювання кривих гістерезису у змінному магнітному полі із частотою 50 Гц та напруженістю до 16000 А/м та вібраційного магнітометра ВМ-1 у магнітному полі напруженістю до 560000 А/м, прикладеному паралельно до площини плівки. Мікротвердість вимірювалася на мікротвердомірі ПМТ-3 при навантаженні 100г.

## Результати та їх обговорення

Існує два основних критерії, за якими зазвичай характеризують високоентропійні сплави. Це конфігураційна ентропія змішування  $\Delta S_{mix}$  та ентальпія змішування  $\Delta H_{mix}$ . Однак для прогнозування фазового складу БЕС було запропоновано деякі додаткові параметри (Miracle & Senkov, 2017; Dufanets et al., 2020; Krapivka et al., 2015; Gorban et al., 2022, 2023; Brechtel & Liaw, 2021; Biswas et al., 2022; Zhou et al., 2023). До них, зокрема, належать концентрація валентних електронів ( $VEC$ ), термодинамічний параметр  $\Omega$ , який враховує температуру плавлення, ентропію змішування та ентальпію змішування. Важливим параметром є різниця в розмірах атомів між компонентами сплаву, позначена як  $\delta r$ .

Ентропія змішування компонентів  $\Delta S_{mix}$  визначається як

$$\Delta S_{mix} = -R \sum_{i=1}^n c_i \ln c_i, \quad (2)$$

де  $c_i$  – атомна частка елемента із номером  $i$ ;  $R$  – універсальна газова стала.

Ентальпія змішування  $\Delta H_{mix}$  визначається з рівняння

$$\Delta H_{mix} = \sum_{i,j=1,i \neq j}^n \omega_{ij} c_i c_j, \quad (3)$$

де  $\omega_{ij} = 4\Delta H_{mix}^{AB} \cdot \Delta H_{mix}^{AB}$  – ентальпія змішування для бінарного



сплаву елементів А та В у рідкому стані.

Параметр  $\Omega$  визначається як

$$\Omega = \frac{T_m \Delta S_{mix}}{|\Delta H_{mix}|}, \quad (4)$$

де  $T_m$  – середня температура плавлення сплаву з  $n$  компонентів:

$$T_m = \sum_{i=1}^n c_i (T_m)_i, \quad (5)$$

Різницю в розмірах атомів між компонентами сплаву можна охарактеризувати наступним параметром:

$$\delta r = 100 \sqrt{\sum_{i=1}^n c_i (1 - r_i/\bar{r})^2}, \quad (6)$$

$$\bar{r} = \sum_{i=1}^n c_i r_i, \quad (7)$$

де  $r_i$  – атомний радіус елемента із номером  $i$ .

Концентрація валентних електронів у розрахунку на один атом ( $VEC$ ) визначається за формулою:

$$VEC = \sum_{i=1}^n c_i (VEC)_i, \quad (8)$$

де  $(VEC)_i$  – концентрація валентних електронів (з урахуванням  $d$ -електронів) для елемента із номером  $i$ .

Останнім часом було виявлено, що топологічна нестабільність атомного пакування також залежить від різниці в розмірах атомів (Miracle & Senkov, 2017; Brechtel & Liaw, 2021; Biswas et.al., 2022; Zhou et.al., 2023). Було висловлено припущення що атоми з максимальним і мінімальним радіусами відіграють вирішальну роль у визначенні стабільності пакування у ВЕС та запропоновано новий параметр для кількісного опису викривлення кристалічної решітки при утворенні сплаву:

$$\gamma = \frac{\omega_S}{\omega_L}, \quad (9)$$

$$\omega_S = 1 - \sqrt{\frac{(r_S + \bar{r})^2 - \bar{r}^2}{(r_S + \bar{r})^2}}, \quad (10)$$

$$\omega_L = 1 - \sqrt{\frac{(r_L + \bar{r})^2 - \bar{r}^2}{(r_L + \bar{r})^2}}. \quad (11)$$

Тут  $\omega_S$  та  $\omega_L$  – тілесні кути пакування для атомів відповідно з найменшим радіусом  $r_S$  та найбільшим радіусом  $r_L$ . Значення  $\gamma = 1.175$  є межею між металевими стеклами або сплавами з інтерметалічними сполуками та простими твердими розчинами.

Різниця електронегативностей компонентів сплаву також є одним із параметрів, який використовується для прогнозування фазового складу ВЕС. У роботі (Poletti & Battezzati, 2014) використовуються електронегативності визначені за шкалою Аллена:

$$\delta \chi^A = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i (1 - \frac{\chi_i^A}{\chi^A})^2}, \quad (12)$$

$$\chi^A = \sum_{i=1}^n c_i \chi_i^A, \quad (13)$$

де  $\chi^A$  – середня електронегативність Аллена для сплаву,  $\chi_i^A$  – електронегативність елемента із номером  $i$ .

Використовуючи дані з (Takeuchi & Inoue, 2005; Miracle & Senkov, 2017), ми розрахували  $\Delta S_{mix}$ ,  $\Delta H_{mix}$ ,  $\delta r$ ,  $VEC$ ,  $\Omega$ ,  $\gamma$  та  $\chi^A$  для сплаву  $\text{FeCo}_{0.854}\text{Nb}_{0.146}\text{NiB}_{0.7}\text{Si}_{0.3}$  (табл. 2).

**Таблиця 2 – Електронні, термодинамічні та розмірні параметри багатокомпонентного сплаву  $\text{FeCo}_{0.854}\text{Nb}_{0.146}\text{NiB}_{0.7}\text{Si}_{0.3}$  (Джерело: розроблено авторами)**

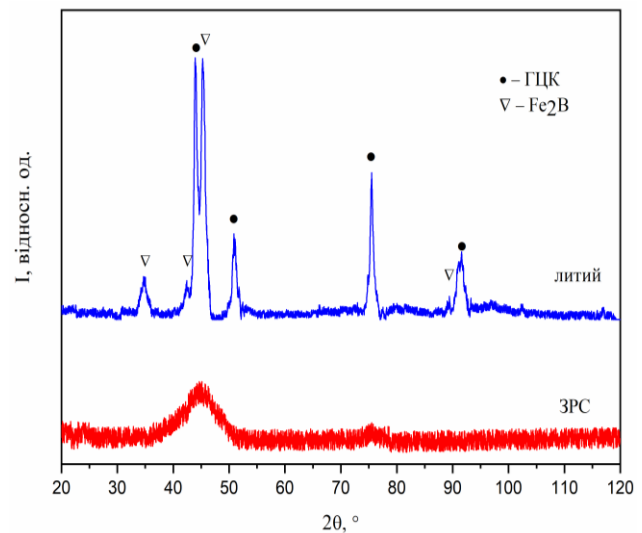
$\Delta S_{mix}$ Дж/(моль·К)	$\Delta H_{mix}$ кДж/моль	$\delta r$ , %	VEC	$\Omega$	$\gamma$	$\delta \chi^A$ , %
13,653	-26,295	14,29	7,439	0,987	1,7846	6,563

Відповідно до (Miracle & Senkov, 2017; Brechtel & Liaw, 2021; Zhou et.al., 2023), високоентропійні металеві стекла можуть формуватися, коли  $\Delta S_{mix}$ ,  $\Delta H_{mix}$  і  $\delta$  одночасно задовольняють наступні умови:  $7 \leq \Delta S_{mix} \leq 16$  J/(mol·K),  $-49 \leq \Delta H_{mix} \leq -5.5$  kJ/mol і  $\delta \geq 9$ . Іншою умовою, що вказує на можливість формування металевого скла або інтерметалічних сполук, є значення параметра  $\Omega \leq 1.1$ . Також різниця електронегативностей  $\delta \chi^A$  повинна перевищувати 6 %. Як видно з табл. 2, сплав  $\text{FeCo}_{0.854}\text{Nb}_{0.146}\text{NiB}_{0.7}\text{Si}_{0.3}$  повністю відповідає всім зазначеним умовам, а  $\Delta S_{mix}$ ,  $\Delta H_{mix}$ ,  $\delta$ ,  $\Omega$ ,  $\gamma$  та  $\chi^A$  є належними параметрами для прогнозування фазового складу високоентропійних

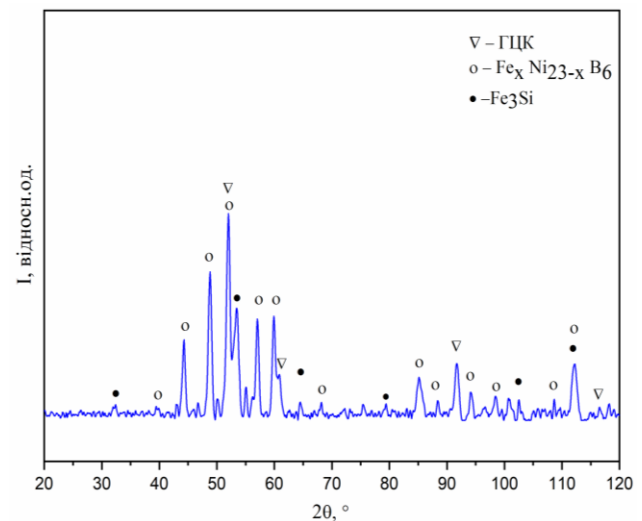
сплавів. Різниця в розмірах атомів  $\delta$  є одним із найважливіших параметрів, що визначають формування твердого розчину або аморфної фази у ВЕС. Значення  $\delta$  має бути достатньо великим, щоб забезпечити достатній стрес на атомному рівні, який необхідний для дестабілізації фази твердого розчину. Крім того, для обмеження довготривалої атомної дифузії та підвищення ефективності локального пакування також необхідні негативне значення  $\Delta H_{mix}$  і велике  $\delta$ . Виконання цих умов призводить до високої здатності до формування скла та забезпечує придушення формування кристалічної фази при охолодженні.

Слід зазначити, що вищенаведені значення параметрів, які характеризують ВЕС  $\text{FeCo}_{0.854}\text{Nb}_{0.146}\text{NiB}_{0.7}\text{Si}_{0.3}$ , відповідають також критеріям, які виконуються для сплавів, у яких мають бути наявні інтерметалічні фази. Тому варто відмітити, що правила проектування ВЕС, що базуються на основі статистичних результатів або усереднених даних щодо термодинамічних властивостей, електронної структури та розмірних параметрів атомів, що утворюють сплав насправді є необхідними, але не достатніми умовами. Сама по собі термодинаміка не може повністю передбачити фазовий склад ВЕС, необхідно також враховувати кінетику процесу фазоутворення. Тому дуже важливу роль відіграє швидкість охолодження розплаву.

Параметри кристалічної ґратки та фазовий склад досліджуваного сплаву (табл. 3) визначали за допомогою рентгенофазового аналізу (рис. 1, 2).



**Рисунок 1 – Дифрактограми литих та ЗРС зразків сплаву  $\text{FeCo}_{0.854}\text{Nb}_{0.146}\text{NiB}_{0.7}\text{Si}_{0.3}$  (Джерело: Створено авторами)**



**Рисунок 2 – Дифрактограма ЗРС плівки  $\text{FeCo}_{0.854}\text{Nb}_{0.146}\text{NiB}_{0.7}\text{Si}_{0.3}$  після відпаду до  $\sim 1010$  К (Джерело: Створено авторами)**

За результатами рентгенофазового аналізу можна стверджувати, що сплав  $\text{FeCo}_{0.854}\text{Nb}_{0.146}\text{NiB}_{0.7}\text{Si}_{0.3}$  у литому стані

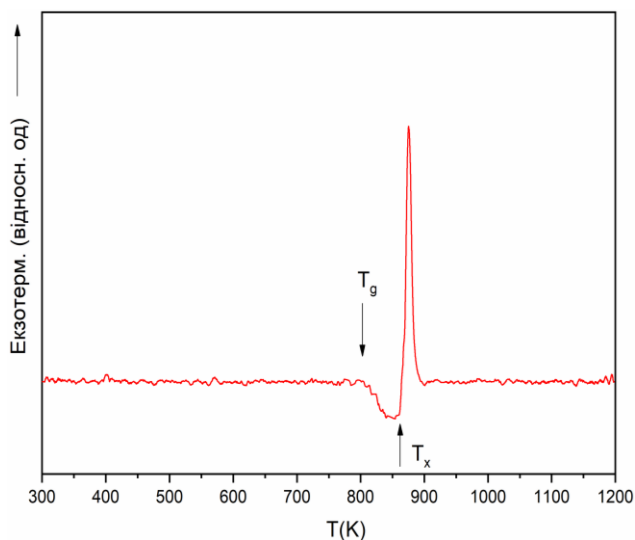
містить гранецентровану кубічну фазу та фазу Fe<sub>2</sub>B. Параметри ґратки гранецентрованої кубічної фази свідчать, що вона формується на основі  $\gamma$ -заліза (параметр ґратки  $\gamma$ -заліза був екстрапольований при кімнатній температурі як 0,3572 нм).

**Таблиця 3 – Фазовий склад сплаву FeCo<sub>0,854</sub>Nb<sub>0,146</sub>NiB<sub>0,7</sub>Si<sub>0,3</sub>**  
(Джерело: розроблено авторами)

Сплав	Фазовий склад
Литий зразок FeCo <sub>0,854</sub> Nb <sub>0,146</sub> NiB <sub>0,7</sub> Si <sub>0,3</sub>	ГЦК ( $a=0,3574$ нм) + Fe <sub>2</sub> B
ЗРС плівка FeCo <sub>0,854</sub> Nb <sub>0,146</sub> NiB <sub>0,7</sub> Si <sub>0,3</sub>	Аморфна фаза
ЗРС плівка FeCo <sub>0,854</sub> Nb <sub>0,146</sub> NiB <sub>0,7</sub> Si <sub>0,3</sub> після відпау	ГЦК ( $a=0,3527$ нм) + Fe <sub>x</sub> Ni <sub>23-x</sub> B <sub>6</sub> + Fe <sub>3</sub> Si

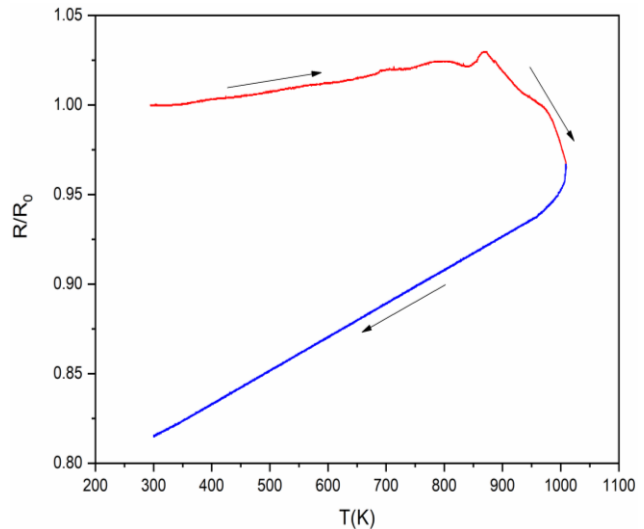
Для ЗРС плівок сплаву FeCo<sub>0,854</sub>Nb<sub>0,146</sub>NiB<sub>0,7</sub>Si<sub>0,3</sub> дифрактограма не містить чітких дифракційних максимумів, характерних для кристалів, а лише широкий розмитий максимум. Це є ознакою повністю аморфної структури. Розмір області когерентного розсіювання (розмір кристаліту), оцінений за формулою Селякова-Шеррера, становить  $\sim 3$  нм. Після відпау до  $\sim 1010$  K (вище температури кристалізації) та подальшого повільного охолодження плівки кристалізуються з утворенням кількох кристалічних фаз (табл. 3). Значно складніший фазовий склад, що спостерігається у відпалених плівках порівняно з литими зразками, очевидно, пояснюється їх низькою швидкістю охолодження. В результаті у відпалених плівках формується значно більш рівноважна багатофазна структура, у якій наявні інтерметалічні фази. Присутній також простий твердий розчин типу ГЦК, який за визначенням має бути основною фазою для високоентропійного сплаву, містячи у собі усі складові елементи (окрім тих, що виділилися у складі інтерметалічних фаз).

Рисунок 3 показує криву ДТА аморфної ЗРС плівки сплаву FeCo<sub>0,854</sub>Nb<sub>0,146</sub>NiB<sub>0,7</sub>Si<sub>0,3</sub>. Крива містить явну стадію склування, після якої йде область переохолодженої рідини, а потім екзотермічний пік, що вказує на кристалізацію. Ця поведінка свідчить про аморфну природу зразка. Температура склування  $T_g$  та початкова температура кристалізації  $T_x$  позначені стрілками і дорівнюють 800 K та 863 K відповідно. Враховуючи, що на кривій ДТА видно лише один екзотермічний пік, кристалізація відбувається в один етап.



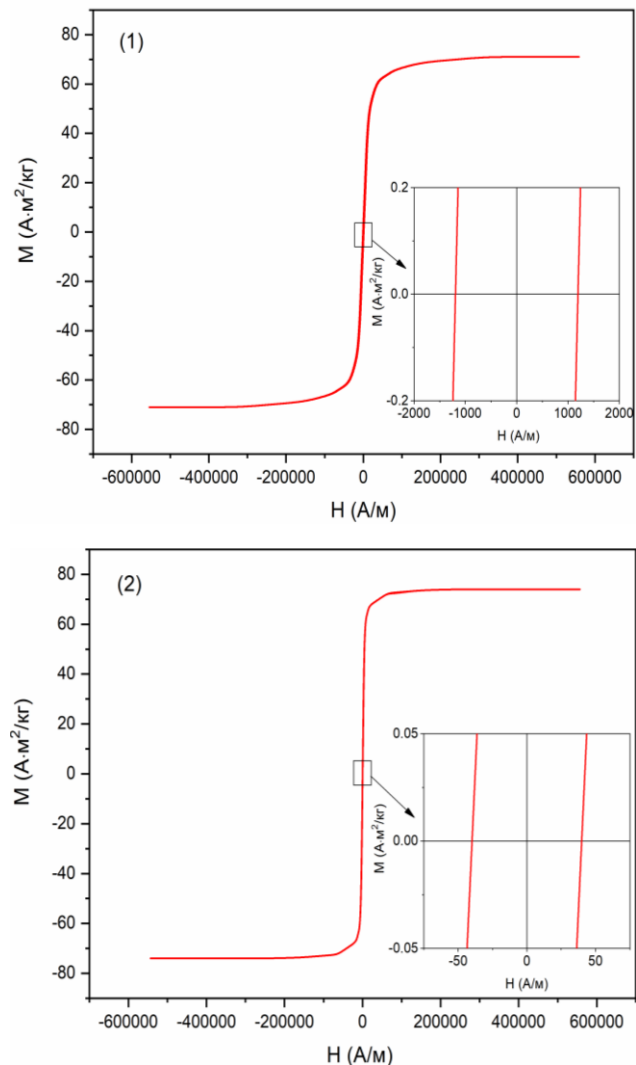
**Рисунок 3 – Крива ДТА ЗРС плівки сплаву FeCo<sub>0,854</sub>Nb<sub>0,146</sub>NiB<sub>0,7</sub>Si<sub>0,3</sub>** (Джерело: Створено авторами)

Розглянемо залежність відносного електричного опору наноструктурованих плівок  $R(T)/R_0(300\text{ K})$ . Початок незворотного зменшення опору під час нагрівання вказує на виникнення деяких фазових перетворень у плівці. Як видно з рис. 4, температура фазового перетворення (температура кристалізації) у плівці FeCo<sub>0,854</sub>Nb<sub>0,146</sub>NiB<sub>0,7</sub>Si<sub>0,3</sub> становить  $\sim 869$  K. Це значення добре узгоджується зі значенням, отриманим з ДТА. Водночас наявність вигинів на кривій у регіоні фазового перетворення вказує на утворення кількох кристалічних фаз. Після завершення процесу кристалізації залежність опору від температури має звичайний характер, коли опір зменшується зі зниженням температури.



**Рисунок 4 – Температурна залежність відносного електричного опору ЗРС плівки сплаву FeCo<sub>0,854</sub>Nb<sub>0,146</sub>NiB<sub>0,7</sub>Si<sub>0,3</sub>** (Джерело: Створено авторами)

На рис. 5 показані петлі феромагнітного гістерезису литих та ЗРС зразків сплаву FeCo<sub>0,854</sub>Nb<sub>0,146</sub>NiB<sub>0,7</sub>Si<sub>0,3</sub>. Відповідно до виміряних значень коерцитивної сили  $H_c$  (табл. 4), ЗРС плівка є типовим магнітним матеріалом, тоді як коерцитивна сила литого НЕА приблизно в 30 разів більша.



**Рисунок 5 – Петлі магнітного гістерезису литого (1) та ЗРС (2) зразків сплаву FeCo<sub>0,854</sub>Nb<sub>0,146</sub>NiB<sub>0,7</sub>Si<sub>0,3</sub>** (Джерело: Створено авторами)

Таким чином, перехід сплаву  $\text{FeCo}_{0.854}\text{Nb}_{0.146}\text{NiB}_{0.7}\text{Si}_{0.3}$  з кристалічного до аморфного стану призводить до зміни магнітних характеристик від магнітотвердих до магнітом'яких. Низьке значення коерцитивної сили високоентропійного металевих скла з високим ступенем структурної однорідності та аморфності можна пояснити незначною щільністю центрів закріплення доменних стінок. Така поведінка є типовою для сплавів у наноструктурованому аморфному стані. Порівнюючи отримані результати із результатами для сплавів із подібним складом (Li et.al., 2017; Xu et.al., 2018), можна стверджувати, що додавання Nb практично не змінює значення намагніченості  $M_s$ , але сприяє збільшенню  $H_c$ . В той же час температура склування  $T_g$  також збільшується.

**Таблиця 4 – Намагніченість насичення ( $M_s$ ), коерцитивна сила ( $H_c$ ) та мікротвердість ( $H_p$ ) сплаву  $\text{FeCo}_{0.854}\text{Nb}_{0.146}\text{NiB}_{0.7}\text{Si}_{0.3}$  (Джерело: розроблено авторами)**

Сплав	$M_s$ , А·м <sup>2</sup> /кг	$H_c$ , А/м	$H_p$ , МПа
Литий зразок $\text{FeCo}_{0.854}\text{Nb}_{0.146}\text{NiB}_{0.7}\text{Si}_{0.3}$	71±7	1200±100	9000±400
ЗРС плівка $\text{FeCo}_{0.854}\text{Nb}_{0.146}\text{NiB}_{0.7}\text{Si}_{0.3}$	74±7	40±4	8500±400

Як литі, так і ЗРС зразки сплаву  $\text{FeCo}_{0.854}\text{Nb}_{0.146}\text{NiB}_{0.7}\text{Si}_{0.3}$  демонструють високі значення мікротвердості (табл. 4), що

вказує на хороші механічні властивості сплавів. Очевидно, що наявність крихкої фази  $\text{Fe}_2\text{B}$ , яка має високу твердість, є причиною вищих значень мікротвердості, що спостерігаються в литому кристалічному сплаві. Водночас, однорідне швидкоохолоджене металеве скло без таких включень є більш пластичним, але має більш низьку мікротвердість.

## Висновки

Із застосуванням технології splat-охолодження був отриманий наноструктурований високоентропійний аморфний сплав  $\text{FeCo}_{0.854}\text{Nb}_{0.146}\text{NiB}_{0.7}\text{Si}_{0.3}$ . Температура склування  $T_g$  та початкова температура кристалізації  $T_x$  сплаву становлять 800 К та 863 К відповідно. Сплав  $\text{FeCo}_{0.854}\text{Nb}_{0.146}\text{NiB}_{0.7}\text{Si}_{0.3}$  демонструє високе значення намагніченості насичення 74 А·м<sup>2</sup>/кг, низьку коерцитивну силу 40 А/м та високе значення мікротвердості  $\geq 8000$  МПа. Таким чином, отримане магнітом'яке високоентропійне металеве скло з підвищеною температурою склування може бути використане як функціональний матеріал, що поєднує добрі механічні та магнітні властивості, зокрема для виготовлення компонентів електротехнічного та електронного обладнання, що працює в умовах підвищених температур: трансформаторів, дроселів, магнітних екранів та спеціалізованих датчиків з термостабільними магнітними характеристиками.

## References

- Akimov, S. V., Duda, V. M., Dudnik, E. F., Kushnerev, A. I., & Tomchakov, A. N. (2006). Secondary ferroic properties of partial mixed ferroelectric ferroelastics. *Physics of the Solid State*, 48(6), 1073–1076. <https://doi.org/10.1134/S1063783406060175>
- Altomare, A., Corriero, N., Cuocci, C., Falcicchio, A., Moliterni, A., & Rizzi, R. (2017). Main features of QUALX2.0 software for qualitative phase analysis. *Powder Diffraction*, 32(S1), S129–S134. <https://doi.org/10.1017/S0885715617000240>
- Bashev, V. F., Kushnerov, O. I., & Ryabtsev, S. I. (2023). Structure and properties of CoCrFeNiMnBe high-entropy alloy films obtained by melt quenching. *Molecular Crystals and Liquid Crystals*, 765(1), 145–153. <https://doi.org/10.1080/15421406.2023.2215125>
- Biswas, K., Gurao, N. P., Maiti, T., & Mishra, R. S. (2022). *High Entropy Materials. Processing, Properties, and Applications*. Springer Nature Singapore. <https://doi.org/10.1007/978-981-19-3919-8>
- Brechtl, J., & Liaw, P. K. (2021). *High-Entropy Materials: Theory, Experiments, and Applications*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-77641-1>
- Cheng, H., Luo, H., Fan, C., Wang, X., & Li, C. (2025). Accelerated design of high-entropy alloy coatings for high corrosion resistance via machine learning. *Surface and Coatings Technology*, 502, 131978. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2025.131978>
- Dudnik, E. F., Duda, V. M., & Kushnerov, A. I. (2001). Second-order ferroic properties of a Pb5Ge3O11 uniaxial ferroelectric. *Physics of the Solid State*, 43(12), 2280–2283. <https://doi.org/10.1134/1.1427957>
- Dufanets, M., Sklyarchuk, V., Plevachuk, Y., Kulyk, Y., & Mudry, S. (2020). The Structural and Thermodynamic Analysis of Phase Formation Processes in Equiatomic AlCoCuFeNiCr High-Entropy Alloys. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 29(11), 7321–7327. <https://doi.org/10.1007/s11665-020-05250-6>
- Firstov, G. S., Koval, Y. M., Filatova, V. S., Odnosum, V. V., Gerstein, G., & Maier, H. J. (2023). Development of high-entropy shape-memory alloys: structure and properties. *Progress in Physics of Metals*, 24(4), 819–837. <https://doi.org/10.15407/UFM.24.04.819>
- Gale, W. F., & Totemeier, T. C. (Eds.). (2004). *Smithells metals reference book* (8th ed.). Elsevier Butterworth-Heinemann. <https://doi.org/10.1016/B978-075067509-3/50003-8>
- Girzhon, V., Yemelianchenko, V., & Smolyakov, O. (2023). High entropy coating from AlCoCrCuFeNi alloy, obtained by laser alloying. *Acta Metallurgica Slovaca*, 29(1), 44–49. <https://doi.org/10.36547/ams.29.1.1710>
- Gorban, V. F., Firstov, S. O., Krapivka, M. O., Samelyuk, A. V., & Kurylenko, D. V. (2022). Influence of Various Factors on the Properties of Solid-Soluble High-Entropy Alloys Based on BCC and FCC Phases. *Materials Science*, 58(1), 135–140. <https://doi.org/10.1007/S11003-022-00641-7>
- Gorban, V. F., Firstov, S. A., & Krapivka, M. O. (2023). The Influence of Different Factors on Physicomechanical Properties of High Entropy Alloys with fcc Lattice. *Materials Science*, 59(2), 145–151. <https://doi.org/10.1007/S11003-024-00755-0>
- Hobhaydar, A., Wang, X., Wang, Y., Li, H., Van Tran, N., & Zhu, H. (2023). Effect of tungsten doping on the irradiation resistance of FeCrV-based refractory medium entropy alloy for potential nuclear applications. *Journal of Alloys and Compounds*, 966, 171635. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2023.171635>
- Karpov, S. (2024). Application of high-entropy alloys in hydrogen storage technology. *Problems of Atomic Science and Technology*, 2024(2), 48–61. <https://doi.org/10.46813/2024-150-048>
- Kaya, F., Aliakbarlu, S., Dizdar, K. C., Selimoğlu, G. İ., & Derin, B. (2025). Thermochemical Modeling-Assisted Synthesis of AlxCoCrFeNiMn (0.5 ≤ x ≤ 3) High-Entropy Alloys via Combustion Method for Soft Magnetic Applications. *Mining, Metallurgy and Exploration*, 1–13. <https://doi.org/10.1007/S42461-025-01204-5>
- Krapivka, N. A., Firstov, S. A., Karpets, M. V., Myslivchenko, A. N., & Gorban', V. F. (2015). Features of phase and structure formation in high-entropy alloys of the AlCrFeCoNiCu x system (x = 0, 0.5, 1.0, 2.0, 3.0). *The Physics of Metals and Metallography*, 116(5), 467–474. <https://doi.org/10.1134/S0031918X15030084>
- Kushnerov, O. I., Bashev, V. F., & Ryabtsev, S. I. (2021). Structure and Properties of Nanostructured Metallic Glass of the Fe–B–Co–Nb–Ni–Si High-Entropy Alloy System. *Springer Proceedings in Physics*, 246, 557–567. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-51905-6\\_38](https://doi.org/10.1007/978-3-030-51905-6_38)
- Kushnerov, O. I., Ryabtsev, S. I., & Bashev, V. F. (2023). Metastable states and physical properties of Co-Cr-Fe-Mn-Ni high-entropy alloy thin films. *Molecular Crystals and Liquid Crystals*, 750(1), 135–143. <https://doi.org/10.1080/15421406.2022.2073043>
- Li, Y., Zhang, W., & Qi, T. (2017). New soft magnetic Fe25Co25Ni25(P, C, B)25 high entropy bulk metallic glasses with large supercooled liquid region. *Journal of Alloys and Compounds*, 693, 25–31. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2016.09.144>
- Lin, M., Xiao, X., Xu, C.-H., Lu, W., Zhang, Y., & Liao, W. (2025). A nanostructured TiZrNbTaMo high-entropy alloy thin film with exceptional corrosion properties for biomedical application. *Applied Surface Science*, 684, 161859. <https://doi.org/10.1016/J.APSUSC.2024.161859>
- Liu, X., Liu, J., Zhou, C., Jiang, Z., Dong, W., An, X., Wei, W., Wang, D., Guan, S., & Feng, S. (2025). Achieving 2.1 GPa ultrahigh strength in a light-weight eutectic high-entropy alloy with dual heterogeneous structures. *Materials Characterization*, 222, 114812. <https://doi.org/10.1016/J.MATCHAR.2025.114812>
- Miracle, D. B., & Senkov, O. N. (2017). A critical review of high entropy alloys and related concepts. *Acta Materialia*, 122, 448–511. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2016.08.081>
- Panahi, S. L., Fornell, J., Popescu, C., Pineda, E., Sort, J., & Bruna, P. (2022). Structure, mechanical properties and nanocrystallization of (FeCoCrNi)-(B,Si) high-entropy metallic glasses. *Intermetallics*, 141, 107432. <https://doi.org/10.1016/j.intermet.2021.107432>
- Park, H., Son, S., Ahn, S. Y., Ha, H., Kim, R. E., Lee, J. H., Joo, H. M., Kim, J. G., & Kim, H. S. (2025). Hyperadaptor; Temperature-insensitive tensile properties of Ni-



- based high-entropy alloy a wide temperature range. *Materials Research Letters*, 13(4), 348–356. <https://doi.org/10.1080/21663831.2025.2457346>
- Poletti, M. G., & Battezzati, L. (2014). Electronic and thermodynamic criteria for the occurrence of high entropy alloys in metallic systems. *Acta Materialia*, 75, 297–306. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2014.04.033>
- Polonsky, V. A., Kushnerov, O. I., Bashev, V. F., & Ryabtsev, S. I. (2024). The influence of the cooling rate on the structure and corrosion properties of the multicomponent high-entropy alloy CoCrFeMnNiBe. *Physics and Chemistry of Solid State*, 25(3), 506–512. <https://doi.org/10.15330/pcss.25.3.506-512>
- Singh, A., Kumari, P., Sahoo, S. K., & Shahi, R. R. (2024). Studies on hydrogen storage properties of TiVFeNi, (TiVFeNi)<sub>95</sub>Zr<sub>5</sub> and (TiVFeNi)<sub>90</sub>Zr<sub>10</sub> high entropy alloys. *International Journal of Hydrogen Energy*. <https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2024.09.064>
- Takeuchi, A., & Inoue, A. (2005). Classification of Bulk Metallic Glasses by Atomic Size Difference, Heat of Mixing and Period of Constituent Elements and Its Application to Characterization of the Main Alloying Element. *Materials Transactions*, 46(12), 2817–2829. <https://doi.org/10.2320/matertrans.46.2817>
- Tkatch, V. I., Denisenko, S. N., & Beloshov, O. N. (1997). Direct measurements of the cooling rates in the single roller rapid solidification technique. *Acta Materialia*, 45(7), 2821–2826. [https://doi.org/10.1016/S1359-6454\(96\)00377-1](https://doi.org/10.1016/S1359-6454(96)00377-1)
- Tkatch, V. I., Grishin, A. M., & Maksimov, V. V. (2009). Estimation of the heat transfer coefficient in melt spinning process. *Journal of Physics: Conference Series*, 144, 012104. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/144/1/012104>
- Tkatch, V. I., Limanovskii, A. I., Denisenko, S. N., & Rassolov, S. G. (2002). The effect of the melt-spinning processing parameters on the rate of cooling. *Materials Science and Engineering: A*, 323(1–2), 91–96. [https://doi.org/10.1016/S0921-5093\(01\)01346-6](https://doi.org/10.1016/S0921-5093(01)01346-6)
- Xiao, X., Zhang, J. W., Feng, C. S., Yu, H., & Liao, W. B. (2025). Design of low-activation refractory high-entropy alloys with improved plasticity. *Applied Physics Letters*, 126(12). <https://doi.org/10.1063/5.0258818>
- Xu, Y., Li, Y., Zhu, Z., & Zhang, W. (2018). Formation and properties of Fe<sub>25</sub>Co<sub>25</sub>Ni<sub>25</sub>(P, C, B, Si)<sub>25</sub> high-entropy bulk metallic glasses. *Journal of Non-Crystalline Solids*, 487, 60–64. <https://doi.org/10.1016/j.jnoncrysol.2018.02.021>
- Wang, H., Jiang, B., He, H., Fu, G., Sun, B., Liu, X., Zhang, S., Gao, Z., Meng, X., & Yi, X. (2025). Microstructural features and functional properties of NiCuTiZrAl high entropy shape memory alloys. *Journal of Materials Research and Technology*, 36, 1875–1890. <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2025.03.243>
- Zatsama, O., Kotrechko, S., Filatov, O., Bondarchuk, V., Firstov, G., & Dubinko, V. (2024). Phenomenon of ignition and explosion of high-entropy alloys of systems Ti-Zr-Hf-Ni-Cu, Ti-Zr-Hf-Ni-Cu-Co under quasi-static compression. *Frattura Ed Integrità Strutturale*, 18(68), 410–421. <https://doi.org/10.3221/IGF-ESIS.68.27>
- Zhou, Y., Xiang, H., & Dai, F.-Z. (2023). *High-Entropy Materials* (1st ed.). Wiley. <https://doi.org/10.1002/9783527837205>

# Optimizing Material and Technology Selection for Cost-Effective Equipment Performance

Valerii Netrebko , Vadym Shalomieiev , Serhii Sheiko ,  
Olexandr Shapurov , Olexsii Hrechanyi , Valentyna Tretiak 

**Purpose.** To optimize criteria for evaluating the implementation of wear-resistant materials to reduce production costs and equipment downtime. **Design / Method / Approach.** The study employed an analytical review of publications, spectral and metallographic analysis of alloys, a gravimetric method for assessing wear resistance, and heat treatment to enhance it. **Findings.** An analysis of challenges in developing materials for mining, metallurgical, and construction equipment was conducted. It was established that component service life must align with equipment maintenance schedules. New materials with enhanced wear resistance may be economically unviable due to high costs or inability to realize durability benefits. A balance between cost and service life is achieved by analyzing operating conditions and defining material and technology requirements. **Theoretical Implications.** The study expands knowledge on reducing production costs by identifying criteria for the effective implementation of materials and technologies. **Practical Implications.** A multi-criteria analysis is proposed for adopting new materials and technologies in the production of components for mining, metallurgical, and construction equipment, reducing costs and downtime. **Originality / Value.** The methodology uniquely optimizes material selection by aligning component durability with maintenance schedules, minimizing downtime. Its innovative alloy development resolves conflicting material requirements, enhancing production efficiency. **Research Limitations / Future Research.** Limitations include a focus on specific materials; future research should explore a broader range of materials and conditions. **Article Type.** Empirical.

## Keywords:

high-manganese steel, austenite, martensitic transformation, wear resistance, plastic deformation

**Мета.** Оптимізувати критерії оцінки впровадження зносостійких матеріалів для зменшення витрат на виробництво деталей і простої обладнання. **Дизайн / Метод / Підхід.** Використано аналітичний огляд публікацій, спектральний і металографічний аналіз сплавів, ваговий метод оцінки зносостійкості та термічну обробку для її підвищення. **Результати.** Проведено аналіз проблем розробки матеріалів для гірничої, металургійної та будівельної техніки. Встановлено, що ресурс деталей має відповідати термінам технічного обслуговування. Нові матеріали з підвищеною зносостійкістю можуть бути не вигідними через високу вартість або неможливість реалізації ефекту. Баланс між вартістю та терміном служби досягається аналізом умов експлуатації й вимог до матеріалу та технології. **Теоретичне значення.** Розширено знання про зниження виробничих витрат шляхом визначення критеріїв ефективного впровадження матеріалів і технологій. **Практичне значення.** Запропоновано багатокритеріальний аналіз для впровадження нових матеріалів і технологій у виробництво деталей гірничої, металургійної та будівельної техніки, що знижує витрати та простої. **Оригінальність / Цінність.** Методологія унікальним чином оптимізує вибір матеріалу, узгоджуючи довговічність компонентів із графіком технічного обслуговування, зводячи до мінімуму час простою. Інноваційна розробка сплавів дає змогу вирішити суперечливі вимоги до матеріалів, підвищуючи ефективність виробництва. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** Обмеження – фокус на окремих матеріалах; майбутні дослідження мають вивчити ширший спектр умов і матеріалів. **Тип статті.** Емпірична.

## Ключові слова:

високомарганцева сталь, аустеніт, мартенситне перетворення, зносостійкість, пластична деформація

## Contributor Details:

Valerii Netrebko, Dr. Sc., Prof., National University Zaporizhzhia Polytechnic: Zaporizhzhia, UA, [olgavvn@ukr.net](mailto:olgavvn@ukr.net)  
Vadym Shalomieiev, Dr. Sc., Prof., National University Zaporizhzhia Polytechnic: Zaporizhzhia, UA, [shalomeev@zp.edu.ua](mailto:shalomeev@zp.edu.ua)  
Serhii Sheiko, Cand. Sc., Assoc. Prof., Zaporizhzhia National University: Zaporizhzhia, UA, [ss6309113@gmail.com](mailto:ss6309113@gmail.com)  
Olexandr Shapurov, Dr. Sc., Prof., Zaporizhzhia National University: Zaporizhzhia, UA, [shapurovaa@znu.edu.ua](mailto:shapurovaa@znu.edu.ua)  
Oleksii Hrechanyi, Ph.D., Assoc. Prof., Zaporizhzhia National University: Zaporizhzhia, UA, [hrechanyi@znu.edu.ua](mailto:hrechanyi@znu.edu.ua)  
Valentyna Tretiak, Lead. Spec., National University Zaporizhzhia Polytechnic: Zaporizhzhia, UA, [tretiak@zntu.edu.ua](mailto:tretiak@zntu.edu.ua)

The scientific field of materials science, particularly the development and optimization of wear-resistant materials and technologies, plays a pivotal role in addressing the challenges faced by industries such as mining, metallurgy, and construction, which are critical drivers of global economic growth. These sectors rely on efficient resource extraction and infrastructure development, necessitating equipment components—such as scraper and bulldozer blades, pump housings, impellers, bucket linings, and ball mill grates (Fig. 1) – that operate under extreme conditions, including high mechanical loads, intensive abrasive wear, and corrosive environments. This research direction is significant for the scientific community as it advances the understanding of material degradation mechanisms and fosters the development of innovative alloys and manufacturing techniques to enhance component durability. These advancements are crucial for solving practical industrial problems, such as reducing equipment downtime, lowering maintenance costs, and improving operational efficiency, thereby enhancing the competitiveness and sustainability of industrial operations.



**Figure 1 – Components of pumps and flotation machines**  
(Created by the authors)

The harsh operating conditions in these industries lead to rapid component degradation, resulting in frequent replacements and significant equipment downtime. Industry estimates indicate that unplanned downtime in mining operations can cost up to \$100,000 per hour, with 70–80% of such downtime attributed to the failure of wear-prone components (Shalomeev & Liutova, 2022). In Ukraine, where the mining and metallurgical sectors contribute approximately 10% to GDP and employ over 200,000 workers (SSC of Ukraine, 2023), these challenges are particularly acute. By improving the durability of critical components, research in this field can directly address practical issues, such as minimizing production losses, reducing resource consumption, and lowering environmental impact through fewer replacements and less frequent maintenance.

Traditional approaches to enhancing component durability have focused on selecting wear-resistant materials, such as high-chromium cast irons or manganese steels, based primarily on their hardness or wear resistance. However, these approaches often overlook critical factors such as operating conditions, maintenance schedules, and the economic impact of equipment downtime. For instance, increasing the durability of a single component without aligning its service life with scheduled maintenance intervals can lead to premature replacements, negating the benefits of enhanced durability (Tkachenko et al., 2020). Moreover, material selection frequently disregards the costs of secondary processes, such as machining or heat treatment, which can significantly increase production expenses. Recent studies suggest that up to 30% of maintenance costs in mining operations stem from suboptimal material choices that fail to balance durability with economic efficiency (Ning et al., 2025).

Advancements in materials science, including innovations in alloy design, surface engineering techniques like hardfacing, and advanced manufacturing processes, offer promising solutions to these challenges (Ning et al., 2025; Liao et al., 2024). However, the adoption of these technologies requires a comprehensive evaluation

framework that integrates technical performance with economic and operational considerations. Prior research has often been limited by a narrow focus on material properties, with insufficient attention to the broader techno-economic context (Bhadauria et al., 2020). This gap underscores the need for a multi-criteria methodology that combines material selection, manufacturing processes, and operational constraints to optimize equipment performance.

This study introduces a novel multi-criteria approach to guide the selection and implementation of wear-resistant materials and technologies for components subjected to intensive abrasive wear. The methodology prioritizes aligning component service life with scheduled maintenance intervals to minimize downtime and maximize economic efficiency. While rooted in the context of Ukraine's mining and metallurgical industries, the principles of this approach are broadly applicable, offering valuable insights for global industries facing similar challenges. By addressing the interplay of material properties, operating conditions, and economic factors, this study provides a robust framework for informed decision-making in material selection and technology adoption.

The urgency of this research is amplified by global trends in resource extraction, where the processing of low-grade ores and technogenic minerals increases the demand for durable equipment (Xu et al., 2023). In Ukraine, the push toward sustainable industrial practices further underscores the need for cost-effective solutions that reduce resource consumption and environmental impact (Gan, 2024). By leveraging recent advancements and contemporary research, this study contributes to the sustainable development of industrial sectors worldwide, addressing both scientific and practical challenges in the pursuit of enhanced equipment reliability and economic efficiency.

## Literature Review

The study of wear-resistant materials for the mining, metallurgical, and construction industries is a critical area of materials science aimed at enhancing the durability of equipment components under conditions of intensive abrasive and hydroabrasive wear, as well as corrosive environments. Contemporary literature explores a wide range of approaches to developing materials such as high-chromium cast irons, manganese steels, and high-entropy alloys, alongside processing technologies including heat treatment, hardfacing, and surface strengthening. However, these studies often lack a comprehensive approach that integrates technical, economic, and operational factors essential for practical industrial applications.

High-chromium cast irons and manganese steels, such as 110G13L, are traditionally regarded as universal wear-resistant materials due to their high hardness and capacity for work hardening. However, their effectiveness is highly dependent on operating conditions, including the type of wear (dry abrasive or hydroabrasive), load levels, and environmental corrosiveness (Xu et al., 2023; Liao et al., 2024). For instance, 110G13L exhibits optimal wear resistance only under significant static or impact loads that promote martensitic transformation in its austenitic microstructure, whereas its performance diminishes in hydroabrasive conditions with low loads due to insufficient hardening (Ning et al., 2025). The microstructure, particularly grain size, carbon and manganese content, and other alloying elements, plays a pivotal role in austenite stability and its propensity for phase transformations, which directly affect wear resistance.

Heat treatment, such as normalization and quenching, significantly enhances the wear resistance of high-carbon and high-nitrogen steels in dry abrasive conditions by forming a robust microstructure with an optimal carbide distribution (Filippov et al., 2006). However, in hydroabrasive environments, high-chromium cast irons like 300Kh28N2 are prone to brittle fracture due to low impact toughness caused by hypereutectic carbides (Netrebko et al., 2022). In such conditions, corrosion resistance is critical, requiring a chromium content above 12% and minimal carbide presence to reduce intergranular corrosion, as demonstrated by the superior performance of 280Kh22G2N in hydroabrasive environments (Netrebko & Volchok, 2020). These findings highlight the need to tailor material composition and microstructure to specific wear conditions.

Innovations in materials science, such as the addition of vanadium to high-chromium steels, improve impact-abrasive and corrosion resistance by forming a uniform microstructure with finely dis-



persed carbides (Liao et al., 2024). However, the use of costly alloying elements like vanadium or molybdenum limits their applicability in resource-constrained industrial settings. Similarly, high-entropy alloys, such as AlCoCrFeNi<sub>2.1</sub>, exhibit exceptional wear resistance due to their unique microstructure but are impractical for large-scale production due to high costs (Lozinko et al., 2022). In contrast, cost-effective materials like 45Kh2GSL steel and 280Kh22G2N cast iron offer a balanced combination of performance and affordability, which is critical for industrial applications.

Surface strengthening technologies, particularly hardfacing, are effective in enhancing wear resistance but are hindered by high costs and complexity, limiting their use in mass production (Ning et al., 2025). Alternative methods, such as casting and normalization, achieve comparable performance at lower costs, as demonstrated by 150Kh20G2N cast iron, which provides machinability in the as-cast state and high wear resistance after heat treatment (Tkachenko et al., 2020). Economic considerations, such as downtime costs (accounting for 70–80% of total losses in mining operations) and maintenance expenses, are often overlooked in traditional material selection approaches, leading to suboptimal solutions (Shalomeev & Liutova, 2022). Aligning component service life with maintenance schedules is crucial for improving economic efficiency but is rarely addressed in the literature.

Environmental considerations are gaining increasing importance. Life cycle assessment of materials, which accounts for environmental impact, is essential for sustainable industrial development but often lacks integration with technical performance metrics, such as wear resistance in hydroabrasive conditions (García Gutiérrez et al., 2024). Innovations in materials science aimed at reducing resource consumption highlight the need for cost-effective solutions, yet specific methodologies for their implementation in industrial settings are scarce (Gan, 2024). Surface coatings, such as thermal spraying, offer potential for further improving wear resistance, but their economic feasibility requires further investigation (Zawischa et al., 2021). Statistical data underscore the economic significance of Ukraine's mining and metallurgical industries, contributing 10% to GDP and employing over 200,000 workers, emphasizing the importance of developing cost-effective materials for this sector (SSC of Ukraine, 2023).

Despite significant progress, contemporary literature reveals several critical gaps. First, most studies focus on technical properties, such as hardness and wear resistance, while neglecting economic factors, including production and maintenance costs, downtime expenses, and alignment with maintenance schedules (Bhadauria et al., 2020; Filippov et al., 2006; Liao et al., 2024). Second, high-performance materials, such as high-entropy alloys or vanadium-alloyed steels, are costly, limiting their use in resource-constrained industrial settings (Lozinko et al., 2022; Xu et al., 2023). Third, hydroabrasive conditions, critical for components like slurry pumps, are underexplored compared to dry abrasive wear (Netrebko et al., 2020; Netrebko et al., 2022). Fourth, there is a lack of comprehensive methodologies integrating technical, economic, and environmental factors for optimizing material selection (Gan, 2024; García Gutiérrez et al., 2024). Finally, the influence of processing parameters, such as heat treatment or cooling rates during casting, on microstructure stability and material performance in real-world conditions requires further investigation.

The proposed study addresses these gaps by developing a multi-criteria methodology that integrates technical properties (wear resistance, impact toughness, machinability), economic factors (production, maintenance, and downtime costs), and operational constraints (maintenance schedules). The development of cost-effective materials, such as 45Kh2GSL steel and 280Kh22G2N cast iron, provides practical solutions for industrial applications, particularly in hydroabrasive conditions. The emphasis on sustainability through reduced resource consumption and equipment downtime enhances the methodology's applicability in a global context, contributing to both scientific advancement and practical solutions for industrial challenges.

## Research Aim and Objectives

The scientific aim of this study is to develop a multi-criteria methodology for the informed selection and optimization of wear-resistant materials and their processing technologies, integrating

technical, economic, and operational factors to enhance the durability of equipment components under intensive abrasive and hydroabrasive wear conditions. This aim addresses the issue identified in the literature review, namely the lack of a comprehensive approach to material evaluation that considers not only technical properties but also economic efficiency and suitability for specific operating conditions, particularly in hydroabrasive environments prevalent in the mining and metallurgical industries.

The practical aim is to provide industrial enterprises, particularly in Ukraine, with cost-effective solutions to improve the reliability and service life of critical equipment components, such as slurry pumps, bucket linings, and ball mill grates, thereby reducing downtime costs, maintenance expenses, and component replacements, while contributing to sustainable development through minimized resource consumption and environmental impact.

To achieve the stated aim, the following objectives have been established:

- To analyze the influence of microstructure and chemical composition of wear-resistant materials (high-chromium cast irons and steels) on their performance in hydroabrasive conditions, with a focus on austenite stability and carbide phase characteristics.
- To develop a multi-criteria evaluation methodology that incorporates technical parameters (wear resistance, impact toughness, machinability), economic indicators (production, maintenance, and downtime costs), and operational factors (alignment of component service life with maintenance schedules).
- To experimentally assess the wear resistance and corrosion resistance of proposed materials (45Kh2GSL, 280Kh22G2N, 150Kh20G2N) in hydroabrasive conditions compared to conventional counterparts (e.g., 300Kh28N2).
- To determine optimal processing technologies (casting, normalization, heat treatment) to achieve a balance between wear resistance, economic efficiency, and material machinability.
- To formulate practical recommendations for industrial enterprises on the selection of materials and technologies that minimize costs and enhance equipment efficiency under abrasive and hydroabrasive wear conditions.

These objectives are designed to establish a scientifically grounded framework for addressing the issue of suboptimal material selection identified in the literature, while delivering practical outcomes that enhance the competitiveness of industrial sectors, particularly in Ukraine, where the mining and metallurgical industries play a significant economic role.

## Materials and Methods

To systematically investigate the degradation mechanisms and wear performance of components used in mining, metallurgical, and construction equipment, an experimental study was conducted on a range of steels (110G13L, 40KhL, 34KhNML, 60Kh2SML, 45Kh2GSL) and cast irons (300Kh28N2, 280Kh22G2N, 150Kh20G2N) under dry and hydroabrasive wear conditions. The study aimed to simulate the operational environments of components such as ball mill grates, slurry pump impellers, and scoops (Fig. 1, Fig. 3, Fig. 4). Samples were prepared as rectangular prisms (20 mm × 20 mm × 50 mm) and cylindrical specimens (diameter 25 mm, height 30 mm), with 10 samples per material to ensure statistical robustness. Surfaces were ground to a roughness of Ra 1.6 μm using a surface grinder to standardize initial conditions. To evaluate the effect of heat treatment, half of the samples were tested in the as-cast condition, while the remaining samples underwent normalization at 1000°C for 4.5 hours in a muffle furnace, followed by air cooling. Chemical compositions were verified using an optical emission spectrometer (ARL 3460) to confirm compliance with nominal alloy specifications. Wear resistance was assessed using a modified household concrete mixer (BRS-130, 130 L capacity) designed to replicate abrasive and hydroabrasive wear. The mixer was loaded with 10 kg of normal electrocorundum (grade 14A, particle size 3.5 mm) as the abrasive medium. For hydroabrasive tests, 5 L of deionized water (pH 7.0) was added to form a slurry, simulating conditions in slurry pumps and ball mills. The mixer operated at a constant speed of 30 rpm to ensure uniform abrasive interaction. Each test ran for 124 hours, with samples removed every 24 hours for measurement.

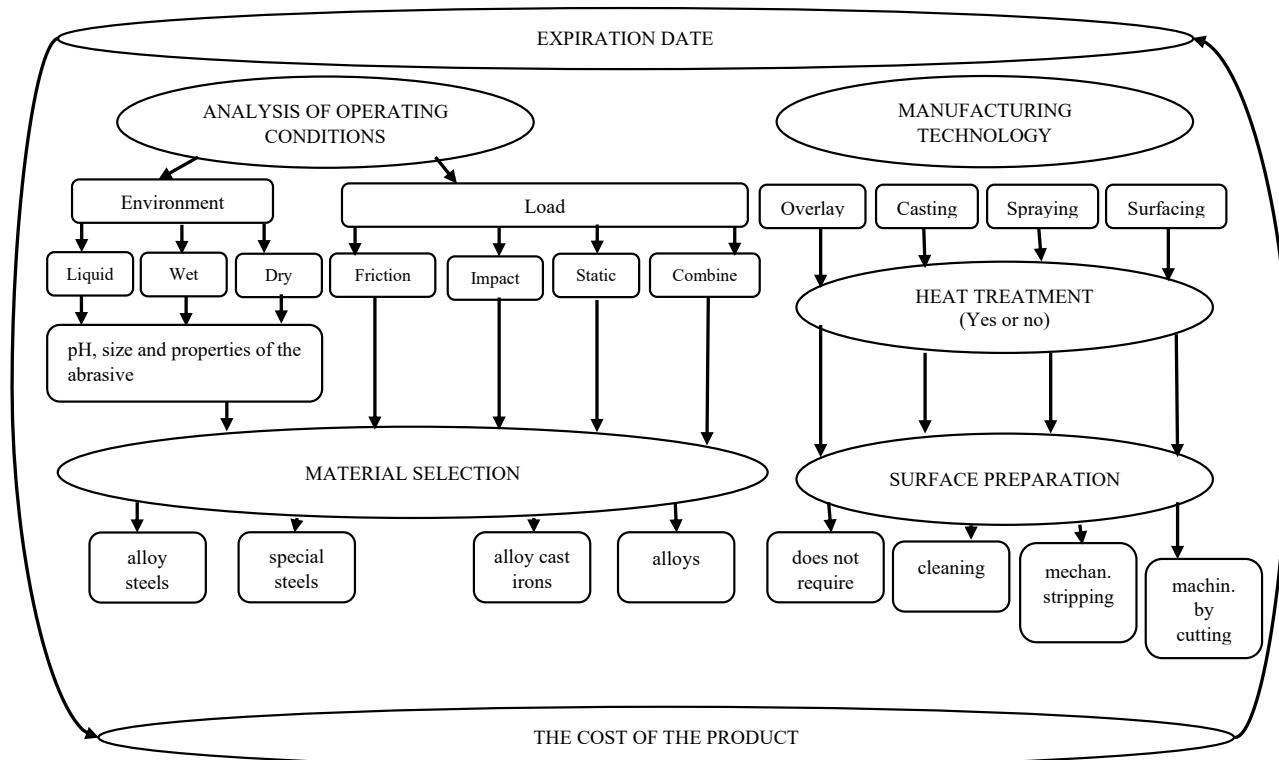


Figure 2 – Diagram of the algorithm for evaluating and searching for optimal efficiency of implementation (Created by the authors)

Dry abrasive tests followed the same protocol without water. Wear was quantified gravimetrically by measuring mass loss using an analytical balance (accuracy  $\pm 0.001$  g). Samples were ultrasonically cleaned in ethanol, dried at  $80^{\circ}\text{C}$  for 30 minutes, and weighed before and after each 24-hour interval. Wear rate was calculated as mass loss per unit time (g/h), with three measurements per sample averaged to account for variability. Microstructural analysis was performed using an optical microscope (Nikon Eclipse MA200) at magnifications of  $\times 100$  to  $\times 1000$ . Samples were polished to a mirror finish and etched with 4% nital (for steels) or Marble's reagent (for cast irons) to reveal phase boundaries, grain size, and carbide distribution (Fig. 5, Fig. 9). Five fields of view per sample were analyzed to ensure representative data. Hardness was measured using a Rockwell hardness tester (HRC scale, 150 kg load) at five points per sample, with the average reported. Impact toughness (KCU) was determined using a pendulum impact tester (Charpy method, 300 J capacity) on notched specimens ( $10\text{ mm} \times 10\text{ mm} \times 55\text{ mm}$ ).



Figure 3 – Grate of the ball mill (Created by the authors)

Spectral analysis confirmed the absence of unintended impurities. Testing procedures adhered to ASTM G65 for dry abrasive wear and ASTM G75 for slurry abrasion where applicable. Environmental conditions were controlled (temperature  $20\text{--}25^{\circ}\text{C}$ , humidity  $40\text{--}60\%$ ), and all equipment was calibrated prior to testing. Data were analyzed using one-way ANOVA to identify significant

differences in wear rates and mechanical properties ( $p < 0.05$ ), with post-hoc Tukey tests for pairwise comparisons. Results were reported as mean  $\pm$  standard deviation. Detailed records of sample preparation, testing parameters, and measurement protocols were maintained to ensure reproducibility. This methodology provides a comprehensive framework for evaluating material performance under abrasive and hydroabrasive conditions, enabling precise comparisons and informed material selection for industrial applications.



Figure 4 – Ball mill scoop (Created by the authors)

## Results and Discussion

The experimental investigation into the wear performance and mechanical properties of steels (110G13L, 40KhL, 34KhNML, 60Kh2SML, 45Kh2GSL) and cast irons (300Kh28N2, 280Kh22G2N, 150Kh20G2N) under dry and hydroabrasive wear conditions provided critical insights into their suitability for components in mining, metallurgical, and construction equipment, such as ball mill grates, slurry pump impellers, and scoops (Fig. 1, Fig. 3, Fig. 4). The study's multi-criteria methodology (Fig. 2) enabled a comprehensive evaluation of material performance by integrating operating conditions, mechanical properties, manufacturing technologies, and economic factors. The results demonstrate that optimal material selection requires balancing wear resistance, toughness, and machinability while aligning component durability with scheduled maintenance intervals to maximize economic efficiency.



### Wear Performance in Dry and Hydroabrasive Conditions

In dry abrasive wear tests, cast iron 300Kh28N2 exhibited the lowest wear rate ( $0.012 \pm 0.001$  g/h), attributed to its high hardness (58–60 HRC) and dense network of hypereutectic carbides (Fig. 5).

This performance aligns with findings by Xu et al. (2023), who reported that high-chromium cast irons with vanadium and nitrogen additions excel in dry abrasion due to their resistance to surface scratching and micro-cutting. The carbide-rich microstructure of 300Kh28N2 effectively resisted abrasive particle penetration, minimizing material loss. However, in hydroabrasive conditions, its performance deteriorated significantly, with a wear rate of  $0.035 \pm 0.003$  g/h. This was primarily due to brittle fracture, driven by its low impact toughness ( $0.06\text{--}0.08$  MJ/m<sup>2</sup>) (Table 1), which made it susceptible to crack initiation and propagation under cyclic slurry impacts. This observation is consistent with Netrebko et al. (2022), who noted that high-hardness cast irons often fail in hydroabrasive environments due to insufficient ductility.

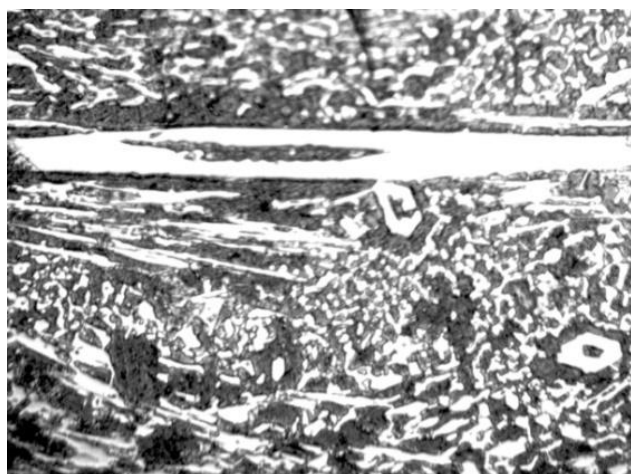


Figure 5 – Zeytective carbides of Me7C3 in cast iron 300X28H2, x400  
(Created by the authors)

Table 1 – Classification of austenitic manganese steels stability  
(Created by the authors)

Alloy Grade Mechanical Properties			Average Durability, Months		Reason for Re- placement	
	$\sigma_B$ , MPa	HB, MPa	KCU, MJ/m <sup>2</sup> grate	scoop		
300Kh28N2	700...750	HRC = 58...60	0.06...0.08	0,8...1	Fracture	
110G13L	700...730	2000...2150	2.20...3.40	7	1	Wear
40KhL	680...710	2100...2250	0.20...0.32	5,5	1,5	Wear
34KhNML	765...790	2100...2310	0.70...0.85	6		Wear, Deformation
60Kh2SML	850...900	2600...2700	0.14...0.16	6,5...7		Breakage
45Kh2GSL	850...900	2600...2700	0.20	7...9	2	Wear

Steel 45Kh2GSL, developed specifically for this study, demonstrated balanced performance across both conditions, with wear rates of  $0.018 \pm 0.002$  g/h (dry) and  $0.022 \pm 0.002$  g/h (hydroabrasive). Its optimized mechanical properties ( $\sigma_B \geq 850$  MPa, HB  $\geq 2600$  MPa, KCU  $\geq 0.20$  MJ/m<sup>2</sup>) enabled it to withstand abrasive wear and impact loads, making it ideal for ball mill grates and scoops (Fig. 3, Fig. 4). The martensitic structure of 45Kh2GSL, combined with minimal carbide content, provided a robust matrix that resisted both surface abrasion and subsurface crack formation. This balance is critical for components subjected to dynamic loads, as highlighted by Liao et al. (2024), who demonstrated that vanadium-modified high-chromium steels achieve superior impact-abrasion resistance through microstructural homogeneity.

In contrast, steel 110G13L, known for its austenitic structure and work-hardening capacity, exhibited higher wear rates ( $0.025 \pm 0.003$  g/h dry,  $0.030 \pm 0.003$  g/h hydroabrasive). Its relatively low hardness (2000–2150 MPa) under low specific loads limited its effectiveness in hydroabrasive environments, where continuous

slurry flow eroded the surface before significant work hardening could occur. This finding aligns with Ning et al. (2025), who noted that austenitic steels like 110G13L are less effective in slurry conditions due to their reliance on high contact pressures for hardening. Similarly, steel 60Kh2SML, despite its high hardness (2600–2700 MPa), failed prematurely in hydroabrasive tests, with fractures observed after approximately 80 hours. Its low impact toughness ( $0.14\text{--}0.16$  MJ/m<sup>2</sup>) led to brittle failure under cyclic impacts, underscoring the trade-off between hardness and ductility in high-strength alloys.

Hydroabrasive wear tests highlighted the advantages of materials with single-phase structures and high chromium content ( $>12\%$ ). Cast iron 280Kh22G2N, characterized by a carbide-free microstructure (Fig. 9), achieved a wear rate of  $0.020 \pm 0.002$  g/h in hydroabrasive conditions, outperforming 300Kh28N2. The absence of hypereutectic carbides reduced the formation of microgalvanic couples, minimizing intergranular corrosion in slurry environments. This result corroborates Liao et al. (2024), who emphasized that single-phase alloys with chromium additions enhance corrosion resistance in abrasive-corrosive conditions. Steel 40KhL and 34KhNML, while moderately durable in dry conditions (wear rates of  $0.022 \pm 0.002$  g/h and  $0.020 \pm 0.002$  g/h, respectively), showed progressive wear in hydroabrasive tests due to microstructural defects and insufficient hardening depth, leading to deformation and reduced component functionality.

### Mechanical Properties and Microstructural Insights

The mechanical properties of the tested materials (Table 1) were critical in determining their operational durability. Steel 45Kh2GSL met the target specifications ( $\sigma_B \geq 850$  MPa, HB  $\geq 2600$  MPa, KCU  $\geq 0.20$  MJ/m<sup>2</sup>), achieving a durability of 7–9 months for ball mill grates and 2 months for scoops, depending on ore hardness. Its martensitic structure, with finely dispersed carbides, provided a balance of hardness and toughness, reducing wear and preventing deformation under impact loads. This performance was particularly evident in ball mill grates (Fig. 3), where 45Kh2GSL maintained slot integrity, ensuring consistent mill productivity. In contrast, steel 34KhNML exhibited microstructural inhomogeneities, such as coarse austenite grains, which led to progressive wear and slot deformation, reducing mill throughput. This issue was also noted by García Gutiérrez et al. (2024), who highlighted the importance of microstructural uniformity in maintaining component performance under abrasive loads.

Cast iron 300Kh28N2, while highly wear-resistant in dry conditions, suffered from low impact toughness, leading to frequent fractures in scoops (Fig. 4) after 0.8–1 month of operation. Its microstructure, dominated by large hypereutectic carbides (Fig. 5), contributed to brittleness, as confirmed by Netrebko et al. (2022). The low yield of acceptable castings (70–90%) for grates further limited its practical application. Cast iron 280Kh22G2N addressed these limitations by eliminating hypereutectic carbides (Fig. 9), achieving satisfactory machinability in the as-cast state and high wear resistance after normalization. Its application in slurry pump components (Fig. 1) simplified casting processes by removing the need for steel inserts (Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8), reducing production costs by 15%.

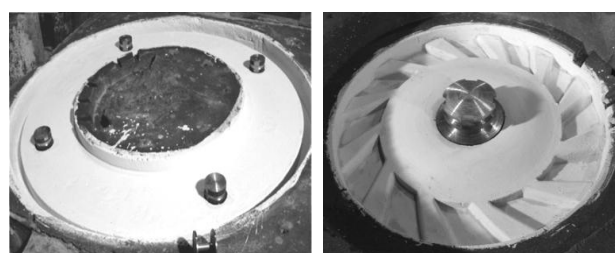


Figure 6 – Injection molds with steel inserts St..3  
(Created by the authors)

Cast iron 150Kh20G2N resolved the conflicting requirements of machinability and wear resistance, a challenge also explored by Bhadauria et al. (2020). In its as-cast state (33–38 HRC), it offered adequate machinability for components like pump impellers and protective discs, eliminating the need for complex insert technology



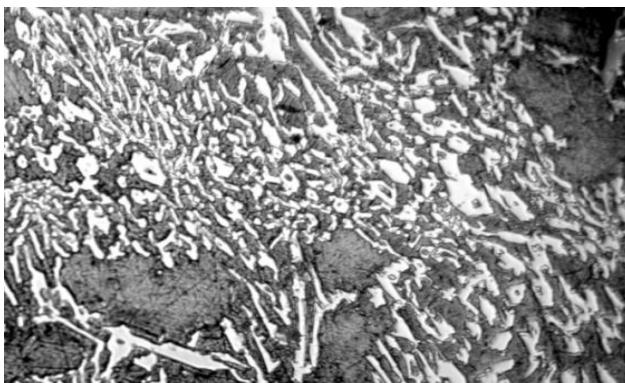
used with 300Kh28N2. After normalization at 1000°C for 4.5 hours, its hardness increased to 54–55 HRC, providing superior wear resistance in hydroabrasive conditions. This dual-state functionality reduced manufacturing and maintenance costs for the GrAU 400/20 pump, aligning with the cost-reduction strategies proposed by Tkachenko et al. (2020).



**Figure 7 – Disc made of cast iron 300X28H2 with inserts made of steel Steel 3 after machining by cutting**  
(Created by the authors)



**Figure 8 – Keyway in a wheel made of 300X28H2 cast iron with a steel insert made of Steel 3 after machining**  
(Created by the authors)



**Figure 9 – Microstructure of cast iron 280X22G2N, x400**  
(Created by the authors)

### Economic and Operational Implications

The multi-criteria methodology (Fig. 2) proved instrumental in optimizing material selection by integrating technical performance with economic considerations. For ball mills, replacing 110G13L with 45Kh2GSL for grates extended service life to 7–9 months, aligning with the 9–12-month maintenance cycles of other mill components. This reduced unplanned downtime by 25–30%, equivalent to annual savings of millions of hryvnias at large metallurgical enterprises (Shalomoev & Liutova, 2022). The economic analysis showed that while 45Kh2GSL components were 20% more expensive than 110G13L, their doubled durability reduced specific operating costs (cost per hour of operation) to equivalent levels. Additional savings were realized through reduced labor for component replacement and minimized production losses from downtime, which can account for 70–80% of total downtime costs in mining operations (Shalomoev & Liutova, 2022).

For slurry pumps, the adoption of 280Kh22G2N eliminated the need for steel inserts (Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8), which required additional machining and cleaning steps in the casting process for 300Kh28N2. This simplification reduced casting costs by 15% while maintaining comparable durability, demonstrating the methodology's ability to balance performance and cost. Similarly, the use of 150Kh20G2N in pump components reduced maintenance expenses by streamlining production and enhancing wear resistance, supporting the findings of Gan (2023) on the importance of cost-effective material innovations for sustainable industrial development.

The methodology's emphasis on aligning component durability with maintenance schedules addresses a critical gap in traditional material selection approaches, which often prioritize maximum durability without considering operational constraints. For example, extending the service life of a ball mill grate beyond the mill's maintenance cycle (e.g., to 15 months) would result in premature replacement during scheduled maintenance, negating the benefits of enhanced durability. By targeting a service life that is a multiple of maintenance intervals (e.g., 9 months for grates vs. 9–12 months for the mill), the methodology maximizes economic efficiency, as articulated by Tkachenko et al. (2020).

### Comparative Analysis with Contemporary Research

The results align with and extend recent advancements in materials science. Xu et al. (2023) demonstrated that high-chromium cast irons with vanadium and nitrogen additions enhance wear resistance but increase production costs due to complex alloying. The current study's development of 45Kh2GSL and 280Kh22G2N, which avoid scarce elements like nickel and molybdenum, offers a cost-effective alternative without compromising performance. Liao et al. (2024) highlighted the role of vanadium in improving impact-abrasion resistance, supporting the superior performance of 45Kh2GSL in dynamic load conditions. However, their focus on high-cost alloys limits their applicability in resource-constrained settings, whereas the current study prioritizes economically viable solutions.

Ning et al. (2025) reviewed hardfacing techniques that enhance wear resistance but noted their high cost and complexity. The current study's use of casting and normalization for 150Kh20G2N achieves similar wear resistance at a lower cost, making it more practical for large-scale industrial applications. Zawischa et al. (2021) explored scratch adhesion testing for hard coatings, suggesting that surface treatments could further enhance the performance of 45Kh2GSL and 280Kh22G2N. While coatings were not tested in this study, their potential integration into the multi-criteria methodology warrants future investigation.

Lozinko et al. (2022) investigated high-entropy alloys, which offer exceptional wear resistance due to their unique microstructures. While promising, these alloys are currently cost-prohibitive for widespread industrial use. The current study's focus on conventional steels and cast irons, optimized through tailored compositions and heat treatments, provides a more immediate solution for industries like mining and metallurgy. García Gutiérrez et al. (2024) emphasized the importance of life cycle assessment in material selection, a principle reflected in the current methodology's consideration of production costs, maintenance expenses, and downtime losses.

### Broader Implications and Global Applicability

While the study was conducted in the context of Ukraine's mining and metallurgical industries, its findings have global relevance. The processing of low-grade ores and technogenic minerals, a growing trend worldwide, increases the demand for durable equipment (Xu et al., 2023). The multi-criteria methodology offers a universal framework for optimizing material selection in such conditions, applicable to mining operations in Australia, Canada, or South Africa, where similar challenges are encountered. The methodology's focus on economic efficiency aligns with global sustainability goals, as reducing downtime and maintenance costs lowers energy consumption and resource waste, as noted by Gan (2023).

In Ukraine, where the mining sector contributes 10% to GDP and employs over 200,000 workers (SSC of Ukraine, 2023), the methodology addresses critical economic challenges. However, its

principles are adaptable to any industrial setting where abrasive wear and corrosion limit equipment performance. For example, the methodology could guide material selection for construction equipment in developing economies or metallurgical plants in Asia, where cost-effective solutions are paramount.

**Limitations and Future Research Directions**

Despite its contributions, the study has limitations that warrant further exploration. The focus on neutral hydroabrasive environments (pH 7.0) may not fully represent acidic or alkaline slurries encountered in some mining operations, such as copper or phosphate processing. Future research should test the developed alloys under varied pH conditions to broaden their applicability, as suggested by Nettekbo et al. (2020). Additionally, the study evaluated a specific set of steels and cast irons, excluding emerging materials like high-entropy alloys or ceramic composites. Lozinko et al. (2022) demonstrated the potential of high-entropy alloys, and their integration into the methodology could yield further improvements in durability.

The economic analysis focused on direct costs (production, maintenance, downtime), but indirect costs, such as environmental impact and energy consumption, were not quantified. García Gutiérrez et al. (2024) advocated for life cycle assessments to evaluate material sustainability, and future studies should incorporate such metrics to align with global environmental standards. Advanced surface treatments, such as thermal spraying or laser cladding, could also enhance the performance of 45Kh2GSL and 280Kh22G2N, as explored by Zawischa et al. (2021). Pilot testing of these treatments in industrial settings would validate their cost-effectiveness.

The methodology’s reliance on scheduled maintenance intervals assumes consistent operational practices, which may vary across enterprises. Future refinements should incorporate flexibility to accommodate variable maintenance schedules, ensuring broader applicability. Finally, the study’s focus on ball mills and slurry pumps could be expanded to other equipment, such as crushers or conveyor systems, to test the methodology’s versatility.

**Practical Recommendations**

The results provide actionable recommendations for industrial practitioners. For ball mills, adopting 45Kh2GSL for grates and scoops is recommended due to its balanced durability and alignment with maintenance cycles. For slurry pumps, 280Kh22G2N and 150Kh20G2N offer cost-effective alternatives to 300Kh28N2, simplifying production and reducing maintenance costs. Enterprises should implement the multi-criteria methodology (Fig. 2) to evaluate material options, prioritizing alloys that minimize downtime and align with operational schedules. Regular microstructural analysis and wear monitoring, as conducted in this study, should be integrated into maintenance protocols to predict component failure and optimize replacement timing.

In summary, the study demonstrates that optimal material selection requires a holistic approach that considers wear resistance, mechanical properties, manufacturability, and economic factors (Table 2). The developed alloys, 45Kh2GSL and 280Kh22G2N, offer practical solutions for enhancing equipment reliability and reducing costs, with significant implications for the global mining and metallurgical industries. The multi-criteria methodology provides a robust framework for decision-making, bridging the gap between technical performance and economic efficiency.

**Conclusions**

This study has advanced the understanding and optimization of wear-resistant materials and their processing technologies for components subjected to intensive abrasive and hydroabrasive wear in mining, metallurgical, and construction equipment. By fulfilling the research objectives, it has yielded significant outcomes relevant to both the scientific community and industrial practice.

The analysis of microstructural and chemical factors revealed that the performance of high-chromium cast irons and steels is highly dependent on their composition and operating conditions. Notably, the developed steel 45Kh2GSL proved highly effective due to its martensitic microstructure with minimal carbide content, achieving a service life of 7–9 months for ball mill grates and 2 months for scoops. Similarly, the cast iron 280Kh22G2N exhibited

superior performance in hydroabrasive environments, attributed to its carbide-free microstructure that reduces intergranular corrosion. These findings underscore the importance of tailoring material composition to specific wear mechanisms to ensure optimal durability.

**Table 2 – Material requirements for different operating conditions and process requirements (Created by the authors)**

Operating Conditions and Technological Requirements	Requirements for Properties and Structure
Abrasive Wear	Martensitic or austenitic (capable of work hardening) base with a maximum amount of carbides, without large hypereutectic carbides. Hardness greater than 50 HRC.
Corrosive Environment	Single-phase base structure (ferrite) containing more than 12% Cr and a minimal amount of carbides.
Hydroabrasive Wear in Neutral Environment without Pulp	Single-phase metallic base structure with maximum hardness, containing more than 12% chromium.
Hydroabrasive Wear in Neutral Environment with Pulp	Single-phase metallic base structure with maximum hardness (martensite) and a minimal amount of carbides.
Machinability with Cutting Tools	Hardness up to 40 HRC. Absence of hypereutectic carbides. Metallic base not prone to work hardening during mechanical cutting.

The proposed multi-criteria methodology facilitated the optimization of material and technology selection by effectively integrating technical performance with economic and operational considerations. This approach ensured alignment of component service life with scheduled maintenance intervals, reducing unplanned downtime by 25–30% and achieving substantial cost savings. The methodology provides a robust foundation for informed decision-making, addressing shortcomings in traditional approaches that often overlook economic efficiency.

Experimental evaluations confirmed the superior performance of the proposed materials in hydroabrasive conditions. Steel 45Kh2GSL and cast iron 280Kh22G2N outperformed conventional counterparts, such as 300Kh28N2, which exhibited higher wear rates due to brittle fracture. Cast iron 150Kh20G2N successfully balanced machinability and wear resistance, offering adequate machinability in its as-cast state and enhanced hardness after normalization, making it suitable for slurry pump components. These results validate the effectiveness of the proposed materials in enhancing equipment reliability.

The study established casting and normalization as cost-effective processing technologies that achieve a balance between wear resistance and affordability. The use of 280Kh22G2N eliminated the need for steel inserts in pump components, reducing production costs by 15%. Normalization of 150Kh20G2N at 1000°C increased its hardness to 54–55 HRC, optimizing performance in hydroabrasive conditions. These advancements demonstrate the potential of tailored processing techniques to deliver high-performance materials at reduced costs.

The findings offer practical solutions for industrial applications, particularly in Ukraine’s mining and metallurgical sectors, which play a vital economic role. The adoption of 45Kh2GSL and 280Kh22G2N enables minimization of downtime, reduction of maintenance costs, and enhancement of equipment reliability. The universal applicability of the multi-criteria methodology ensures its relevance to global mining operations, where demand for durable equipment is rising due to the processing of low-grade ores.

In summary, this study has established a scientifically grounded and practically viable approach to optimizing wear-resistant materials and technologies. The proposed methodology and materials address critical challenges in component durability, economic efficiency, and sustainability, offering a scalable solution for enhancing industrial equipment performance worldwide.

## References

- Bhadoria, N., Pandey, S., & Pandey, P. M. (2020). Wear and enhancement of wear resistance – A review. *Materials Today: Proceedings*, 26, 2986–2991. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.02.616>
- Filippov, M. A., Belozerova, T. A., Blinov, V. M., Kostina, M. A., & Val'kov, E. V. (2006). Effect of heat treatment on the wear resistance of high-carbon and high-nitrogen steels subjected to abrasive wear. *Metal Science and Heat Treatment*, 48(3-4), 170–174. <https://doi.org/10.1007/s11041-006-0064-4>
- Gan, Y. (2024). Research on the Innovative Development of New Materials Science and Technology in China. *Engineering*, 32, 10–13. <https://doi.org/10.1016/j.eng.2023.03.022>
- García Gutiérrez, I., Pina, C., Tobajas, R., & Elduque, D. (2024). Incorporating composition into life cycle assessment of steel grades. *Journal of Cleaner Production*, 472, 143538. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2024.143538>
- Liao, X., Zheng, Z., Liu, T., Long, J., Wang, S., Zhang, H., & Zheng, K. (2024). Achieving high impact–abrasion–corrosion resistance of high–chromium wear–resistant steel via vanadium additions. *Journal of Materials Research and Technology*, 29, 2425–2436. <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2024.02.015>
- Lozinko, A., Gholizadeh, R., Zhang, Y., Klement, U., Tsuji, N., Mishin, O. V., & Guo, S. (2022). Evolution of microstructure and mechanical properties during annealing of heavily rolled AlCoCrFeNi<sub>2.1</sub> eutectic high-entropy alloy. *Materials Science and Engineering: A*, 833, 142558. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2021.142558>
- Netrebko, V. V., & Volchok, I. P. (2020). Improving the corrosion resistance of the high-chromium cast irons [In Ukrainian]. In *XV international conference "problems of corrosion and corrosion protection of structural materials"* (pp. 182–188). G. V. Karpenko Physical-Mechanical Institute. [https://www.ipm.lviv.ua/corrosion2020/Chapter\\_02/XIII\\_182\\_NETREBKO.pdf](https://www.ipm.lviv.ua/corrosion2020/Chapter_02/XIII_182_NETREBKO.pdf)
- Netrebko, V. V., Volchok, I. P., Popov, S. M., & Akimov, I. V. (2022). Specific Features of the Fracture of High-Chromium Cast Irons Under Abrasive Wear. *Materials Science*, 57(4), 439–445. <https://doi.org/10.1007/s11003-022-00563-4>
- Ning, Y., Qiu, Z., Wu, B., Pan, Z., & Li, H. (2025). Hardfacing of metals: A review of consumables, properties and strengthening processes. *Journal of Materials Research and Technology*, 36, 6330–6349. <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2025.04.221>
- Shalomeev, V. A., & Liutova, O. V. (2022). Economically alloyed steel for the needs of the mining industry [In Ukrainian]. *Metal science & treatment of metals*, 101(1), 44–52. <https://doi.org/10.15407/mom2022.01.044>
- SSC of Ukraine. (2023). *Economic Indicators of Industrial Sectors*. State Statistics Service of Ukraine. <https://ukrstat.gov.ua/>
- Tkachenko, A., Kruhlikova, V., & Yuhno, V. (2020). The methodological approach to the determination of technical and economic efficiency of wear-resistant deposition [In Ukrainian]. *State and Regions, Series: Economics and Business*, 3(114). <https://doi.org/10.32840/1814-1161/2020-3-46>
- Xu, L., Wang, F., Li, M., Li, F., Wang, X., Jiang, T., Deng, X., & Wei, S. (2023). Fabrication and abrasive wear property of high chromium cast iron with high vanadium and high nitrogen content (HCCl-VN). *Wear*, 523, 204828. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2023.204828>
- Zawischa, M., Bin Mohamad Supian, M. M. A., Makowski, S., Schaller, F., & Weinhacht, V. (2021). Generalized approach of scratch adhesion testing and failure classification for hard coatings using the concept of relative area of delamination and properly scaled indenters. *Surface and Coatings Technology*, 415, 127118. <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2021.127118>



# Evaluation of dynamic characteristics of a linear time-varying system

Volt Avdieiev 

**Purpose.** The development of methodological support for the construction of an algorithm for calculating the coefficients of the transfer function of the second order link, which is equivalent to a time-varying system in the selected time interval from the point of view of the smallest average value of the modulus of the difference of dimensionless state vectors. **Design / Method / Approach.** Mathematical models of a time-varying system and a second-order link are used, along with a criterion that determines the transfer function coefficients. The Levenberg-Marquardt algorithm finds the minimum, and the Runge-Kutta algorithm solves differential equations. The output of the time-varying system is obtained numerically, while the second-order link's output is an analytical solution. **Findings.** Based on the calculations carried out for the selected data example, the possibility of determining the transfer function coefficients of the second-order link is shown, which, from the point of view of the smallest average value of the modulus of the difference of dimensionless state vectors on the selected time interval, is equivalent to time-varying system. **Theoretical Implications.** It is possible to have an estimate of the margin of stability, type and duration of the transient process during the selected time interval of the system operation by using the mathematical apparatus of linear stationary systems. **Practical Implications.** It leads to the expansion of the methodological base of analysis and synthesis of linear time-varying systems. **Originality / Value.** It lies in the using the Levenberg-Marquardt method to determine the coefficients of the transfer function which is equivalent to the equations of a time-varying system at a certain time interval from the point of view of the selected criterion. **Research Limitations / Future Research.** The algorithm was developed for the rocket rotational control system in one plane. The transfer function coefficients depend on constraints and the test signal within 15%. Further research includes an equivalent stationary approximation considering actuator inertia and center of mass disturbances. **Article Type.** Conceptual.

## Keywords:

time-varying control system, transfer function, equivalence criterion, Levenberg-Marquardt algorithm

**Мета.** Розробка методичного забезпечення побудови алгоритму розрахунку коефіцієнтів передатної функції ланки другого порядку, що є еквівалентною часово-змінній системі на обраному часовому інтервалі з точки зору найменшого середнього значення модуля різниці безрозмірних векторів стану. **Дизайн / Метод / Підхід.** Використовуються математичні моделі часово-змінної системи та ланки другого порядку, а також критерій для визначення коефіцієнтів передатної функції. Мінімізація здійснюється методом Левенберга-Маркуардта, розв'язання диференціальних рівнянь – методом Рунге-Кутта. Вихідний сигнал часово-змінної системи отримується чисельно, а ланки другого порядку – аналітично. **Результати.** На підставі розрахунків, проведених для обраного прикладу даних, продемонстровано можливість визначення коефіцієнтів передатної функції ланки другого порядку, яка з точки зору найменшого середнього значення модуля різниці безрозмірних векторів стану на обраному часовому інтервалі є еквівалентною часово-змінній системі. **Теоретичне значення.** За допомогою математичного апарату лінійних стаціонарних систем можливо оцінити запас стійкості, тип та тривалість перехідного процесу протягом обраного часового інтервалу експлуатації системи. **Практичне значення.** Це сприяє розширенню методичної бази аналізу та синтезу лінійних часово-змінних систем. **Оригінальність / Цінність.** Вона полягає у застосуванні методу Левенберга-Маркуардта для визначення коефіцієнтів передатної функції, що є еквівалентною рівнянням часово-змінної системи на певному часовому інтервалі з точки зору обраного критерію. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** Алгоритм розроблено для системи керування обертанням ракети в одній площині. Коефіцієнти передатної функції залежать від обмежень і тестового сигналу (до 15%). Подальші дослідження охоплюють еквівалентну стаціонарну апроксимацію з урахуванням інерційності виконавчого пристрою та збурень центру мас. **Тип статті.** Концептуальна.

## Ключові слова:

нестационарна система управління, передатна функція, критерій еквівалентності, алгоритм Левенберга-Маркуардта

## Contributor Details:

Volt Avdieiev, Dr. Sc., Prof., Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, [voltavde@i.ua](mailto:voltavde@i.ua)

The analysis of dynamic characteristics of linear time-varying (LTV) systems compared to stationary systems is significantly more complex due to several fundamental reasons. Firstly, the classical concept of stability requires reformulation when applied to LTV systems. Unlike time-invariant systems, where stability can be directly assessed through eigenvalues of the system matrix, in LTV systems, there is no direct correlation between stability properties and the eigenvalues of the coefficient matrix of the system of equations. This complicates the derivation of general stability criteria and necessitates alternative analytical approaches.

To determine an appropriate control law that ensures the desired dynamic characteristics of an LTV system, various mathematical approaches have been explored. These include differential inequalities, parametric Lyapunov equations, predictive control models, and differential equations with constant coefficients approximated around specific time intervals. Each of these methods offers advantages and limitations depending on the class of LTV systems under consideration.

The construction of a Lyapunov function (LF) for LTV systems is particularly challenging, as it requires solving a scalar differential equation that incorporates both improper and double integrals (Zhou et al., 2020). For scalar LTV systems, an LF construction method based on the integral of system parameters with a weight function over a finite time interval has been proposed. Specific constraints are imposed on the weight function to ensure that the Lyapunov function remains positively defined and uniformly bounded. Furthermore, its time derivative, when evaluated according to the governing equations of the LTV system, must be negatively defined—fulfilling a necessary stability criterion.

Several novel methods for constructing LF for specific classes of LTV systems have been introduced (Kawano, 2020), including a proof of Lyapunov's inverse theorem for asymptotic stability. Necessary and sufficient conditions for stability have been established based on differential inequalities derived from Lyapunov's approach (Zhou, 2016). Additionally, stability assessment algorithms employing Riccati equations and matrix inequalities have been developed to handle LTV systems subjected to disturbances constrained by quadratic bounds (Seiler et al., 2019).

The application of stability theory to achieve predefined technical performance characteristics in LTV systems has been demonstrated in various practical domains. Examples include spacecraft orientation control (Zhou, 2021; Mullhaupt et al., 2007) and the regulation of perturbed aircraft motion in pitch dynamics (Xie et al., 2022). Despite these advancements, an analysis of the available literature reveals that insufficient attention has been dedicated to the development of methodological frameworks with direct applied value for LTV system analysis and synthesis.

In classical control theory, the transfer function (TF) is used to determine the dynamic characteristics of a linear stationary system and is defined as the ratio of the Laplace transform of the system's output signal to the Laplace transform of its input signal. The determination of the TF coefficients for a second-order link that is equivalent to an LTV system over a finite time interval requires approximating the time-dependent coefficients of the governing differential equations. One approach involves representing these variable components as exponential functions (Avdieiev, 2024a), whose products with the system state variables and their derivatives are subsequently transformed via Laplace methods. Iterative refinement of these transformations ensures the accuracy of the resulting TF coefficients.

To further simplify the computational algorithm for determining TF coefficients, as compared to the methodology presented in Avdieiev (2024a), the present study aims to develop a methodological framework for constructing an algorithm that minimizes the average absolute deviation between the dimensionless output state vectors of the LTV system and its second-order link approximation. This optimization is performed using the Levenberg-Marquardt algorithm, which provides a robust numerical approach to achieving the desired coefficient accuracy.

Addressing this problem is particularly relevant, as the existing literature does not sufficiently cover the methodological support necessary for the practical analysis and synthesis of LTV systems. By refining the methodological foundations of transfer function approximation, this study contributes to the broader effort of improving control strategies for complex time-varying systems.

## Mathematical Framework

The solution to the named task is shown on the example of a time-varying system for controlling the rotational movement of a rocket in one plane.

Without taking into account the executive device inertia, the disturbed movement of the mass center, fuel fluctuations and the body final stiffness, the system equation is as follows:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= a(t) \cdot x + f(t); \quad x = \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}; \\ a(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ q_0(t) & q_1(t) \end{bmatrix}; \\ f(t) &= \begin{bmatrix} 0 \\ p_0(t) \cdot \psi_g(t) + p_1(t) \cdot \dot{\psi}_g(t) \end{bmatrix}.\end{aligned}\quad (1)$$

In equation (1)  $\psi$ ,  $\dot{\psi}$  are the rotation angle of the missile body and its time derivative;  $\psi_g(t)$  is the input signal depending on time, that means the specified value of the missile body rotation angle;  $q_0(t)$ ,  $q_1(t)$ ,  $p_0(t)$ ,  $p_1(t)$  are variable coefficients that depends on the rocket inertial mass and aerodynamic characteristics, altitude and flight speed.

The solution of system (1) can be obtained numerically, for example, by the Runge-Kutta method, its results are presented in a table, denote them  $\psi_n(t)$  and  $\dot{\psi}_n(t)$ . They will be used in the iterative process of determining TF coefficients using the Levenberg-Marquardt method.

As you know, TF is the Laplace transform ratio of the output signal of the system  $\psi(t)$

$$L\{\psi(t)\} = \int_0^\infty \psi(t) \cdot e^{-s \cdot t} \cdot dt = \psi(s)$$

to the Laplace transform of the input signal  $\psi_g(s)$ , i.e.

$$w(s) = \frac{L\{\psi(t)\}}{L\{\psi_g(t)\}} = \frac{\psi(s)}{\psi_g(s)},$$

where  $L$  is the designation of the Laplace transform operator,  $s$  is a variable of complex type.

To obtain the first approximation of the TF based on equation (1), the coefficients  $q_0$ ,  $q_1$ ,  $p_0$ ,  $p_1$  are assumed to be constant and equal, for example, to their value at the midpoint of the selected time interval. This makes it possible to transform these equations according to Laplace and determine the TF of the second-order link in the form:

$$w(s) = \frac{\psi(s)}{\psi_g(s)} = \frac{p_1 \cdot s + p_0}{s^2 - p_1 \cdot s + q_0} = \frac{p_1 \cdot s + p_0}{s^2 - 2\alpha \cdot s + \alpha^2 + \beta^2}, \quad (2)$$

where  $\alpha$ ,  $\beta$  are the real and imaginary part of the roots of the equation  $s^2 - p_1 \cdot s + q_0 = 0$ .

As can be seen from (2), the search for a TF equivalent to a time-varying system should be carried out in the four-dimensional space of coefficients  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $p_0$ ,  $p_1$ .

To reduce the duration of the iterative process of finding the TF coefficients of the second-order equivalent link the solution of its differential equation

$$\begin{aligned}\ddot{\psi} - 2\alpha \cdot \dot{\psi} + (\alpha^2 + \beta^2) \cdot \psi &= \\ &= p_1 \cdot \dot{\psi}_g(t) + p_0 \cdot \psi_g(t),\end{aligned}\quad (3)$$

which follows from the TF (2), the initial conditions and the input signal  $\psi_g(t)$ , must be obtained analytically.

In this work, two variants of input signals are considered:

– in the form of the parabola equation with a vertex in the center of a certain time interval, for example  $0 \dots 2t_p$ , and equal to zero at its edges

$$\psi_{g1}(t) = a_1 \cdot t^2 + b_1 \cdot t + c_1; \quad (4)$$

– in the form of two equations that specify the program for turning the rocket body to a given angle during the  $2t_p$  time interval

$$\psi_{g2}(t) =$$

$$= \begin{cases} f_i(t) = em \cdot \left( \frac{t^2}{2} + \frac{t}{d} - \frac{e^{d \cdot t}}{d^2} \right), & 0 \leq t \leq t_p \\ f_i(t_p) + em \cdot \left( t + \frac{1-e^{d \cdot t}}{d^2} \right) \cdot (t - t_p) - f_i(t - t_p), & t_p < t \leq 2t_p \end{cases} \quad (5)$$

where the coefficients depend on the given value of the parabola at the top in the center of the interval, the magnitude of the angle of rotation and the desired transition process profile.

For the case of zero initial values and the signal  $\psi_{g1}$  (4) at the input of the system, the solution of equation (3)

$$\begin{aligned} \psi(\alpha, \beta, p_0, p_1, t) = \\ = e^{\alpha t} \cdot (A_c \cdot \cos \beta t + A_s \cdot \sin \beta t) + \\ + A \cdot t^2 + B \cdot t + C, \end{aligned} \quad (6)$$

where

$$\begin{aligned} A &= \frac{p_0 \cdot a_1}{\alpha^2 + \beta^2}, \\ B &= \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} \cdot (2a_1 \cdot p_1 + p_0 \cdot b_1 + 4A \cdot \alpha), \\ C &= \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} \cdot (a_1 \cdot p_1 + p_0 \cdot c_1 - 2A + 2\alpha \cdot B), \\ A_c &= -C, \\ A_s &= \frac{-(B + \alpha \cdot A_c)}{\beta}. \end{aligned}$$

For the case of zero initial values and signal  $\psi_{g2}$  (5) at the input of the system, the solution of equation (3) can be written in a form like (6), but with other coefficients in its terms.

In the first half of a certain trajectory section

$$\begin{aligned} \psi(\alpha, \beta, p_0, p_1, t) = e^{\alpha t} \cdot \\ \cdot (A_c \cdot \cos \beta t + A_s \cdot \sin \beta t) + \\ + A \cdot t^2 + B \cdot t + C + f_e \cdot e^{d \cdot t}, \\ 0 \leq t \leq t_p, \end{aligned} \quad (7)$$

where

$$\begin{aligned} A &= \frac{p_0 \cdot em}{2 \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}, \\ B &= \frac{em}{\alpha^2 + \beta^2} \cdot \left( p_1 + \frac{p_0}{d} + 4A \cdot \alpha \right), \\ C &= \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} \cdot \left( \frac{em \cdot p_1}{d} - 2\alpha \cdot B \right), \\ f_e &= \frac{-em \cdot \left( \frac{p_0}{d} + p_1 \right)}{d \cdot (d^2 - 2\alpha \cdot d + \alpha^2 + \beta^2)}, \\ A_c &= -C - f_e, \\ A_s &= \frac{-d \cdot f_e - B - A_c}{\beta}. \end{aligned}$$

In the second half of a certain trajectory section

$$\begin{aligned} \psi(\alpha, \beta, p_0, p_1, t) = \\ = e^{\alpha \cdot (t - t_p)} \cdot [A_c \cdot \cos \beta (t - t_p) + \\ + A_s \cdot \sin \beta (t - t_p)] + A \cdot (t - t_p)^2 + \\ + B \cdot (t - t_p) + C + f_e \cdot e^{d \cdot (t - t_p)}, \\ t_p < t \leq 2t_p \end{aligned} \quad (8)$$

where

$$\begin{aligned} A &= \frac{-em \cdot p_0}{2 \cdot (\alpha^2 + \beta^2)}, \\ B &= \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} \left[ f_a(t_p) \cdot p_0 - em \cdot \left( \frac{p_0}{d} + p_1 \right) + 2\alpha \cdot A \right], \\ C &= \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} \left[ p_0 \cdot f_i(t_p) + \right. \\ &\quad \left. + p_1 \cdot f_a(t_p) - \frac{p_1 \cdot em}{d} - 2A + 2\alpha \cdot B \right], \end{aligned}$$

$$f_e = \frac{em \cdot \left( p_1 + \frac{p_0}{d} \right)}{d \cdot (d^2 - 2\alpha \cdot d + \alpha^2 + \beta^2)},$$

$$A_c = \psi(t_p) - C - f_e,$$

$$A_s = \frac{1}{\beta} [\psi(t_p) - \alpha \cdot A_c - f_e \cdot d],$$

$$f_a(t) = em \cdot \left( t + \frac{1 - e^{d \cdot t}}{d} \right).$$

The equivalence of a link with a TF of type (2) to a time-varying system is established by comparing their transient processes at the selected test signals  $\psi_{g1}$ ,  $\psi_{g2}$  (4, 5). The coefficients of the link are found by minimizing the criterion, the value of which quantitatively characterizes the results of the transient processes comparison.

The work considers variants of criteria from the point of view of local extrema. Part of them is described in (Avdieiev, 2024b).

Criterion of the minimum sum of the squares of the difference in the angles of missile body rotation

$$Q_1(r) = \sum_{i=1}^n [\psi(r, t_i) - \psi_n(t_i)]^2, \quad (9)$$

$$t_i = i \cdot \Delta t,$$

$$n = \frac{2t_p}{\Delta t},$$

where  $\Delta t$  is the integration step of the system of equations (1),

$$r = [\alpha, \beta, p_0, p_1]^T$$

is the vector of TF coefficients introduced to shorten the record.

Criterion of the minimum square of the difference of the angles of the state vector direction

$$Q_2(r) = \sum_{i=1}^n \left[ \arctg \left[ \frac{\psi(r, t_i)}{\psi(r, t_i)} \right] - \arctg \left[ \frac{\psi_n(t_i)}{\psi_n(t_i)} \right] \right]^2. \quad (10)$$

Criterion of the minimum square of the difference of the modules of the dimensionless state vector

$$Q_3(r) = \sum_{i=1}^n [m(r, t_i) - m_n(t_i)]^2, \quad (11)$$

where

$$m(r, t) = \sqrt{[\psi(r, t)/\psi_m]^2 + [\dot{\psi}(r, t)/\dot{\psi}_{mt}]^2},$$

$$m_n(t) = \sqrt{[\psi_n(t)/\psi_m]^2 + [\dot{\psi}_n(t)/\dot{\psi}_{mt}]^2};$$

$\psi_m$ ,  $\dot{\psi}_{mt}$  are the angle and angular speed of the body rotation, used for the transition to dimensionless quantities.

Criterion of the minimum value of the area difference under the curves of transient processes

$$Q_4(r) = \Delta t \cdot |\sum_{i=1}^n [\psi(r, t_i) - \psi_n(t_i)]|. \quad (12)$$

The criterion for the minimum of the average value of the difference between the state vectors

$$Q_5(r) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{\left[ \frac{[\psi(r, t_i) - \psi_n(t_i)]}{\psi_m} \right]^2 + \left[ \frac{[\dot{\psi}(r, t_i) - \dot{\psi}_n(t_i)]}{\dot{\psi}_{mt}} \right]^2}. \quad (13)$$

The criterion of the minimum value of the difference in the area of phase portraits

$$Q_6(r) = |S_f(r) - S_n|, \quad (14)$$

where

$$\begin{aligned} S_f(r) &= \int_0^{\psi_{max}} \dot{\psi}(r, t) \cdot d\psi(r, t) = \\ &= \int_0^{2t_p} \dot{\psi}(r, t)^2 \cdot dt = \Delta t \cdot \sum_{i=1}^n \dot{\psi}(r, t_i)^2, \\ S_H &= \Delta t \cdot \sum_{i=1}^n \dot{\psi}_n(t_i)^2 \end{aligned}$$



From the point of view of the local extrema location, the properties of criteria (9-14) were established experimentally using the Levenberg-Marquardt method on the example of the data in the table 1 with test signals  $\psi_{g1}$ ,  $\psi_{g2}$  (4, 5).

As the conducted experiments have shown, after studying the results of using a certain criterion for the purpose of quantitative analysis of the equivalence level of equations (1) and TF (2) depending on time, it may be appropriate to construct a difference phase portrait in coordinates

$$\psi(r) - \psi_h \quad \psi(r) - \psi_h.$$

**Table 1 – dependence of TF coefficients on time (developed by author)**

$t$ $s$	$q_0$ $s^{-2}$	$p_0$	$p_1$ $s^{-1}$
0	3.31	-4.53	-1.87
16	4.56	-5.52	-2.28
32	7.14	-7.51	-3.10

Based on the location of local extrema in the space of TF coefficients, that is, coordinates of vector  $\mathbf{r}$ , and the minimum values of the criterion, option  $Q_5$  (13) is preferred. The results of its use are in the table 2.

**Table 2 – TF coefficients before and after minimizing the criterion  $Q_5(\mathbf{r})$  (developed by author)**

Test signal	Definition point	$\alpha$	$\beta$	$p_0$	$p_1$	$Q_5$
$\Psi_{g1}$	primary	-1.20	1.88	-5.85	-2.4	0.075
	final	-1.23	0.57	-2.20	-3.7	0.046
$\Psi_{g2}$	primary	-1.20	1.88	-5.85	-2.4	0.340
	final	-1.02	0.63	-1.60	-3.7	0.091

Based on the final results of determining the TF coefficients (2) in the case of the test signal  $\psi_{g1}$  (table 2), we will obtain an estimate of the following dynamic characteristics of the time-varying system in the relative time range 0...32 s (table 1): stability margin on the roots plane of the characteristic polynomial  $1.2 s^{-1}$ , the duration of the transient process is 2.4 s, the frequency of the oscillatory component of the transient process is 0.09 Hz, the amplitude-phase dependence on the circular frequency  $\omega$

$$w(j\omega) = \frac{\psi(j\omega)}{\psi_g(j\omega)} = \frac{-4 - 11.5\omega^2 + j\omega \cdot (1.3 + 3.7\omega^2)}{\omega^4 - 3.7\omega^2 + 17},$$

where  $j^2 = -1$ .

The named estimates of dynamic characteristics can be used to make technical decisions in the process of designing systems with time-varying parameters.

## Conclusions

Based on the calculations performed for the selected data example, this study demonstrates the feasibility of determining the transfer function (TF) coefficients for a second-order link. From the perspective of minimizing the average absolute deviation between the dimensionless state vectors over a selected time interval, the obtained TF is equivalent to the given linear time-varying (LTV) system.

The application of the transfer function approach enables the estimation of key dynamic characteristics, including the stability margin in the root plane of the characteristic polynomial, the nature and duration of transient processes, as well as the system's gain as a function of input signal frequency. This allows for a comprehensive analysis of amplitude-frequency and phase-frequency dependencies, which are crucial for assessing system behavior under various operating conditions.

A novel aspect of this study is the use of the Levenberg-Marquardt method to determine the TF coefficients, ensuring their equivalence to the governing equations of an LTV system over a specified time interval based on the selected optimization criterion. This approach enhances the accuracy of TF-based approximations and provides a refined tool for analyzing time-varying dynamic systems.

The practical significance of this work lies in expanding the methodological framework for the analysis and synthesis of LTV systems. The proposed methodology offers a structured approach for approximating LTV system dynamics using TF representations, contributing to the development of more effective modeling and control strategies.

A potential direction for future research is the determination of an equivalent stationary approximation for the LTV system governing the rocket's rotational motion. This would involve accounting for the inertia of the actuator and the effects of disturbed motion of the center of mass, further refining the accuracy of system modeling and control.

## References

- Avdieiev, V. (2024a). Transfer functions of a time-varying control system. *Challenges and Issues of Modern Science*, 2, 265–274. <https://cims.fti.dp.ua/j/article/view/187>
- Avdieiev, V. (2024b). Dynamic characteristics of time-varying control system of the rocket's rotational movement [in Ukrainian]. *System Design and Analysis of Aerospace Technique Characteristics*, 34(1), 3–12. <https://doi.org/10.15421/472401>
- Kawano, Y. (2020). Converse stability theorems for positive linear time-varying systems. *Automatica*, 122, 109193. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2020.109193>
- Mullhaupt, Ph., Buccieri, D., & Bonvin, D. (2007). A numerical sufficiency test for the asymptotic stability of linear time-varying systems. *Automatica*, 43(4), 631–638. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2006.10.014>
- Seiler, P., Moore, R. M., Meissen, C., Arcak, M., & Packard, A. (2019). Finite horizon robustness analysis of LTV systems using integral quadratic constraints. *Automatica*, 100, 135–143. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2018.11.009>
- Xie, X., Lam, J., Fan, C., Wang, X., & Kwok, K.-W. (2022). A polynomial blossoming approach to stabilization of periodic time-varying systems. *Automatica*, 141, 110305. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2022.110305>
- Zhou, B. (2016). On asymptotic stability of linear time-varying systems. *Automatica*, 68, 266–276. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2015.12.030>
- Zhou, B. (2021). Lyapunov differential equations and inequalities for stability and stabilization of linear time-varying systems. *Automatica*, 131, 109785. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109785>
- Zhou, B., Tian, Y., & Lam, J. (2020). On construction of Lyapunov functions for scalar linear time-varying systems. *Systems & Control Letters*, 135, 104591. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2019.104591>

# Improvement of data flow management in the air traffic control automation system

**Ganna Kalashnyk , Myroslava Kalashnyk-Rybalko ,  
Artem Mykhailetskyi **

**Purpose.** The research purpose is to improve the data flow management of the air traffic control system of the Danylo Halytskyi International Airport “Lviv”. **Design / Method / Approach.** The following methods and approaches were consistently used in the research: system approach; modeling; content analysis; statistical analysis; project approach; economic analysis. **Findings.** Recommendations have been developed for optimizing data flow processing, including improving technological solutions, increasing the level of automation, and implementing strategies to reduce stress on controllers. The features and effectiveness of air traffic management and the data flow network of the automated control system of the Danylo Halytskyi International Airport “Lviv” have been studied. The program has been developed to improve the effectiveness of air traffic management and the data flow network of the automated control system of the Danylo Halytskyi International Airport “Lviv”. The effectiveness of the implementation of the program to improve air traffic management and the data flow network of the automated control system of the Danylo Halytskyi International Airport “Lviv” has been substantiated. **Theoretical Implications.** Methodological aspects of data flow management of the automated air traffic control system network have been investigated. **Practical Implications.** Directions for increasing the efficiency of air traffic control and data flow management of the automated control system network of the Danylo Halytskyi International Airport “Lviv” have been developed and substantiated. **Originality / Value.** The implementation of the modern technical and methodological solutions proposed in the article for the automation of air traffic control and data processing will contribute to reducing risks, increasing the speed of decision-making and ensuring the stable operation of all aviation processes. **Research Limitations / Future Research.** Future research into mechanisms for improving air traffic management and data flows at airports is an important task from both a scientific and a practical point of view. **Article Type.** Applied Research.

## Keywords:

data flow management, air traffic control system, information load

**Мета.** Вдосконалення управління потоком даних системи управління повітряним рухом Міжнародного аеропорту «Львів» ім. Данила Галицького. **Дизайн / Метод / Підхід.** У дослідженні було послідовно використано такі методи і підходи: системний підхід; моделювання; контент-аналіз; статистичний аналіз; проектний підхід; економічний аналіз. **Результати.** Розроблено рекомендації щодо оптимізації обробки потоків даних, включаючи вдосконалення технологічних рішень, підвищення рівня автоматизації та впровадження стратегій зниження стресового навантаження на диспетчерів. Досліджено особливості та ефективність управління повітряним рухом і потоками даних мережі автоматизованої системи управління Міжнародного аеропорту «Львів» ім. Данила Галицького. Розроблено програму підвищення ефективності управління повітряним рухом і потоками даних мережі автоматизованої системи управління Міжнародного аеропорту «Львів» ім. Данила Галицького. Обґрунтовано ефективність реалізації програми удосконалення управління повітряним рухом і потоками даних мережі автоматизованої системи управління Міжнародного аеропорту «Львів» ім. Данила Галицького. **Теоретичне значення.** Досліджено методологічні аспекти управління потоками даних мережі автоматизованої системи управління повітряним рухом. **Практичне значення.** Розроблено й обґрунтовано напрями підвищення ефективності управління повітряним рухом і потоками даних мережі автоматизованої системи управління Міжнародного аеропорту «Львів» ім. Данила Галицького. **Оригінальність / Цінність.** Впровадження запропонованих в статті сучасних технічних та методологічних рішень для управління повітряним рухом і автоматизації обробки даних допоможе зменшити ризики, підвищити швидкість прийняття рішень, забезпечити стабільну роботу всіх авіаційних процесів. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** Подальше дослідження механізмів удосконалення управління повітряним рухом і потоками даних в аеропортах є важливим завданням як з наукової, так і з практичної точки зору. **Тип статті.** Прикладне дослідження.

## Ключові слова:

управління потоками даних, система управління повітряним рухом, інформаційне навантаження

## Contributor Details:

Ganna Kalashnyk, Dr. Sc., Prof., State Flight Academy of Ukraine: Kropyvnytskyi, UA, [kalashnik\\_anna1@ukr.net](mailto:kalashnik_anna1@ukr.net)  
Myroslava Kalashnyk-Rybalko, PhD, Assoc. Prof., State Flight Academy of Ukraine: Kropyvnytskyi, UA, [kalashnik\\_miroslava2014@ukr.net](mailto:kalashnik_miroslava2014@ukr.net)  
Artem Mykhailetskyi, Cadet, State Flight Academy of Ukraine: Kropyvnytskyi, UA, [twix1301@ukr.net](mailto:twix1301@ukr.net)

Modern airports operate in a complex environment, where it is necessary to ensure the coordinated operation of various systems: flight control, ground handling, logistics, security and interaction with airlines. Optimizations of data flows and automation of management processes allow for to increase in the throughput capacity of airports, reduce flight delays, improve passenger service and ensure compliance with international flight safety standards.

Given the constant increase in air traffic and the growing complexity of operations, research into mechanisms for integrating air traffic control systems and airport information networks is important for increasing the efficiency of the industry, reducing costs and minimizing the environmental impact of aviation.

Air traffic management (ATM) is a critically important element of the functioning of the global aviation system, ensuring the safety, efficiency and optimization of aircraft movement in airspace. Modern challenges associated with the growth of air traffic, the development of unmanned aerial vehicles and the need for environmental sustainability require improved methods (Kalashnyk & Kalashnyk-Rybalko, 2024a) and approaches to the organization of air traffic control.

Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" is an important part of the transport infrastructure of Western Ukraine, which is of strategic importance for the city of Lviv and the region as a whole. Since its opening in 1929, the airport has gone through various stages of development, from a military facility to an international hub. Of particular significance was the reconstruction before Euro-2012, which provided the airport with new opportunities for serving passengers. Since then, it has been developing steadily, expanding routes and improving service. However, starting in 2022, the airport experienced a significant crisis due to the full-scale Russian invasion, which led to the cessation of civilian air traffic and a shift in emphasis to humanitarian and cargo transportation. This was the main reason for the sharp changes in the airport's financial results, in particular, a sharp reduction in revenues and gross profit. These financial difficulties require a review of the airport's development strategy, including cost optimization and the search for new sources of income.

At the same time, the restoration of air traffic after the end of the war will be an important stage in returning to a stable financial situation. If conditions permit in 2025, the opening of the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" for commercial flights will be an important step towards the economic recovery of not only the Lviv region but also all of Ukraine.

## Formulation of the problem

Theoretical and practical aspects of the problem of air traffic control and automated airport management systems have become the subject of research by such Ukrainian scientists as Nedilko S. M., Baranov G. L., Bezverkha K. S., Borozhenets I. O., Shylo S. G., Shcherbak G. V., Brusakova O. V., Vasylenko D. E., Tymochko O. I., Mazhara I. P., Yanovytsky O. K. and others.

However, despite the significant contribution of these scientists to solving this problem, many aspects of this issue remain insufficiently disclosed. In particular, the issue of integrating automated control systems with the latest technologies, such as artificial intelligence, machine learning and Big Data, requires further development.

Cybersecurity issues in the processes of data exchange between airport subsystems, which are of critical importance for ensuring flight safety and the effective operation of the aviation complex, are also insufficiently covered. In addition, the issue of optimizing data flow remains relevant to increase the efficiency of management decision-making, minimize flight delays and reduce operating costs.

The main goal of each airport is to serve the maximum number of aircraft with minimal costs for each of them while ensuring flight safety. Among the requirements of airspace users for the services of the air traffic control system, the following can be distinguished: increasing the throughput capacity of the air traffic management system; flexible use of airspace; the ability to perform flights both along optimal trajectories in the horizontal plane and at optimal altitude; dynamic correction of the flight plan during its execution; reducing time delays for flights arriving at airports; minimal deviations of aircraft from planned trajectories while preventing possible collisions with other aircraft or ground obstacles and when avoiding

dangerous meteorological events; simplified and unified procedures for pilot-controller interaction during air traffic control.

The use of modern algorithms allows for significant reductions in delays, increases the efficiency of airspace use and improves schedule consistency (Aditya et al., 2024). At the same time, limitations of existing models have been identified; in particular their insufficient ability to adapt to changes in real time (Aditya et al., 2024; Chen et al., 2024). Modern data-driven models (machine learning, big data, digital twins of airports) demonstrate high accuracy in predicting delays and conflicts, but require significant computing resources and are sensitive to the quality of input data (Chen et al., 2024).

Modern air traffic management systems place all responsibility for flight safety and effective air traffic management on the controller. He not only gives instructions to pilots, but also allows (prohibits) the performance of certain flight procedures. The controller's capabilities are largely limited by the density of air traffic. In turn, the controller's psychological and physiological capabilities to predict and resolve several potentially conflicting situations simultaneously are limited, which is a limiting factor for the growth of air traffic intensity and the development of the entire air traffic management system (Jameel et al., 2023). Among the innovations that will help improve the efficiency of air traffic controllers' information processing, including information overload, the concept of a digital air traffic controller (Jameel et al., 2023) has been proposed, which integrates into the controller's workplace and performs tasks such as conflict detection and resolution, command creation, and communication with pilots via CPDLC (Controller Pilot Data Link Communications).

A new approach to assessing and optimizing air traffic complexity based on system stability metrics by adjusting the departure time of some flights will help significantly reduce the workload on controllers and increase the safety and efficiency of air operations (Wang et al., 2023). To help reduce the stress on controllers, a dynamic routing and scheduling approach for aircraft taxi automation that adapts to the current situation on the airport surface has been developed (Kang et al., 2025). This approach optimizes aircraft movements on the ground, ensuring efficient planning and joint control for all aircraft, as well as more balanced use of runways.

The development of a modern architecture for a real-time air traffic control system that uses big data processing technologies has significant potential for improving the efficiency and predictability of air traffic control (Vaidya et al., 2023). The use of modern data processing technologies allows for rapid response to changes in traffic and provides flexibility in system scaling.

The modern strategy for developing air traffic control systems involves the creation of unified complexes, on the one hand, and the phased modernization of existing complexes, on the other. One example of the creation of unified complexes is the development of a single graphical interface for the Flow Management Data and Services (FMDS) system (Abdulhak et al., 2024), which replaces more than fifty disparate applications of the previous TFMS (Traffic Flow Management System) platform of the US Federal Aviation Administration (FAA). The unified interface significantly reduces the execution time of standard operations and can significantly optimize air traffic management processes, forming a solid foundation for the next stages of implementation in real operating environments.

With the growth of air traffic, such traditional approaches as the use of statistical models, fuzzy logic and data mining algorithms face limitations, including high computational complexity and the inability to effectively process large volumes of data (Aghdam et al., 2021) of airspace. Further increasing the level of automation of solving operational management tasks is possible only with the use of new approaches and information technologies. Among the key approaches and technologies aimed at improving ATC management, the following can be distinguished:

1. *Optimization of air traffic flow management.* Air traffic flow management is the basis of modern aviation, ensuring safe and efficient aircraft movement in conditions of increasing airspace congestion. The study (Aditya et al., 2024), based on an analysis of 162 publications from 2014–2024, emphasizes the importance of optimizing aspects such as delay minimization, airspace congestion management, and schedule planning.

A new approach to air traffic management in dense airspace, based on network flow optimization, includes a model that



represents the airspace as a network with nodes and arcs, where each arc has a limited capacity (Hu et al., 2025). This model allows taking into account dynamic changes in traffic and adapting flight routes in real time, ensuring efficient use of airspace and reducing delays.

2. *Applying Deep Learning to Improve Control Accuracy.* The paper (Pinto Neto et al., 2023) analyzed the current level of the use of deep learning for traffic forecasting, conflict detection, route optimization, speech recognition, and unmanned systems integration. It also considered technical aspects such as architecture selection, data processing, model training, and computational resource requirements. However, many challenges must be overcome to fully implement deep learning in air traffic control optimization, including ensuring data quality and availability, model interpretability, integration with existing systems, and compliance with safety requirements. The authors emphasize the importance of interdisciplinary collaboration to overcome these barriers and further develop intelligent air traffic control systems.

In paper (Aghdam et al., 2021), a hybrid deep learning model is proposed to improve the efficiency of air traffic control by combining two architectures: Bidirectional Long Short-Term Memory (Bi-LSTM) and Extreme Learning Machine (ELM). The model was trained on data from Kaggle and evaluated using MATLAB using various statistical performance criteria. The results showed a significant improvement in the accuracy of aircraft arrival and departure time predictions, as well as a reduction in errors compared to previous methods.

3. *Use of Big data and decision support system.* The paper (Aditya et al., 2024) emphasizes the role of big data in optimizing ATC data flow management. The use of historical flight path data allows balancing air flow density, reducing congestion. For example, the integration of trajectory data with route capacity optimization models resulted in a reduction in operation time by 18.6% (Aditya et al., 2024).

A method for dynamically managing the movement of ground equipment and aircraft at an airport, taking into account the changing traffic situation and the priorities of potential conflicts, based on the analysis of large volumes of traffic data, is proposed in the paper (Bao et al., 2025). The implementation of the proposed approach managed to reduce the average waiting time on taxiways and parking lots by approximately 12–18%, as well as reduce the number of conflict situations to 25% of the initial levels (Bao et al., 2025).

4. *Integration of modern technologies and automation.* Integrating explainable artificial intelligence into air traffic management decision support systems can significantly increase operators' trust in automated decisions, especially under high workload and uncertainty (Xie et al., 2021). The authors developed a machine learning-based operational risk prediction tool using the XGBoost algorithm to analyze data on aviation events and meteorological conditions. The proposed approach demonstrates the potential to improve the safety and efficiency of aviation operations while providing the necessary transparency and human control.

Improving of data flow management in ATC systems requires a comprehensive approach that includes the use of big data, deep learning methods, automation, and modern software architectures. Research shows significant progress in minimizing delays, optimizing airspace capacity, and improving safety. However, challenges remain in integrating new technologies into existing systems, taking into account unforeseen factors and the need for cooperation between all stakeholders. Thus, further research into mechanisms for improving air traffic management and data flows at airports is an important task both from a scientific and a practical point of view.

## The purpose of the research

The purpose of the research is to improve of data flow management of the air traffic control system of the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv".

## Research methods and the research information base

The following methods were used in the research: system approach (to consider air traffic control as a complex system); modeling (to study the methodological aspects of data flow management in an automated system); content analysis (to analyze information flows between subsystems of the automated control system);

statistical analysis (to characterize and analyze the activities of the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv"); project approach (to develop a program to improve the efficiency of air traffic control and data flows); economic analysis (to substantiate the effectiveness of the implementation of the air traffic control improvement program).

The research information base is official data and financial reporting of the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv".

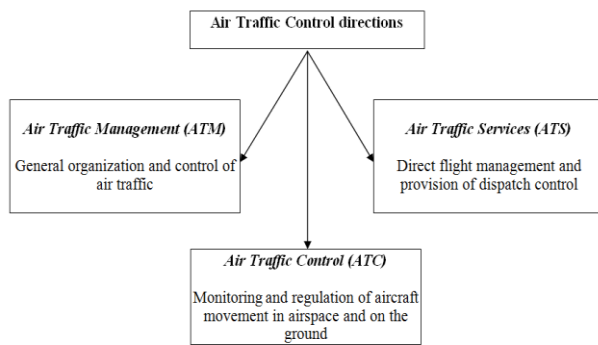
## Discussion and results

Modern air traffic control is impossible without automation systems that use artificial intelligence and big data analysis to improve work efficiency. In addition, the environmental aspect is taken into account, as aviation activities have a significant impact on the environment, which encourages the implementation of environmentally friendly routes and technologies (Kalashnyk & Kalashnyk-Rybalko, 2024b). An important challenge today is the integration of unmanned aerial vehicles (UAVs) into the overall airspace management system. With the development of technology, drones are increasingly used for both civil and commercial a purpose, which requires clear coordination and regulation of their movement. The components of air traffic control are given in Table 1.

**Table 1 – Components of Air Traffic Control (Ministry of Transport of Ukraine, 2010; Ukrainian State Air Traffic Services Enterprise, 2025)**

Components	Characteristics
Airspace organization	Planning and allocation of airspace between civil, military and special users to ensure flight safety and efficiency
Air Traffic Service (ATS)	Includes air traffic control (ATC), flight control, information and emergency services
Air Traffic Control (ATC)	Real-time monitoring and coordination of aircraft movements by controllers to prevent conflict situations
Communications, Navigation and Surveillance Systems (CNS)	Ground and satellite navigation systems are used to determine the aircraft's precise location and routing
Connection and communication	Organisation of effective interaction between controllers, pilots, airport services and other participants in air traffic
Meteorological support	Providing up-to-date information on weather conditions to improve safety and optimise flights
Forecasting and Air Traffic Flow Management (ATFM)	Analysis and regulation of air traffic intensity to avoid airspace congestion and minimise delays
Automated Air Traffic Management systems (ATM automation)	Using modern digital technologies, artificial intelligence, and big data to optimise the work of dispatch services
Aeronautical Information Management (AIM)	Collection, processing and dissemination of aeronautical information for all participants in air traffic
Emergency and rescue support	Organisation of emergency response, coordination of rescue operations in aviation incidents
Environmental management	Implementing measures to minimise the environmental impact of aviation, reduce noise levels and reduce CO <sub>2</sub> emissions.
Unmanned Aerial Vehicle Integration (U-Space)	Coordination and regulation of UAV movement in shared airspace together with manned aircraft

Air traffic control is a complex system that ensures the safe, efficient and orderly movement of aircraft in controlled and uncontrolled airspace. Its main goal is to prevent collisions, optimize routes and reduce flight delays. The air traffic control system covers three main directions (Figure 1).



**Figure 1 – Air Traffic Control directions**  
(Ministry of Transport of Ukraine, 2010)

The air traffic control (ATC) automation system is a key element of modern aviation, ensuring the safety, efficiency and reliability of air traffic. The development of air traffic control service continues, and current trends include the integration of unmanned aerial vehicles, the expanded use of artificial intelligence and the increasing role of digital technologies in the interaction between pilots, controllers and aviation companies. The air traffic control (ATC) automation system is a set of technical, software and organizational tools that provide monitoring, control, planning and coordination of air traffic in real time using modern information technologies and communication means (Ministry of Transport of Ukraine, 2010). The characteristics of the air traffic control automation system are presented in Table 2.

**Table 2 – Components of the Air Traffic Control automation system**  
(Ukrainian State Air Traffic Services Enterprise, 2025)

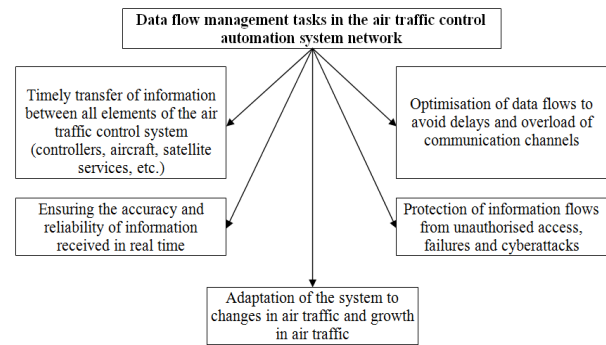
Characteristics	Description
Functional purpose	Air traffic control, ensuring flight safety, optimising airspace use
Main components	Automated dispatch systems, radars, satellite navigation, digital communications, meteorological services, and traffic forecasting systems
Working principle	Real-time data collection, processing and transmission for air traffic coordination
Advantages	Improving flight safety, reducing delays, optimising routes, and reducing the impact of the human factor
Integration with other systems	Connection to global air navigation systems, military and civil aviation services
Development prospects	Using artificial intelligence, integration of unmanned aerial vehicles, and automated management of airport operations

One of the key components of the air traffic control automation system is the network data streams that provide operational information exchange between control centers, aircraft, satellite and ground stations, meteorological services, airports and other air traffic participants.

Data streams in the ATC network are formed based on a large number of sources and transmit a variety of information, including data on flight trajectories, weather conditions, aircraft telemetry, radar images, controller command signals, automated trajectory calculations and airspace conflict prediction. This data must be transmitted in real or near real time with minimal delay, which requires the use of high-speed, reliable and secure communication channels (Ukrainian State Air Traffic Services Enterprise, 2025).

The air traffic control automation system network data streams are structured digital information flows transmitted between air traffic control system components in real time or with minimal delay to ensure flight coordination, safety, and efficient use of airspace (Brusakova, 2019).

The main purpose of data flow management in the network of the air traffic control automation system is to ensure reliable, fast and secure information exchange, which allows the aviation activity to effectively coordinate aircraft movements, reduce the risk of incidents and improve the quality of air navigation services. The main tasks of data flow management in the network of the ATC automation system, which arise from this purpose, are presented in Figure 2.



**Figure 2 – Tasks of data flow management in the Air Traffic Control automation system network**  
(Ukrainian State Air Traffic Services Enterprise, 2025)

Information flow management in the air traffic control system has many features that distinguish it from other areas of data organization and transmission.

1. Real-time implementation, since aviation data must be transmitted instantly without any delays, since even a second of slowdown causes critical situations in air traffic.

2. High level of security and data protection, since aviation information is critical, its transmission must be protected from interception, disruption and potential interference by attackers. Encryption methods, communication channel redundancy and multi-level authentication mechanisms are used.

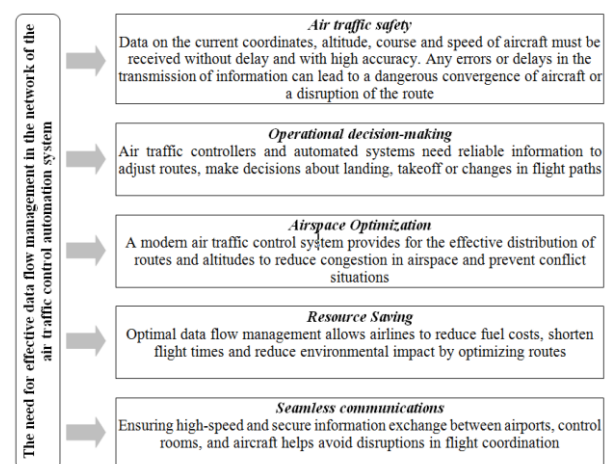
3. Integration of different types of data. Data flow management involves combining information from many sources, including global navigation satellite systems (GNSS), radars, meteorological stations, automated air traffic control centers and airports.

4. Flexibility and scalability, since the system must adapt to changing air traffic conditions, for example, in the event of an increase in air traffic or the occurrence of emergency situations (e.g. adverse weather conditions, technical failures (Mashkov et al., 2022), aviation incidents).

5. Process automation. Thus, the use of modern technologies (artificial intelligence, machine learning, Big Data) allows for automatic analysis, filtering and distribution of data, reducing the burden on controllers and reducing the likelihood of human error.

6. Global data synchronization, since air traffic is international, data flow management must ensure uninterrupted communication between aviation services of different countries in accordance with the standards of the International Civil Aviation Organization (ICAO).

Therefore, data flow management in the air traffic control automation system network is a key component of modern aviation infrastructure. As technology continues to develop, data flow management in the ATC automation system network also needs to be modernized and improved. The main reasons why effective data flow management is extremely important are shown in Figure 3.



**Figure 3 – The need for effective data flow management in the network of the air traffic control automation system**  
(Source: Developed by the authors)

The methodology of data flow management in the network of the air traffic control automation system is presented in Table 3.

**Table 3 – The methodology of data flow management in the network of the air traffic control automation system (Ukrainian State Air Traffic Services Enterprise, 2025; Permiakov et al., 2021)**

Methodological aspect	Description
Real-time principle	Data is transmitted, processed and analysed in real time, which ensures instant response to changing air traffic parameters
Process automation	Using artificial intelligence, machine learning, and big data algorithms to automatically analyse and optimize information flows
Integrating data from different sources	Combining information from radars, satellites, weather stations, navigation systems, airports and air traffic control centres
Global synchronization	Data consistency between National and International systems according to ICAO standards for seamless air traffic coordination
Information protection	Implementing multi-layered encryption, user authentication, and cybersecurity mechanisms to prevent unauthorised access
Flexibility and adaptability	The system is capable of dynamically changing control parameters in response to changes in air traffic, weather conditions, or emergencies
Forecasting and risk analysis	Using analytical tools to predict possible threats, failures or network overloads, which allows you to avoid critical situations
Data monitoring and quality control	Regularly verify the correctness, accuracy and relevance of information used for air traffic control
Scalability	The system is able to support the growth of air traffic without loss of productivity, adapting to new technological standards
Efficient load management	Balancing data flows between servers and network nodes to prevent overload and delays in information processing

This methodology ensures the reliability, safety and efficiency of data flow management in the automated air traffic control system network, which is critically important for the stable functioning of the aviation infrastructure.

Thus, effective data flow management in the air traffic control system network is the basis for safe, reliable and optimized air traffic management. Not only air traffic coordination, but also the overall level of flight safety depends on the quality and speed of data processing. The use of modern technologies, such as artificial intelligence, satellite communications, cloud computing and quantum encryption, makes these processes even more efficient and ready for future challenges in the aviation industry.

Important tasks of data flow management are to minimize delays, ensure the safety and stability of the entire aviation system. Also, an urgent direction of development is the integration of new technologies to ensure more accurate and rapid coordination between controllers, pilots and other participants. Therefore, data flow management is critically important for the effective functioning of aviation infrastructure, and its improvement will become the basis for achieving higher safety standards and optimizing air transportation, in particular at the Danylo Halytskyi International Airport “Lviv”.

The Danylo Halytskyi International Airport “Lviv” is an important part of the transport infrastructure of Ukraine, which is of strategic importance for the city of Lviv and the region as a whole. The financial analysis of the airport’s activities for 2021-2023 demonstrates a catastrophic decline in revenue and an increase in losses, which is directly related to the cessation of passenger transportation.

In particular, in 2022, net income decreased by 87.1%, and in 2023, by another 98.3% compared to 2021. Expenses also decreased, but this was not enough to maintain financial stability. The net profit indicator turned into significant losses, which reflects the crisis state of the airport.

Despite the difficult conditions, the management is taking measures to support its vital activities, optimizing costs and looking for alternative sources of income. Further development of the airport will depend on the security situation in the country and the possibility of resuming air traffic. The financial condition of the airport is analyzed in Table 4.

**Table 4 – Dynamics of financial condition indicators of the Danylo Halytskyi International Airport “Lviv” in 2021-2023 (Source: Developed by the authors based on official sources of financial reporting data: LLC Clarity App, 2021; LLC Clarity App, 2022; LLC Clarity App, 2023)**

Indicators	Years			Deviation	
	2021	2022	2023	2022/2021	2023/2022
<i>Liquidity indicators</i>					
Absolute liquidity ratio	4,13	4,54	2,41	0,41	-2,13
Coverage ratio	5,20	5,86	3,32	0,66	-2,54
Quick liquidity ratio	4,99	5,65	3,15	0,66	-2,50
Net working capital, thousand UAH	348595	314294	182383	-34301	-131911
<i>Solvency indicators</i>					
Working capital ratio	0,81	0,83	0,70	0,02	-0,13
Equity agility ratio	0,18	0,10	0,07	-0,08	-0,03
Solvency ratio (autonomy)	0,96	0,98	0,97	0,02	-0,01
Funding ratio	0,05	0,02	0,03	-0,03	0,01
<i>Business activity indicators</i>					
Fixed assets turnover ratio (return on assets)	2,74	0,80	0,96	-1,94	0,16
Asset turnover ratio	3,90	1,09	1,32	-2,81	0,23
Accounts payable turnover ratio	178,34	63,02	159,11	-115,32	96,09
Accounts payable maturity date	2,05	5,79	2,29	3,74	-3,5
Accounts receivable turnover ratio	111,08	45,89	72,31	-65,19	26,42
Receivables maturity, days	3,29	7,95	5,05	4,66	-2,9
Inventory turnover ratio	420,72	201,41	270,10	-219,31	68,69
Equity turnover ratio	4,02	1,12	1,35	-2,9	0,23
<i>Profitability indicators</i>					
Return on assets ratio	1,03	-23,55	10,26	-24,58	33,81
Return on equity ratio	1,07	-24,30	10,55	-25,37	34,85
Profitability ratio	0,27	-21,65	7,79	-21,92	29,44
Product profitability ratio	0,28	-19,32	8,31	-19,6	27,63

Analysis of the dynamics of liquidity indicators allowed us to conclude that at the beginning of the analyzed period, all liquidity ratios had rather high values, indicating the enterprise's ability to promptly cover its obligations. In 2022, there is a tendency to improve these indicators, which is the result of a decrease in short-term liabilities. At the same time, an increase in the value of liquidity indicators in 2022 indicates excessive diversion of the enterprise's resources to the formation of cash, which leads to inefficient use of available financial resources. After all, under normal economic conditions and average expected profitability, it is more efficient for an enterprise to invest its free cash resources in its activities. This situation is a consequence of the closure of airspace and the prohibition of scheduled flights by civil aviation aircraft after the start of the full-scale invasion of the Russian Federation into Ukraine. However, in 2023, there was a significant decrease in all liquidity ratios. This indicates an increase in the company's liabilities, a decrease in its liquid assets, which reduces financial flexibility and increases financial risks. Also, a decrease in net working capital indicates a decrease in the resource base to cover current expenses, which complicates the fulfillment of financial obligations in the short term. In general, the dynamics of the indicators indicate initial stability, temporary improvement in 2022 and further deterioration of liquidity in 2023, which indicates increased financial risks and the need to revise the airport's financial strategy.

Analysis of the dynamics of solvency indicators reflects changes in the financial stability of the enterprise and its capital structure. Thus, the ratio of provision with own working capital demonstrates a slight improvement in 2022, which is evidence of the strengthening of the financial independence of the enterprise; however, in 2023, the indicator decreased, which indicates a deterioration in financial flexibility and an increase in dependence on borrowed funds.

The equity flexibility ratio has a steady downward trend, indicating a decrease in the share of own funds in current financial operations. This means a decrease in the ability of the enterprise to quickly respond to changing market conditions or to finance its activities without attracting additional sources. The autonomy ratio remains stably high, which confirms a significant share of equity in the overall structure of financial resources. Minor fluctuations in the indicator indicate that the enterprise maintains control over its



financial sources without significant influence from external creditors.

The financing ratio demonstrates instability: in 2022, its decrease is observed, indicating a reduction in the share of attracted funds, while in 2023, the indicator recovers somewhat. This indicates changes in financing policy and the need to attract additional financial resources. In general, the dynamics of solvency indicators indicate a gradual deterioration in the enterprise's ability to effectively use equity, maintain financial independence, but at the same time, certain difficulties with the maneuverability of financial resources.

Analysis of the dynamics of business activity indicators indicates significant changes in the financial and economic activities of the enterprise during 2021–2023. The return on assets and asset turnover indicators in 2022 decreased significantly, which indicates a sharp decrease in the efficiency of using assets and fixed assets. This situation is associated with a reduction in activity volumes, a change in the structure of assets, or external economic factors. In 2023, there was a slight improvement, but the indicators are still far from the level of 2021, which indicates a gradual but slow restoration of the efficiency of using assets. The accounts payable turnover ratio in 2022 decreased sharply, which indicates an increase in the period of settlements with suppliers. At the same time, the situation improved in 2023, which is a consequence of the adjustment of financial flows and changes in the terms of cooperation with counterparties. Similarly, the maturity of accounts payable in 2022 increased significantly, but in 2023 it decreased slightly, indicating a certain stabilization of settlements.

The turnover of receivables also decreased significantly in 2022, which means a slowdown in the process of recovering funds from debtors. This was caused by financial difficulties of counterparties or changes in lending conditions. In 2023, the indicator increased, indicating the restoration of payment discipline and more effective management of receivables.

The turnover of inventories in 2022 significantly decreased, indicating a decrease in the speed of their use due to a reduction in the volume of services sold. In 2023, there was a partial improvement, which was a result of inventory optimization. The equity turnover ratio demonstrates similar dynamics: a sharp decrease in 2022 and a slight improvement in 2023 indicate a gradual restoration of the efficiency of using own resources. In general, in 2022, there was a sharp deterioration in business activity indicators, which indicates significant difficulties in the financial and economic activities of the enterprise. In 2023, there was some improvement, but the indicators have not yet returned to the level of 2021, which demonstrates the slow restoration of the efficiency of business processes.

Analysis of the dynamics of profitability indicators indicates significant fluctuations in the efficiency of the enterprise during 2021–2023. Thus, in 2022, all profitability indicators decreased sharply, acquiring negative values. This indicates significant losses and inefficiency in the use of assets, equity and resources of the enterprise. This situation is a consequence of a sharp decrease in income, an increase in expenses and a general deterioration in economic conditions. In 2023, there was a significant improvement in profitability indicators: they returned to positive values, which is confirmation of the gradual restoration of the airport's profitability. This situation is a result of increased revenues, reduced costs and optimization of operational activities. Overall, the profitability analysis indicates a deep crisis in 2022 with further recovery in 2023. However, despite the positive dynamics, the profitability level is still far from the 2021 indicators, which indicates the need to further improve the management of financial resources and operational efficiency.

Air traffic control at Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" is an extremely important component of its activities, as this airport is a key transport hub for Ukraine, connecting Lviv with many international destinations. Technological support, in particular integration with international systems such as Eurocontrol, allows Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" to effectively interact with other airports and control centers, which, in turn, increases the level of flight safety.

The automated system of air traffic control of the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" includes some high-tech components that ensure effective air traffic control in the airport service area. One of the main components of this system is a complex of

automated controller workstations, which provide the ability to promptly monitor and control aircraft movement. To ensure flight safety, radar equipment is used, which allows obtaining accurate data on the location of aircraft in the airport area.

The airport's automated system of air traffic control also has integration with other national and international air traffic control systems, such as Eurocontrol, which ensures effective coordination between different airports and air routes. The characteristics of the automated system of air traffic control of the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" are presented in Table 5.

**Table 5 – The characteristics of the automated system of air traffic control of the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv"**  
(Source: Developed by the authors)

System components	Characteristic
System type	The automated system of air traffic control
Main purpose	Ensuring safety and effective air traffic management within the airport and surrounding airspace
Functionality	Monitoring and control of aircraft movements Coordination of takeoffs, landings and aircraft manoeuvres Interaction with meteorological stations and other airport subsystems Data exchange with other regional control centres
Interface	Interface for controllers that provides access to up-to-date information
Technologies	Radar equipment Navigation technologies Data exchange systems
Advantages	Improving flight safety Reducing the workload on controllers Increasing the efficiency of air traffic control
Integration with other systems	Interaction with other national and international air traffic control systems
Key components	Controller workstations Radar equipment Communication and data transmission systems

The main air traffic control bodies of the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" are the airport dispatch service and the State Enterprise "Ukraerorukh", which exercises control over air traffic in the airspace of Ukraine. Flight coordination and control over their execution are carried out through the issuance of takeoff and landing permits, flight routing and the provision of air navigation services using modern navigation systems. The automated system of air traffic control of the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" includes modern radar and navigation technologies as well as data exchange systems that ensure safety, accuracy and timeliness of management decisions. The system automates the processes of aircraft flow management, monitors and controls the movement of aircraft at all stages of their route (Table 6).

**Table 6 – The characteristics of the automated system of air traffic control of the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv"**  
(Ukrainian State Air Traffic Services Enterprise, 2025)

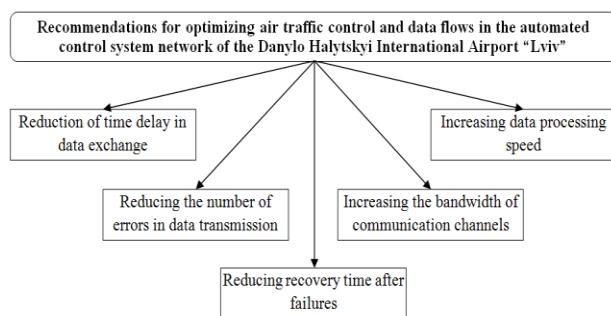
Management sphere	Functions and features
Management bodies	Airport Dispatch Service, State Enterprise "Ukraerorukh"
Flight coordination	Air traffic control, granting takeoff and landing permits, flight routing
Air navigation services	Using modern navigation systems to ensure flight accuracy
Communication system	Radio communications, satellite systems, automated dispatching complexes
Flight safety	Monitoring meteorological conditions, warning of possible risks
Interaction with airlines	Coordination of flight schedules, provision of information on air navigation conditions
Technological support	Automated air traffic control systems, modern radar systems
Infrastructure facilities	Control tower, flight control center, navigation towers
Compliance with international standards	Compliance with ICAO and European Organization for the Safety of Air Navigation (Eurocontrol) requirements

We analyzed the efficiency indicators of data flow management of the automated system of air traffic control network of the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" for the period 2021–2023. This allowed us to identify the main shortcomings in air traffic management and data flows management of the automated control system network at the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" (Table 7).

**Table 7 – Shortcomings in air traffic management and data flow management of the automated control system network at the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" for the period 2021–2023 (Source: Developed by the authors)**

Shortcoming	Characteristic
Increased latency in data exchange	In 2022, the increase latency in data exchange (0.3 sec.) was due to network overload or temporary technical problems, such as insufficient communication channel bandwidth or equipment malfunctions
Decrease in data processing speed	In 2022, the decrease in data processing speed (55 msec.) indicated insufficient computing power or inefficiency of the software responsible for data processing
Increased number of errors in data transmission	In 2022, the increase in data transmission errors (0.03%) was due to problems with communication equipment or network failures. This causes temporary data loss or incorrect transmission of information, which negatively affects the accuracy and reliability of the system
Reduction in communication channel bandwidth	In 2022, the communication channel bandwidth was reduced to 90 Mbps, indicating limitations in the communication infrastructure or the need to upgrade technical equipment to ensure uninterrupted operation with large volumes of data. This leads to delays in information transmission, which is critical for the safety and efficiency of air traffic control.
Increased recovery time after failures	In 2022, an increase in the time to restore communication after failures by 1.3 minutes was recorded, which indicates insufficient preparedness of the system for unforeseen failures or technical problems that may arise during operation. The recovery time in 2023 to 1 minute was an improvement, but still leaves room for further optimization

To eliminate shortcomings in air traffic management and data flows of the automated control system network at Danylo Halytskyi International Airport "Lviv", we have developed recommendations, which are schematically presented in Fig. 4.



**Figure 4 – Recommendations for improving air traffic management and data flow management in the automated system of air traffic control network of the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" (Source: Developed by the authors)**

Air traffic control and data processing are the main aspects for ensuring the safety and efficiency of modern airports. For Danylo Halytskyi International Airport "Lviv", this is a key factor, since the increase in air traffic requires high accuracy and efficiency of information exchange between various airport services.

Increasing the productivity of information systems, in particular, through the modernization of network equipment and the use of modern technologies, significantly reduces the risks of technical failures and optimizes the operation of all subsystems.

One of the biggest challenges is reducing delays in data exchange and increasing the speed of their processing, which can be achieved through the integration of high-performance server equipment, improving information processing algorithms and using cloud technologies.

Reducing errors in data transmission and increasing the bandwidth of communication channels are important areas for maintaining the stability of the airport. This requires regular updating of

network devices, optimizing data transmission through the implementation of reliable protocols and backup communication channels. The use of an intelligent error correction system, the use of error correction algorithms (Forward Error Correction), will allow automatically correcting error correction without resending data. Ensuring cybersecurity is an additional important element, since threats of interference with the system can cause serious consequences. It is also important to use monitoring and analytics systems to identify potential problems before they occur.

Recommendations include the implementation of a traffic prioritization system, increasing channel capacity, the use of modern data processing algorithms (using distributed database management systems (for example, PostgreSQL or MongoDB)), the use of cloud technologies to ensure resource scalability (namely, the use of hybrid solutions for processing large data streams), as well as the integration of artificial intelligence and machine learning to automate the processing of large data streams. All these measures will help ensure the reliability, speed and accuracy of information processing, which is critical for aviation safety. In addition, these measures will not only increase the efficiency of the airport's operations but also ensure its compliance with international aviation safety standards, which will increase its competitiveness in the global air transportation market.

A program has been developed to implement recommended measures to improve air traffic management and data flows at Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" (Table 8).

**Table 8 – Program for implementing measures to improve air traffic control and data flow management at the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" (Source: Developed by the authors)**

Directions	Activities	Responsible
Reducing of time delay in data exchange	Optimization of network equipment (upgrading switches and routers)	IT Department, Technical Department
	Implementation of a traffic prioritization system (QoS)	IT Department
	Increasing channel capacity, using reserve channels	IT Department, communication providers
	Automatic traffic monitoring to detect congestion	IT Department
Increasing data processing speed	Server hardware updates	IT department, Finance Department
	Software optimization (processing algorithm updates)	IT Department
	Transition to modern databases (distributed systems)	IT Department
	Cloud integration for load balancing	IT Department
Reducing the number of errors in data transmission	Transition to modern transmission protocols (IPv6)	IT Department
	Implementation of backup communication channels (satellite Internet, 5G)	IT Department, communication providers
	Using Forward Error Correction (FEC) Algorithms	IT Department
	Regular testing of communication equipment	Maintenance Department
Increasing the bandwidth of communication channels	Transition to fiber optic communication lines	IT Department, communication providers
	Using Multipath TCP	IT Department
	Router optimization and load balancing	IT Department
	Allocating separate channels for critical processes	IT Department
Reducing recovery time after failures	Implementation of automated diagnostic and troubleshooting systems	IT Department
	Duplication of critical components (servers, routers)	IT department, Finance Department
	Using AI to predict failures and optimize operations	IT Department
	Developing a detailed disaster recovery plan	IT Department, Technical Department

In our opinion, this program will improve the speed and stability of the automated control system, which will increase the efficiency of the airport and the level of flight safety. The proposed

measures will significantly increase the efficiency of air traffic control and improve the stability of the automated control system at the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv". The introduction of modern data transmission technologies, the reservation of critical channels, the optimization of network equipment and the use of artificial intelligence will help reduce delays, increase the speed of information processing and minimize failures. This, in turn, will positively impact the level of flight safety, the efficiency of dispatch services and the overall efficiency of the airport. Let us determine the cost of implementing the developed measures (Table 9).

**Table 9 – Costs for implementing a program to improve air traffic control and data flow management of the automated control system network at the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" (Source: Developed by the authors)**

Activities	Amount of expenses, thousand UAH
Implementation of an automated network monitoring and diagnostics system	180
Modernization of network equipment (routers, switches, servers)	220
Creation and configuration of backup communication channels (satellite, 5G, fiber optic lines)	150
Software updates for network devices	50
Conducting training for personnel on actions to take in the event of communication failures	30
Regular diagnostics and system stability testing	70
Administrative costs and unforeseen expenses	50
<b>Total expenses</b>	<b>750</b>

Therefore, the total amount of required investments is 750,000 UAH.

Table 10 shows the summary cash flow that the airport will receive as a result of improving air traffic management and data flows of the automated control system network.

**Table 10 – Consolidated statement of cash flows resulting from the implementation of measures to improve air traffic management and data flow management of the automated control system network, thousand UAH (Source: Developed by the authors)**

Time period, years	0	1	2	3
<b>Cash balance at the beginning of the period</b>	<b>0</b>	<b>(750)</b>	<b>(499,5)</b>	<b>(133,5)</b>
Operating profit PxN (P=105; N=6,000; 7,000; 8,000)		105 x 6,000 = 630,000	105 x 7,000 = 735,000	105 x 8,000 = 840,000
Fixed costs, FC		50,000	50,000	50,000
Variable costs, VxN (V=9)		9 x 6,000 = 54,000	9 x 7,000 = 63,000	9 x 8,000 = 72,000
<b>Cash flow from operating activities</b>		<b>526,000</b>	<b>622,000</b>	<b>718,000</b>
Payments for asset acquisition		-	-	-
Administrative costs and unforeseen expenses		-	-	-
<b>Cash flow from investing activities</b>		<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
Loan capital	(750)			
Loan repayments		(217)	(217)	(216)
Loan interest		(58,5)	(39,0)	(19,5)
<b>Cash flow from financing activities</b>		<b>(275,5)</b>	<b>(256)</b>	<b>(235,5)</b>
<b>Cash balance at the end of the period</b>	<b>(750)</b>	<b>(499,5)</b>	<b>(133,5)</b>	<b>349,0</b>

To determine the moment when the costs of implementing measures to improve air traffic management and data flows of the automated control system network at the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" will be fully compensated, that is, when the investments will begin to bring economic effect, the calculation of the payback period (Payback Period, PBP) was applied. This indicator allows us to estimate the time required for the net cash flows from the implementation of the measures to fully cover the initial costs. To accurately determine this moment, Formula 1 was used.

$$PBP = II / DACI, \quad (1)$$

where  $PBP$  is Payback Period;  $II$  is initial investments;  $DACI$  is Discounted Annual Cash Inflows.

Initial investments ( $II$ ) are the initial costs that are necessary to implement a project or make changes. One of the methods for assessing the profitability of such costs is the  $DACI$  method (Discounted Annual Cash Inflows). This approach involves analyzing the financial flows that a project or business generates annually, taking into account the time value of money. The method allows you to assess the effectiveness of the project, taking into account that money has different values at different points in time.

Discounted annual cash inflows ( $DACI$ ) are calculated using a special formula 2, which includes the time value of money and the net income received from activities:

$$DACI_t = CF_t / (1 + k)^t, \quad (2)$$

where  $CF_t$  is cash flows;  $k$  is discount rate;  $t$  is certain period of time.

Cash flows ( $CF_t$ ) are the amounts of cash inflows received over a certain period of time  $t$ , measured in years. They include both income and expenses arising from the implementation of a project or business. Cash flows are the main source of investment efficiency analysis and allow us to assess the financial result of the project in each year.

The discount rate ( $k$ ) is expressed in decimal form and is used to take into account the time value of money. Since cash flows received in the future have a lower value than today, the discount rate allows us to adjust them over time. This rate shows by what part of future income or expenses their value should be reduced to bring them to their present value. Thus, the discount rate provides a more accurate estimate of how much an investment is worth at the current moment.

Including the discount rate in the calculations makes it possible to determine the net present value (NPV) of cash flows, which reflects their total amount, taking into account future expenses and income. Net present value allows us to assess the effectiveness of investments, because if NPV is positive, it indicates that the project brings more revenue than the costs of its implementation and is profitable. Calculation of annual revenue volumes taking into account the discount rate allows for a more accurate determination of the real financial result of the project to improve air traffic management and data flows of the automated control system network at the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv", and facilitates planning and making informed decisions regarding further investments:

$$CF_1 = 526,000 \text{ UAH,}$$

$$CF_2 = 622,000 \text{ UAH,}$$

$$CF_3 = 718,000 \text{ UAH.}$$

The assessment of the presented cash revenues is a key stage in the analysis of the effectiveness of the project to improve air traffic management and data flows of the automated control system network at the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv". This process allows for the time value of money to be taken into account, which is important for the accurate calculation of the real value of future cash flows, since money that will be received in the future has a lower value due to inflation, risks, and opportunity costs. Discounting these cash flows using a discount rate allows you to bring them to their current value, which allows you to accurately assess the economic effect of the implementation of measures at the current point in time.

This approach is the basis for making informed investment decisions, as it allows you to determine whether it is worth investing in the project, taking into account the potential profit. In addition, the assessment of the presented cash flows allows you to compare possible investment alternatives, taking into account their profitability and risks, which helps to choose the most effective and profitable ways for the development of the airport:

$$DACI_1 = 526 / (1 + 0.09)^1 = 483,000 \text{ UAH,}$$

$$DACI_2 = 622 / (1 + 0.09)^2 = 524,000 \text{ UAH,}$$

$$DACI_3 = 718 / (1 + 0.09)^3 = 554,000 \text{ UAH.}$$



Based on the results of calculating the payback period for the implementation of the project to improve air traffic management and data flows of the automated control system network at the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv", Table 11 was constructed.

**Table 11 – Calculation of the payback period of costs resulting from the implementation of the project to improve air traffic management and data flows of the automated control system network at the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv", thousand UAH (Source: Developed by the authors)**

Time period, years	0	1	2	3
Cash receipts, thousand UAH		483	524	554
Initial investments, thousand UAH	-750			
Coverage of the amount of expenses (investments), thousand UAH	-750	-267	257	811
Payback period, years	x	x	1 year 6 months	x

Analysis of Table 11 allows us to conclude the effectiveness of the implementation of the project to improve air traffic management and data flows of the automated control system network at the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv". The initial investment of 750,000 UAH is gradually covered by the cash receipts received. In the 2nd year, costs are covered, which makes it possible to determine the payback period at 1 year and 6 months. This indicates a quick return on investment, which is a sign of high project efficiency.

Thus, the project to improve air traffic management and data flows of the automated control system network at the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" is effective, since it allows you to return the initial investment within a relatively short time (1 year and 6 months).

The positive dynamics of cash receipts indicate the potential of the project in terms of revenue and profit growth in the future. Therefore, investments in this project will not only cover costs but also create conditions for further financial growth of the airport. Optimization of delay time, increasing data processing speed, reducing errors in information transmission, and increasing network bandwidth will contribute to reducing risks and costs. Thanks to the improvement of the technical infrastructure, the airport will be able to improve coordination between services, increase productivity, and increase competitiveness.

## References

- Abdulhak, S., Carvette, A., Shen, K., Goldman, R., Tuck, B., & Li, M. Z. (2024). User Feedback-Informed Interface Design for Flow Management Data and Services (FMDS). *arXiv preprint arXiv:2402.12635*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2402.12635>
- Aditya, V., Aswin, D. S., Dhaneesh, S. V., Chakravarthy, S., Kumar, B. S., & Venkadavaran, M. (2024). A review on air traffic flow management optimization: trends, challenges, and future directions. *Discover Sustainability*, 5(1). <https://doi.org/10.1007/s43621-024-00781-7>
- Bao, J., Kang, J., Zhang, J., Zhang, Z., & Han, J. (2025). A dynamic control method for airport ground movement optimization considering adaptive traffic situation and data-driven conflict priority. *Journal of Air Transport Management*, 124, 102753. <https://doi.org/10.1016/j.jairtraman.2025.102753>
- Brusakova, O. V. (2019). State Regulation of the Use of Ukrainian Airspace [In Ukrainian]. *Scientific Journal of Public and Private Law*, 6, 142–148. <https://doi.org/10.32844/2618-1258.2019.6.24>
- Chen, Y., Zhao, Y., & Wu, Y. (2024). Recent progress in air traffic flow management: A review. *Journal of Air Transport Management*, 116, 102573. <https://doi.org/10.1016/j.jairtraman.2024.102573>
- Hu, H., Sun, J., & Du, B. (2025). Air Traffic Management in Dense Airspace via Network Flow Optimization. *Journal of Aerospace Information Systems*, 1–14. <https://doi.org/10.2514/1.1011474>
- Jameel, M., Tyburzy, L., Gerdes, I., Pick, A., Hunger, R., & Christoffels, L. (2023). Enabling Digital Air Traffic Controller Assistant through Human-Autonomy Teaming Design. 2023 IEEE/AIAA 42nd Digital Avionics Systems Conference (DASC), 1–9. <https://doi.org/10.1109/dasc58513.2023.10311220>
- Kalashnyk, G., & Kalashnyk-Rybalko, M. (2024a). Architectural Features of a Promising Intelligent Space Weather Data Processing System for Increasing the Efficiency of Radio Equipment of Civil Aviation for the Conditions of Ukraine. In *International Conference of Young Professionals "GeoTerrace-2024"* (pp. 1–5). Cham: European Association of Geoscientists & Engineers. <https://doi.org/10.3997/2214-4609.2024510090>
- Kalashnyk, G., & Kalashnyk-Rybalko, M. (2024b). Methodology for ensuring the functional stability of aircraft integrated modular avionics complex. *Science and technology of the Ukrainian Air Force*, 4(53), 30–40. <https://doi.org/10.30748/htps.2023.53.04>
- Kang, J., Bao, J., Zhang, Z., Zhang, J., & Wang, W. (2025). Dynamic Routing and Scheduling Approach for Aircraft Taxi Automation with Adaptive Surface Situation. *Journal of Aerospace Information Systems*, 22(3), 189–201. <https://doi.org/10.2514/1.1011486>
- LLC Clarity App. (2021). *Financial Reporting of State Enterprise "Lviv Danylo Halytskyi International Airport" for 2021*, Legal ID 33073442 [In Ukrainian]. Clarity Project. [https://clarity-project.info/edr/33073442/yearly-finances?current\\_year=2021](https://clarity-project.info/edr/33073442/yearly-finances?current_year=2021)
- LLC Clarity App. (2022). *Financial Reporting of State Enterprise "Lviv Danylo Halytskyi International Airport" for 2022*, Legal ID 33073442 [In Ukrainian]. Clarity Project. [https://clarity-project.info/edr/33073442/yearly-finances?current\\_year=2022](https://clarity-project.info/edr/33073442/yearly-finances?current_year=2022)
- LLC Clarity App. (2023). *Financial Reporting of State Enterprise "Lviv Danylo Halytskyi International Airport" for 2023*, Legal ID 33073442 [In Ukrainian]. Clarity Project. [https://clarity-project.info/edr/33073442/yearly-finances?current\\_year=2023](https://clarity-project.info/edr/33073442/yearly-finances?current_year=2023)

## Conclusions

Effective air traffic management and data flows in the automated control system network are extremely important for ensuring the safety, reliability and efficiency of air transportation at modern airports, in particular the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv". The situation requires constant modernization of the infrastructure to reduce the risks associated with technical failures.

Recommendations for improving the technical infrastructure at the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" are proposed. Optimization of communication channels, reducing delays in data exchange and increasing system throughput have a direct impact on the efficiency and accuracy of air traffic management, as well as on the efficiency of airport operations. All the proposed recommendations contribute to improving the quality of service, increasing flight safety and overall efficiency of operations.

The program to improve air traffic control and data flows of the automated control system network of the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" is proposed. The main measures envisaged by the program include the implementation of an automated monitoring system, modernization of network equipment, creation of backup communication channels and software updates for network devices. The estimated costs for these measures are 750,000 UAH.

The implementation of the program will significantly improve key airport performance indicators, such as reducing the delay time in data exchange, increasing the speed of data processing, reducing the number of errors in data transmission and increasing the bandwidth of communication channels. As a result of the measures taken to modernize the flight control system, the Danylo Halytskyi International Airport "Lviv" should ensure reliable and safe operation of air traffic, which allows for the rapid restoration of air transportation after significant obstacles, such as the temporary suspension of flights due to the military aggression of the Russian Federation.

To assess the effectiveness of the program, a consolidated cash flow statement was calculated, which shows positive profitability dynamics already 3 years after implementation. In addition, by calculating the Payback period, it was determined that the investments will begin to have an economic effect in 1 year and 6 months. As a result of the implementation of this program, the airport will not only improve its technical infrastructure, but also ensure increased competitiveness, reduced costs and increased flight safety. This will contribute to increasing the competitiveness of the airport and its compliance with international safety standards.

- Mashkov, O., Bychkov, A., Kalahnik, G., Shevchenko, V., & Vyshemyrska, S. (2022). Application of the Theory of Functional Stability in the Problems of Covering Territories by Sensory Networks. In *International Scientific Conference "Intellectual Systems of Decision Making and Problem of Computational Intelligence"* (pp. 266-285). Cham: Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-16203-9\\_16](https://doi.org/10.1007/978-3-031-16203-9_16)
- Ministry of Transport of Ukraine. (2010). *On Approval of the Instruction on the Organization and Implementation of Objective Control in Air Traffic Services and Production Activities of Civil Aviation of Ukraine, Order No. 872* [In Ukrainian]. Verkhovna Rada of Ukraine. <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z1103-03>
- Permiakov, O., Korolyuk, N., Golubnychiy, D., & Skoropaniuk, P. (2021). Algorithm of multifractal loading balance of special purpose information telecommunications networks [In Ukrainian]. *Modern Information Technologies in the Sphere of Security and Defense*, 42(3), 63–70. <https://doi.org/10.33099/2311-7249/2021-42-3-63-70>
- Pinto Neto, E. C., Baum, D. M., Almeida, J. R. de, Camargo, J. B., & Cugnasca, P. S. (2023). Deep Learning in Air Traffic Management (ATM): A Survey on Applications, Opportunities, and Open Challenges. *Aerospace*, 10(4), 358. <https://doi.org/10.3390/aerospace10040358>
- Ukrainian State Air Traffic Services Enterprise. (2025). Official website of Ukrainian State Air Traffic Services Enterprise (UkSATSE). <http://uksatse.ua>
- Vaidya, P., & Kamdar, V. (2025). A Modern Approach to Real-Time Air Traffic Management System. *arXiv preprint arXiv:2504.03652*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2504.03652>
- Wang, H., Huang, J., Deng, T., & Song, Z. (2023). Evaluation and Optimization of Air Traffic Complexity Based on Resilience Metrics. *Journal of Advanced Transportation*, 2023, 1–16. <https://doi.org/10.1155/2023/5692934>
- Xie, Y., Pongsakornsathien, N., Gardi, A., & Sabatini, R. (2021). Explanation of Machine-Learning Solutions in Air-Traffic Management. *Aerospace*, 8(8), 224. <https://doi.org/10.3390/aerospace8080224>
- Yousefzadeh Aghdam, M., Kamel Tabbakh, S. R., Mahdavi Chabok, S. J., & Kheyraadi, M. (2021). Optimization of air traffic management efficiency based on deep learning enriched by the long short-term memory (LSTM) and extreme learning machine (ELM). *Journal of Big Data*, 8(1). <https://doi.org/10.1186/s40537-021-00438-6>

# Transfer Function of a Time-Varying Control System Considering Actuator Inertia

Volt Avdieiev 

**Purpose.** Methodological support for building an algorithm for determining the transfer function (TF) of a link, which, considering the actuator dynamics and the disturbed motion of the mass center, is equivalent on a selected trajectory section to a time-varying control system (TCS) for the rocket movement in one plane. **Design / Method / Approach.** TCS is modeled using differential equations with changing coefficients. To define the type of TF, the Laplace transformation of the equations is performed, while its coefficients are determined by finding the equivalence criterion extreme of the output signals of the TCS and the link under the action of the test signal. **Findings.** The example of the TCS for the rocket movement in the yaw plane shows the possibility of an algorithm constructing for studying its dynamic characteristics by using the mathematical apparatus of linear stationary systems. **Theoretical Implications.** Finding the extreme of the equivalence criterion of the TCS and the link using the Levenberg-Marquardt method, with the coordinates of the extreme point being the arguments of the TF coefficients. **Practical Implications.** Using the TF of equivalent link, it is possible to obtain for the selected trajectory section a quantitative estimate of the stability margin, the duration of the transient process, the accuracy of disturbance compensation, and the transmission coefficient depending on the signal frequency input. The obtained results contribute to the methodological base expansion for linear time-varying systems research. **Originality / Value.** Analytical solution of the link differential equation for a test signal in the form of a sequence of rectangular and parabolic pulses using the Laplace transform. This will make it possible to obtain estimates of individual indicators of systems with time-varying parameters by using the mathematical apparatus of stationary systems. **Research Limitations / Future Research.** The algorithm is for the case of TCS of a rocket motion in one plane developed. The next stage of the study is to assess the algorithm complexity level as the order of the TCS mathematical model increases. **Article Type.** Methodological.

## Keywords:

time-varying control system, transfer function, equivalence criterion

**Мета.** Методичне забезпечення побудови алгоритму визначення передатної функції (ПФ) ланки, яка з урахуванням динаміки виконавчого пристрою та збуреного руху центру мас є еквівалентною на обраній ділянці траєкторії нестационарній системі керування (НСК) рухом ракети в одній площині. **Дизайн / Метод / Підхід.** Модель НСК це диференціальні рівняння зі змінними коефіцієнтами. Для визначення типу ПФ проводиться перетворення рівнянь за Лапласом, а її коефіцієнти визначають шляхом знаходження екстремуму критерію еквівалентності вихідних сигналів НСК і ланки під дією тестового сигналу. **Результати.** На прикладі НСК рухом ракети у площині ристання показана можливість побудови алгоритму дослідження її динамічних характеристик шляхом використання математичного апарату лінійних стаціонарних систем. **Теоретичне значення.** Використання методу Левенберга-Марквардта для знаходження екстремуму критерію еквівалентності НСК і ланки, координати екстремальної точки якого є аргументами коефіцієнтів ПФ. **Практичне значення.** Спираючись на ПФ еквівалентної ланки, можна отримати для вибраної ділянки траєкторії кількісну оцінку запасу стійкості, тривалості перехідного процесу, показників точності компенсації збурень і коефіцієнта передачі залежно від частоти вхідного сигналу. Отримані результати сприяють розширенню методичної бази дослідження лінійних нестационарних систем. **Оригінальність / Цінність.** Аналітичне рішення диференційного рівняння ланки при тестовому сигналі у вигляді послідовності імпульсів прямокутної і параболічної форми з використанням перетворення Лапласа. Це дасть можливість отримати оцінки окремих показників систем із змінними у часі параметрами шляхом використання математичного апарату стаціонарних систем. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** Алгоритм розроблено для НСК ракети в одній площині. Наступний етап дослідження це оцінка рівня складності алгоритму розрахунків при збільшенні порядку математичної моделі НСК. **Тип статті.** Методична.

## Ключові слова:

нестационарна система керування, передатна функція, критерій еквівалентності

## Contributor Details:

Volt Avdieiev, Dr. Sc., Prof., Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, [voltavde@i.ua](mailto:voltavde@i.ua)



Time-varying control system (TCS) are a wide range of processes, ranging from rocket and space technology, production technology, turbofan engines, etc.; their analysis and synthesis is a complex mathematical problem, the solution of which has so far been obtained only for individual cases (Stenin et al., 2023). Most works on TCS in various versions of the problem statement consider the issue of synthesizing the optimal control law and ensuring stability. A sample data management algorithm has been developed for the case of linear TCSs, an asymptotic stability criterion has been substantiated (Zhang et al., 2019), and a stability criterion for the class of systems with piecewise constant parameters has been derived (Briat, 2015).

The traditional mathematical apparatus for analyzing linear stationary systems, for example, the Laplace transform, TF, characteristic polynomial, and frequency response, is used in the study of TCS, where the change in parameters depending on time has known limitations. This makes it possible to obtain approximate estimates of individual dynamic characteristics, in particular, the stability margin, the type and duration of the transient process of disturbance compensation. It is shown that uniform complete controllability of continuous TCS is equivalent to the possibility of arbitrary placement of the characteristic polynomial roots. The main components of the proof are the reduction of the system to an upper triangle and the use of the concept of uniform complete stabilization (Babiarz et al., 2021).

Using the example of a TCS with rocket rotational motion in one plane without taking into account the actuator inertia and the disturbed motion of the mass center, the possibility of using the Laplace transform to determine the amplitude stability margin and the phase stability margin is shown. The variable components of the model coefficients depending on time are presented in the form of a polynomial (Avdieiev & Alexandrov, 2023) and in the form of a sum of exponential functions (Avdieiev & Alexandrov, 2024). For the given data example, the error in determining these indicators is within 20–30%. An algorithm for calculating the TF coefficients of a second-order link is proposed, which is equivalent to the TCS in terms of dynamic characteristics on the selected section of the trajectory (Avdieiev, 2024). Algorithms for the TCS synthesis, some of the model parameters of which are in the uncertainty zone have been developed using the mathematical apparatus of linear matrix inequalities, (Nguyen & Banjerdpongchai, 2011), observation devices (Akremi et al., 2023), and sensor signals of the state vector individual coordinates (Avdieiev, 2021).

The example of a spacecraft orientation system with a magnetic drive shows the effectiveness of using Lyapunov differential equations in terms of ensuring stability indicators and finding a compromise between the adjustment time and the power requirements of the control system (Zhou, 2021). Based on the mathematical apparatus of Lyapunov functions, various approaches to ensuring the stability indicators of TCS have been developed. In particular, the inverse Lyapunov theorem for asymptotic stability has been proven (Kawano, 2020), an eigenvalue criterion has been proposed, and a condition for linear matrix inequalities has been obtained, which, compared with existing results, expands the range of TCS characteristics for which the obtained indicators retain their values (Chen & Yang, 2016). A systematic method for constructing Lyapunov functions for scalar linear systems is proposed, and a stability criterion for systems with piecewise constant parameters is proved (Zhou et al., 2020). It is proved that the TCS asymptotic stability occurs under the condition of negative real parts of the matrix eigenvalues and a certain limit on the rate of the parameters change, as well as under complete controllability (Guo & Rugh, 1995). It is shown that the complete TCS controllability implies the existence of feedback, and its connection with the Lyapunov exponent in stability theory is established (Anderson et al., 2013).

In addition to the requirement of a given stability margin, the TCS is required to ensure accuracy with the limited actuator power. The synthesis of optimal control laws for time-varying objects in the general case is a complex problem that cannot be solved analytically, which is associated with the solving complexity of the vector-matrix Riccati equation. An approach to solving the problem of the control law synthesis for one class of linear TCSs is proposed, which is based on the Pontryagin maximum principle. To establish the connection between the auxiliary vector and the state vector, the fundamental matrix of the system of simplified equations is used,

which is determined by using the mathematical apparatus of Walsh functions. Since the mathematical model parameters are piecewise constant functions, it becomes possible to significantly simplify their practical implementation compared to matrices obtained based on the Riccati equation (Stenin et al., 2019).

Predictive control with model is a proven method to achieve optimal performance for linear system with constant parameters, while for time-varying one its use requires significant complications. An approximate optimal solution to the problem of predictive control of a non-stationary system for the Q-LPV class is proposed (Mate et al., 2023).

As is known, despite its high performance, predictive control requires significant computational resources, which complicates its implementation. The latest approach to this problem solving is to use a strategy that provides a solution to the control problem with limited computational capabilities. An example of its implementation is given for discrete TCS (Amiri & Hosseinzadeh, 2025).

The possibility of using the developed mathematical apparatus of stationary systems for studying TCS by rocket motion is provided by the method of frozen coefficients, known in the last century, according to which the coefficients of the TCS model in a small interval of a selected trajectory point are taken as constant. The disadvantage of this method is the dependence of the obtained estimates on the distance of the interval point to its middle.

The algorithm for determining a second-order stationary link, which in terms of dynamic characteristics is equivalent to the TCS of the rocket motion on a selected trajectory section, was proposed in work (Avdieiev, 2025), where the average quantitative assessment of equivalence for the section is found by iteration. This work does not consider the actuator inertia and the disturbed motion of the mass center in the direction perpendicular to the trajectory plane, which reduces the estimates reliability of the TCS dynamic characteristics, in particular, the size of its stability region in the space of the control law coefficients.

Analysis of available sources shows that most of them are devoted to obtaining theoretical results, while the development of methodological support of applied value for the design of aircraft motion control systems, in particular missiles and spacecraft, is not given due attention. This work sets the task of developing a methodological support for constructing an algorithm for determining the transfer function of a link, which, taking into account the actuators inertia and the disturbed motion of the mass center, is equivalent to a time-varying control system of missile motion in one plane on a selected trajectory section. This allows us to use the mathematical apparatus of stationary systems to estimate the stability margin, static error of disturbance compensation, and other indicators.

## Problem statement

The TCS equation for rocket motion in one plane, for example, yaw, considering the actuator inertia and the disturbed motion of the mass center (Avdieiev, 2021):

$$\dot{x} = a(t) \cdot x + f(t), \quad (1)$$

where

$$a(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{\psi\psi}(t) & 0 & 0 & a_{\psi\delta}(t) & 0 \\ a_{z\psi}(t) & 0 & 0 & a_{z\delta}(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \mu \cdot k_{\psi} & \mu \cdot k'_{\psi} & \mu \cdot k'_z & -\mu & -\mu \cdot \xi \cdot T \end{bmatrix},$$

$$f(t) = c \cdot f_z(t), \quad c = [0 \ k_m \ 1 \ 0 \ 0]^T;$$

$$x = [\psi \ \dot{\psi} \ V_z \ \delta \ \dot{\delta}]^T,$$

where  $a_{\psi\psi}(t)$ ,  $a_{\psi\delta}(t)$ ,  $a_{z\psi}(t)$ ,  $a_{z\delta}(t)$  are parameters of the TCS model depending on time  $t$ ;  $\xi$ ,  $T$  are damping coefficient and time constant of the actuator;  $f_z(t)$  is a perturbing acceleration of the rocket mass center;  $k_m$  is a coefficient that takes into account the distance between the mass center and the point of application of the resultant aerodynamic forces, as well as the ratio between the moment of inertia and the mass;  $k_{\psi}$ ,  $k'_{\psi}$ ,  $k'_z$  are control law coefficients;  $\mu = 1/T^2$ . The coordinates of the vector  $x$  are the following quantities:  $\psi$ ,  $\dot{\psi}$  are yaw angle and its derivative with respect to time;  $V_z$  is a projection of the velocity of the disturbed motion of

the mass center onto the axis perpendicular to the trajectory plane;  $\delta$ ,  $\dot{\delta}$  are an equivalent angle of the actuator rudder rotation and its derivative. If in a small neighborhood of the selected trajectory point the elements of the matrix  $\mathbf{a}$  in equation (1) are considered constant, then the equation (1) can be transformed by Laplace, and five TF can be obtained:

$$w_i(s) = \frac{x_i(s)}{f_z(s)} = \frac{M_i(s)}{Q(s)} = \frac{\sum_{j=0}^3 q_{mij} \cdot s^j}{s^5 + \sum_{j=0}^4 q_j \cdot s^j}, \quad i = 1 \dots 5 \quad (2)$$

The task is to develop a methodological support for constructing an algorithm for determining a link that, from the point of view of the selected criterion, is equivalent to the TCS of the rocket's motion in one plane on a certain trajectory section and has a TF of the form (2).

### The problem solution

Based on (1), the coefficients of the characteristic polynomial  $Q(s)$  in a small neighborhood of time  $t$  depending on the elements of the matrix  $\mathbf{a}(t)$  are as follows:

$$\begin{aligned} q_0(t) &= \mu \cdot k'_z \cdot [a_{\psi\psi}(t) \cdot a_{z\delta}(t) - a_{\psi\delta}(t) \cdot a_{z\psi}(t)], \\ q_1(t) &= -\mu \cdot [a_{\psi\psi}(t) + a_{\psi\delta}(t) \cdot k_\psi], \\ q_2(t) &= -\mu \cdot [a_{z\delta}(t) \cdot k'_z + a_{\psi\delta}(t) \cdot k'_\psi + \zeta \cdot T \cdot a_{\psi\psi}(t)], \\ q_3(t) &= \mu - a_{\psi\psi}(t), \quad q_4 = \mu \cdot \zeta \cdot T. \end{aligned} \quad (3)$$

The sequence of actions for determining the coefficients of the TF of the form (2) does not depend on the number of the vector  $\mathbf{x}$  coordinate, so let's consider it using the example of the coordinate  $x_1 = \psi$ . Based on model (1), the coefficients of the numerator of the TF  $w_1(s)$  in a small neighborhood of time  $t$  are determined:

$$\begin{aligned} q_{m0}(t) &= \mu \cdot k'_z [a_{\psi\delta}(t) - k_m \cdot a_{z\delta}(t)], \\ q_{m1} &= k_m \cdot \mu, \quad q_{m2} = k_m \cdot \mu \cdot \zeta \cdot T, \quad q_{m3} = k_m \end{aligned} \quad (4)$$

A link with a TF of the form (2) is taken to be equivalent to a TCS on a certain trajectory section in terms of dynamic characteristics, when the criterion for the difference of the output signals of the TCS and the link in the searching process in the four-dimensional space of the quantities  $a_{\psi\psi}, a_{\psi\delta}, a_{z\delta}, a_{z\psi}$  will take a minimum value. The coordinates of the output signals vector are the yaw angle  $\psi$  and its four time derivatives. The linear differential equation of the link that follows from TF (2), for the coordinate  $\psi$ , is as follows:

$$\psi(t)^{(5)} + \sum_{i=0}^4 q_i \cdot \psi(t)^{(i)} = \sum_{i=0}^3 q_{mi} \cdot f_z(t)^{(i)}, \quad (5)$$

where the superscripts define the time derivative of the corresponding order.

The input signal  $f_z(t)$ , necessary for the emergence of a transient process of disturbance compensation, depends, in particular, on the estimate of the transient process duration at the midpoint of the selected trajectory interval. The paper considers a variant of the disturbance  $f_z(t)$  at the input of TCS and at the input of the link with the TF of the form (2) as a sequence of four pulses: figure 1 – test signal as rectangular pulses, figure 2 – test signal as pulses in the shape of parabola. As a equivalence criterion the TCS and the link, we take the average on the selected trajectory section for  $n$  moments of time the value of the modulus of the coordinates difference of the TCS output signal vector  $\psi_z$  and the link output signal vector  $\psi_a$  with the signal  $f_z(t)$  at their inputs. The vector  $\psi_z$  at  $n$  points of the trajectory section is the result of the numerical solution of equation (5) considering the time dependence of the coefficients (3, 4) and remains constant in the process of finding the minimum criterion. The vector  $\psi_a$  at  $n$  points of the trajectory section is determined by analytically solving equation (5) depending on the values  $a_{\psi\psi}, a_{\psi\delta}, a_{z\delta}, a_{z\psi}$ , which vary in the process of the criterion minimum finding. The presence of an analytical solution significantly reduces the duration of the iterative process of the minimum finding. Thus, the equivalence criterion of the TCS and the link can be written as

$$\begin{aligned} R(a_{\psi\psi}, a_{\psi\delta}, a_{z\psi}, a_{z\delta}) &= \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^5 |\psi_{zik} - \psi_{aik}(a_{\psi\psi}, a_{\psi\delta}, a_{z\psi}, a_{z\delta})| / x_{mk}, \end{aligned} \quad (6)$$

here  $x_m$  is an array of numbers for transition to dimensionless coordinates.

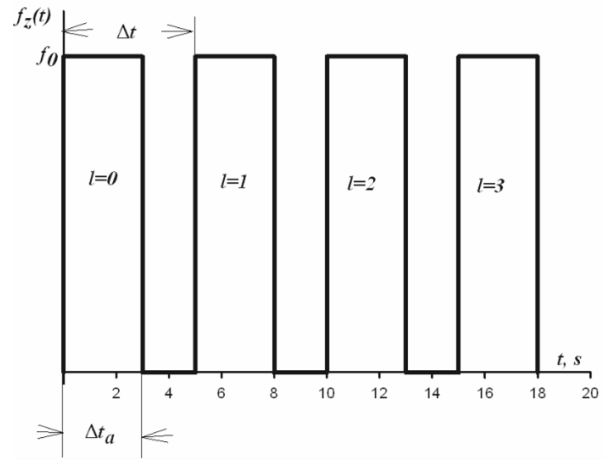


Figure 1 – Test signal as rectangular pulses (Source: author)

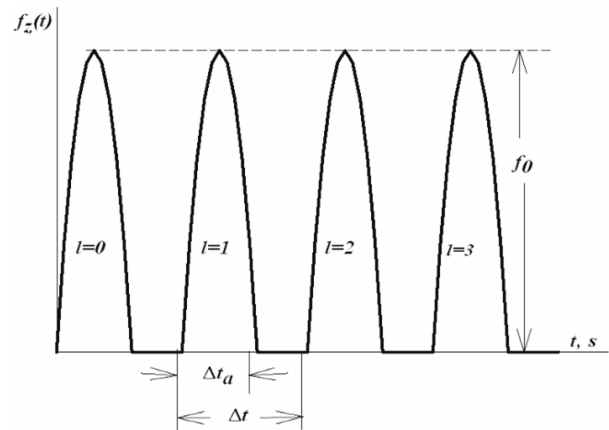


Figure 2 – Test signal as pulses in the shape of parabola (Source: author)

As a result of the criterion (6) minimum found in the four-dimensional space  $a_{\psi\psi}, a_{\psi\delta}, a_{z\psi}, a_{z\delta}$  the TF coefficients of the form (2)  $q_{m0}, q_0, q_1, q_2, q_3$  are determined, which in the relations (3, 4) depend on time. The search for the minimum of criterion (6) is carried out by the Levenberg-Marquardt method, the efficiency of which in terms of time consumption depends on the choice of the algorithm for the analytical solution of the differential equation (5) for the test signal  $f_z(t)$  (Fig. 1, 2). According to Fig. 1

$$f_z(t) = \begin{cases} f_0 & 0 \leq t - \Delta t \cdot l \leq \Delta t_a \\ 0 & \Delta t_a < t - \Delta t \cdot l < \Delta t \end{cases} \quad l = 0 \dots 3, \quad (7)$$

where  $l, \Delta t_a$  are pulse number and its duration;  $4\Delta t$  is an interval of the trajectory section to which the equivalent link corresponds.

The Laplace transform of the differential equation (5) with zero initial values and a constant perturbation  $f_0$  gives the image of the first coordinate of the link output signal vector

$$\psi(s) = \frac{q_{m0} \cdot f_0}{s \cdot Q(s)}.$$

As is known from the operational calculus theory, the original of this image

$$\psi(t) = q_{m0} \cdot f_0 \cdot \left( \frac{1}{q_0} + \sum_{k=0}^4 \frac{e^{s_k t}}{s_k \cdot dQ_s(s_k)} \right), \quad (8)$$

$$dQ_s(s_k) = \frac{dQ}{ds}(s_k) = 5s_k^4 + \sum_{j=0}^3 q_{j+1} \cdot (j+1) \cdot s_k^j$$

where  $s_k$  is the root of the polynomial  $Q(s)$  with number  $k$ .

The next four coordinates of the output signal vector of the link

$$\psi^{(i)}(t) = q_{m0} \cdot f_0 \cdot \left( \sum_{k=0}^4 \frac{s_k^{i-1} \cdot e^{s_k t}}{dQ_s(s_k)} \right), \quad i = 1 \dots 4. \quad (9)$$

The relation (8, 9) is an analytical solution of equations (5) for the input signal (7), but when the signal shape changes (Fig. 1, 2), the initial values components, which are the result of the solution for the previous shape, should be added to it.

Based on the operational calculus rules, the image component of the first coordinate of the output signal vector of the link taking in account five initial values  $\psi_0^{(i)}$

$$\psi_{st}(s) = \frac{F(s)}{Q(s)}, \quad F(s) = \sum_{k=0}^3 b_k \cdot s^k + s^4 \cdot \psi_0^{(0)}, \quad (10)$$

$$b_k = \psi_0^{(4-k)} + \sum_{i=0}^{3-k} q_{i+k+1} \cdot \psi_0^{(i)}.$$

Original of image (10) according to the operational arithmetic rules

$$\psi_{st}^{(0)}(t) = \sum_{k=0}^4 \frac{F(s_k)}{dQ_s(s_k)} \cdot e^{s_k \cdot t}. \quad (11)$$

The following four components determined by the initial values of the coordinates of the vector of the link's output signal:

$$\psi_{st}^{(i)}(t) = \sum_{k=0}^4 \frac{F(s_k) \cdot s_k^i}{dQ_s(s_k)} \cdot e^{s_k \cdot t}, \quad i = 1..4. \quad (12)$$

The obtained analytical solution (8-12) of the differential equation (5) considering the initial values, which are updated when the shape of the test disturbance signal (7) changes, is used to find the minimum of criterion (6) by the Levenberg-Marquardt method in the four-dimensional space of quantities  $a_{\psi\psi}$ ,  $a_{\psi\delta}$ ,  $a_{z\psi}$ ,  $a_{z\delta}$ .

For the case of a test signal  $f_z(t)$  in the form of a sequence of pulses of parabolic form (Fig. 2), the analytical solution of the differential equation (5) can also be obtained using the operational calculus rules.

In the interval of one pulse, the test signal is a parabola

$$f_z(\tau) = a\tau^2 + b\tau + d, \quad \tau = 0 \dots \Delta t_a, \quad (13)$$

where  $a = \frac{-4f_0}{\Delta t_a^2}$ ,  $b = \frac{4f_0}{\Delta t_a}$ ,  $d = 0$ .

From TF (2) Laplace transform of the yaw angle

$$x_1(s) = \psi(s) = f_z(s) \cdot M_1(s) / Q(s), \quad (14)$$

$$M_1(s) = \sum_{k=0}^3 qm_k \cdot s^k$$

Differential equation of the equivalent link according to (13, 14)

$$\begin{aligned} \psi^{(5)} + \sum_{k=0}^4 q_k \cdot \psi^{(k)} &= qm_0 \cdot (a\tau^2 + b\tau) + \\ &+ qm_1 \cdot (2a\tau + b) + 2qm_2 \cdot a = \\ &= v_0 + v_1 \cdot \tau + v_2 \cdot \tau^2. \end{aligned} \quad (15)$$

The variant of sequential actions for obtaining the solution of equation (15) is as follows.

The Laplace transformation of (15) gives

$$\psi(s) \cdot Q(s) = \frac{v_0 \cdot s^2 + v_1 \cdot s + 2v_2}{s^3} = \frac{P(s)}{s^3},$$

therefore, the second derivative of the solution

$$\begin{aligned} \ddot{\psi}(\tau) &= \psi^{(2)}(\tau) = L^{-1} \left\{ \frac{P(s)}{s \cdot Q(s)} \right\} = \\ &= \frac{2v_2}{q_0} + \sum_{k=0}^4 \frac{P(s_k)}{s_k \cdot dQ_s(s_k)} \cdot e^{s_k \cdot \tau}, \end{aligned}$$

where the symbol  $L^{-1}$  means the inverse Laplace transform, i.e. the transition from the image to the original.

Higher-order derivatives according to the operational calculus rules

$$\psi^{(l)}(\tau) = \sum_{k=0}^4 \frac{P(s_k) \cdot s_k^{l-3}}{dQ_s(s_k)} \cdot e^{s_k \cdot \tau}, \quad l = 3, 4; \quad (16)$$

First and zero order derivatives

$$\begin{aligned} \dot{\psi}(\tau) &= \int_0^\tau \ddot{\psi}(\tau_1) \cdot d\tau_1 = \\ &= \frac{2v_2}{q_0} \cdot \tau + \sum_{k=0}^4 \frac{B_k \cdot e^{s_k \cdot \tau_1}}{s_k} \Big|_0^\tau = \\ &= \frac{2v_2}{q_0} \cdot \tau + \sum_{k=0}^4 \frac{B_k \cdot (e^{s_k \cdot \tau} - 1)}{s_k}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$B_k = \frac{P(s_k)}{s_k \cdot dQ_s(s_k)},$$

$$\psi(\tau) = \psi^{(0)}(\tau) = \int_0^\tau \dot{\psi}(\tau_1) \cdot d\tau_1 =$$

$$= \frac{v_2 \cdot \tau^2}{q_0} + \sum_{k=0}^4 \left\{ \frac{B_k}{s_k^2} \cdot (e^{s_k \cdot \tau} - 1) - \frac{B_k}{s_k} \cdot \tau \right\}. \quad (18)$$

The obtained solutions (16-18) of equation (15) for the case of a parabolic test pulse (Fig. 2) can be used to determine the output signal of the equivalent circuit for a sequence of test pulses in the form of a parabola, taking into account the initial conditions when changing the waveform similarly to a sequence of rectangular pulses.

Let us consider the definition of the link, which on the selected trajectory interval is equivalent to the TCS of the rocket motion in the yaw plane, using the data example dependences on the time of the model (1) coefficients (Source: author):  $a_{\psi\psi}(t)$  – figure 3,  $a_{\psi\delta}(t)$  – figure 4,  $a_{z\psi}(t)$  – figure 5,  $a_{z\delta}(t)$  – figure 6. As is known, the instability in time of the model (1) coefficients is caused by a change in the rocket mass-inertial characteristics, speed and flight altitude.

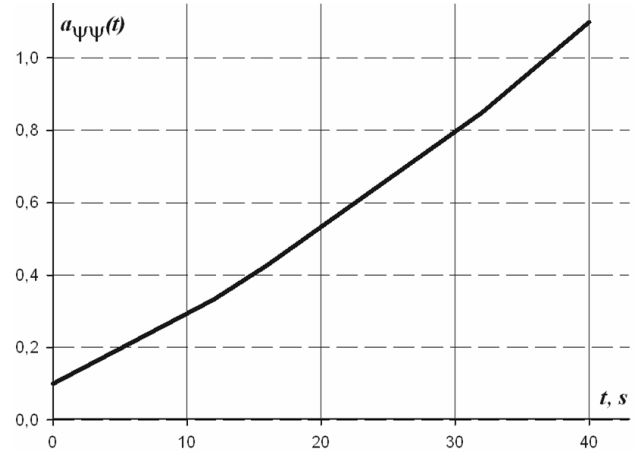


Figure 3 (Source: author)

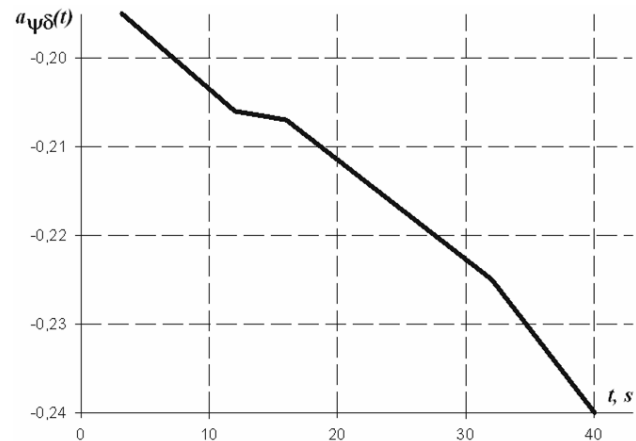


Figure 4 (Source: author)

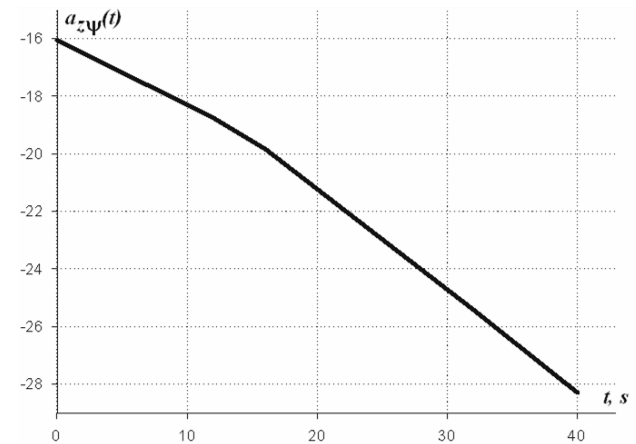


Figure 5 (Source: author)

To substantiate the possibility of the algorithm constructing for determining a link that is equivalent from the point of view of the



selected criterion to the TCS of the rocket's motion on a certain trajectory section, an experiment was conducted using the data in Fig. 3-6 and Table 1.

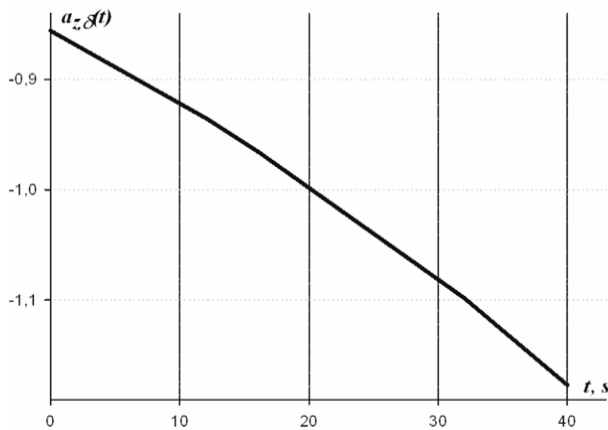


Figure 6 (Source: author)

Table 1 – actuators parameters and control law coefficients  
(Source: author)

$T$	$\xi$	$k_\psi$	$k'_\psi$	$k'_z$
s	-		s	s/M
0.1	1.2	23.74	19.89	-0.858

For the test signal  $f_z(t)$  in the form of four rectangular pulses, as a result of finding the criterion (6) minimum by the Levenberg-Marquardt method in the four-dimensional space of quantities  $a_{\psi\psi}$ ,  $a_{\psi\delta}$ ,  $a_{z\psi}$ ,  $a_{z\delta}$  using relations (3, 4), the TF of the form (2) are determined:

$$w_{\psi f}(s) = \frac{\psi(s)}{f_z(s)} = \frac{qm_0}{s^5 + \sum_{k=0}^4 q_k \cdot s^k} = \frac{11.71}{s^5 + 12s^4 + 99.79s^3 + 313.9s^2 + 448.4s + 317.5} \quad (19)$$

The link with TF (19) according to criterion (6) is equivalent to TCS (1) in the relative time interval 0...20 s.

For the case of a test signal  $f_z(t)$  in the form of pulses of a parabolic shape (Fig. 2), the TF of the link, which in the relative time interval  $t = 0...20$  s is equivalent to the TCS (1), is determined according to the searching results for the minimum of criterion (6) and relations (3, 4):

$$w_{\psi f}(s) = \frac{\psi(s)}{f_z(s)} = \frac{qm_0}{s^5 + \sum_{k=0}^4 q_k \cdot s^k} = \frac{0.072s^3 + 0.86s^2 + 7.2s + 11.85}{s^5 + 12s^4 + 99.97s^3 + 317.4s^2 + 453.1s + 328.0} \quad (20)$$

Calculations show that the criterion  $R$  (6) may have local extremes, the coordinates of which depend on their initial values and two-sided restrictions of the arguments  $a_{\psi\psi}$ ,  $a_{\psi\delta}$ ,  $a_{z\psi}$ ,  $a_{z\delta}$  while the minimum value of  $R$  for the given data example in the local extremes is the same.

As can be seen from the comparison of TF (19) and (20), the difference between the denominator coefficients, which is a consequence of different test signals, for this example data does not exceed 3.5%, while the difference in the estimates of the stability margin on the roots plane of the characteristic polynomial is about 2%.

The following values are given at the algorithm input for determining the TF of the link, which is equivalent to the time-varying missile control system in one plane on the selected trajectory section, taking into account the actuator inertia and the disturbed mass center motion:

- constant coefficients  $\xi$ ,  $T$  of the model (1), which quantitatively characterize the actuator speed;

- tables of time dependences of the coefficients  $a_{\psi\psi}(t)$ ,  $a_{\psi\delta}(t)$ ,  $a_{z\psi}(t)$ ,  $a_{z\delta}(t)$ ;

- the beginning and end moments of the selected trajectory section;

- the control law coefficients  $k_z'$ ,  $k_\psi$ ,  $k_\psi'$ , calculated for midpoint of the selected trajectory section;

- test signals for excitation of the transient process.

To the algorithm output are placed the TF coefficients of the kind (2) for the coordinate  $x_I = \psi$ .

The main steps are as follows:

- approximation of tabulated coefficients  $a_{\psi\psi}(t)$ ,  $a_{\psi\delta}(t)$ ,  $a_{z\psi}(t)$ ,  $a_{z\delta}(t)$  by polynomials;

- numerical solution of equation (5), which follows from model (1), using approximation polynomials and the selected test signal to excite the transient process;

- selection of the procedure for analytical solution of equation (5) or (15) depending on the test signal and possible values of the quantities  $a_{\psi\psi}$ ,  $a_{\psi\delta}$ ,  $a_{z\psi}$ ,  $a_{z\delta}$  which can be equivalent to the variable coefficients  $a_{\psi\psi}(t)$ ,  $a_{\psi\delta}(t)$ ,  $a_{z\psi}(t)$ ,  $a_{z\delta}(t)$  in equation (1);

- finding the minimum of the criterion  $R$  (6) by the Levenberg-Marquardt method, by using the appropriate procedure, for example, Minimize in the Mathcad software environment;

- calculation of the TF coefficients according to the relations (3, 4).

Based on the TF (19, 20) by methods of the theory of linear stationary systems, it is possible to obtain estimates of such dynamic characteristics of TCS as accuracy indicators, frequency characteristics, type of transient process and its duration, as well as to determine the influence of the actuator inertia on these characteristics. The presence of these indicators can be used to make technical decisions in the process of TCS's designing.

## Conclusions

A methodological support for an algorithm constructing for determining the transfer function of a link, which on a selected trajectory section is equivalent to a linear time-varying control system for the movement of a rocket in one plane, taking into account the actuator inertia and the disturbed motion of the mass center, has been developed.

In particular, the following are proposed:

- test signal variants for the transient process excitation in order to obtain a sufficient amount of data for assessing the dynamic characteristics of the time-varying system;

- formulas for the analytical solution of the link differential equation using the mathematical apparatus of the Laplace transform for the test signal in the form of a sequence of rectangular and parabolic pulses, considering the initial conditions, which are updated when the waveform changes;

- a criterion for quantitatively assessing the difference between the output signals of a time-varying system and an equivalent link, the coordinates of the extreme point of which, found by the Levenberg-Marquardt method, are the arguments of the transfer function coefficients.

The novelty of the work lies in taking into account the actuator inertia and the disturbed motion of the mass center when developing a methodological support for an algorithm constructing for determining a stationary link, which, in terms of dynamic characteristics, is equivalent to the TCS movement of a rocket on a certain trajectory section.

Practical significance lies in supplementing the methodological base for designing time-varying systems by using the mathematical apparatus of stationary systems in terms of assessing dynamic characteristics, namely the stability margin on the plane of the characteristic polynomial roots, the accuracy of disturbance compensation, the type of transient process and its duration, as well as the amplitude-frequency and phase-frequency characteristics.

## References

- Akreml, R., Lamouchi, R., Amairi, M., Dinh, T. N., & Raïssi, T. (2023). Functional interval observer design for multivariable linear parameter-varying systems. *European Journal of Control*, 71, 100794. <https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2023.100794>
- Amiri, M., & Hosseinzadeh, M. (2025). Practical considerations for implementing robust-to-early termination model predictive control. *Systems & Control Letters*, 196, 106018. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2024.106018>

- Anderson, B. D. O., Ilchmann, A., & Wirth, F. R. (2013). Stabilizability of linear time-varying systems. *Systems & Control Letters*, 62(9), 747–755. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2013.05.003>
- Avdieiev, V. (2024). Transfer functions of a time-varying control system. *Challenges and Issues of Modern Science*, 2, 265-274. <https://cims.fti.dp.ua/j/article/view/187>
- Avdieiev, V. (2025). Evaluation of dynamic characteristics of a linear time-varying system. *Challenges and Issues of Modern Science*, 4(1). <https://cims.fti.dp.ua/j/article/view/250>
- Avdieiev, V. V. (2021). Determination of model parameters of rocket stabilization system in flight. *International Scientific Technical Journal "Problems of Control and Informatics"*, 66(6), 78–92. <https://doi.org/10.34229/1028-0979-2021-6-8>
- Avdieiev, V. V., & Aleksandrov, A. E. (2023). Missile movement control system stability reserve. *System Design and Analysis of Aerospace Technique Characteristics*, 32(1), 3–14. <https://doi.org/10.15421/472301>
- Avdieiev, V. V., & Alexandrov, A. E. (2024). Margin of stability of the time-varying control system for rotational motion of the rocket. *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 3, 185–195. <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2024-3-16>
- Babiarz, A., Cuong, L. V., Czornik, A., & Doan, T. S. (2021). Necessary and sufficient conditions for assignability of dichotomy spectra of continuous time-varying linear systems. *Automatica*, 125, 109466. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2020.109466>
- Briat, C. (2015). Stability analysis and control of a class of LPV systems with piecewise constant parameters. *Systems & Control Letters*, 82, 10–17. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2015.05.002>
- Chen, G., & Yang, Y. (2016). New stability conditions for a class of linear time-varying systems. *Automatica*, 71, 342–347. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2016.05.005>
- Guo, D., & Rugh, W. J. (1995). A stability result for linear parameter-varying systems. *Systems & Control Letters*, 24(1), 1–5. [https://doi.org/10.1016/0167-6911\(94\)00013-1](https://doi.org/10.1016/0167-6911(94)00013-1)
- Kawano, Y. (2020). Converse stability theorems for positive linear time-varying systems. *Automatica*, 122, 109193. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2020.109193>
- Mate, S., Jaju, P., Bhartiya, S., & Nataraj, P. S. V. (2023). Semi-Explicit Model Predictive Control of Quasi Linear Parameter Varying Systems. *European Journal of Control*, 69, 100750. <https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2022.100750>
- Nguyen, D. H., & Banjerdpongchai, D. (2011). A convex optimization approach to robust iterative learning control for linear systems with time-varying parametric uncertainties. *Automatica*, 47(9), 2039–2043. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2011.05.022>
- Stenin, A. A., Timoshin, Y. A., & Drozdovich, I. G. (2019). Walsh Functions in Linear-Quadratic Optimization Problems of Linear Nonstationary Systems. *Journal of Automation and Information Sciences*, 51(8), 43–57. <https://doi.org/10.1615/jautomatinfscien.v51.i8.40>
- Stenin, A. A., Drozdovych, I. G., & Soldatova, M. O. (2023). Application of spline functions and walsh functions in problems of parametric identification of linear nonstationary systems. *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2, 166–175. <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2023-2-17>
- Zhang, W., Han, Q.-L., Tang, Y., & Liu, Y. (2019). Sampled-data control for a class of linear time-varying systems. *Automatica*, 103, 126–134. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2019.01.027>
- Zhou, B. (2021). Lyapunov differential equations and inequalities for stability and stabilization of linear time-varying systems. *Automatica*, 131, 109785. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2021.109785>
- Zhou, B., Tian, Y., & Lam, J. (2020). On construction of Lyapunov functions for scalar linear time-varying systems. *Systems & Control Letters*, 135, 104591. <https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2019.104591>

# Задача оптимізації кута тангажу ракети-носія при виводі космічних апаратів на кругові орбіти

Руслан Кеба , Анатолій Кулабухов 

**Purpose.** The aim of the study is to formulate and analytically pose the task of constructing the pitch program of a launch vehicle, ensuring the insertion of a spacecraft into a circular orbit, considering constraints on the motion parameters and requirements for the final state. **Design / Method / Approach.** An analytical model for the pitch program is proposed, consisting of five phases: vertical ascent, angular acceleration, constant angular velocity motion, deceleration, and a final fixed-angle phase. Dimensionless coefficients are introduced to characterize the relative durations of active angular maneuver phases. **Findings.** Analytical expressions were derived for the pitch angle, angular velocity, and acceleration for each control phase, ensuring continuity and physical realizability. Expressions for the resulting orbital altitude and control effort provide a basis for multi-criteria optimization. **Theoretical Implications.** The developed formalization enables analytical optimization of the pitch program without a full vehicle motion model, aiding understanding of the link between control structure and orbital injection conditions. **Practical Implications.** The proposed model can be used in preliminary design stages for initial synthesis of the launch vehicle pitch program, enabling rapid assessment of trajectory controllability and compliance with specified orbital parameters, avoiding full-scale simulation. **Originality / Value.** Unlike approaches based on full numerical integration, this study presents a simplified, analytically manageable pitch program model, allowing efficient optimization considering physical constraints and final conditions. **Research Limitations / Future Research.** Limitations involve the simplified analytical model with fixed control phases. Future work involves numerical optimization (using gradient-based, heuristic, or global methods) to precisely determine optimal pitch program parameters. **Article Type.** Methodological paper.

## Keywords:

launch vehicle dynamics, spacecraft circular orbit insertion, mathematical model, pitch angle program, orbital trajectory optimization

**Мета.** Метою дослідження є формулювання та аналітична постановка задачі побудови програми тангажу ракети-носія, яка забезпечує виведення космічного апарата на кругову орбіту, з урахуванням обмежень на параметри руху і вимог до кінцевого стану. **Дизайн / Метод / Підхід.** Запропоновано аналітичну модель програми тангажу, яка складається з п'яти ділянок: вертикального руху, кутового прискорення, руху з постійною кутовою швидкістю, гальмування та завершальної фази з фіксованим кутом. Введено безрозмірні коефіцієнти, що характеризують відносні тривалості фаз активного кутового маневру. **Результати.** Отримано аналітичні залежності для функцій кута тангажу, кутової швидкості та прискорення на кожній фазі керованого руху, що забезпечують неперервність і фізичну реалізацію. Визначено вирази для орбітальної висоти та витрат керуючої дії, які слугують основою для багатокритеріальної оптимізації. **Теоретичне значення.** Розроблена формалізація задачі дозволяє здійснювати аналітичну оптимізацію програми тангажу без необхідності побудови повної моделі руху ракети, що сприяє глибшому розумінню взаємозв'язку між структурою керування та орбітальними умовами виведення. **Практичне значення.** Запропонована модель може бути використана на проектних етапах для попереднього синтезу програми тангажу ракети-носія, забезпечуючи швидке оцінювання керованості траєкторії та її відповідності заданим орбітальним параметрам без застосування повномасштабного моделювання. **Оригінальність / Цінність.** На відміну від підходів, що ґрунтуються на чисельному інтегруванні повної системи рівнянь руху, запропоновано спрощену, але аналітично керовану модель програми тангажу, яка дозволяє ефективно виконувати оптимізацію з урахуванням фізичних обмежень і кінцевих умов. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** Дослідження обмежується використанням спрощеної аналітичної моделі з фіксованими фазами керування. Подальші дослідження передбачають реалізацію чисельного розв'язання задачі оптимізації з використанням градієнтних, евристичних або глобальних методів для точного визначення оптимальних параметрів програми тангажу. **Тип статті.** Методологічна стаття.

## Ключові слова:

динаміка ракети-носія, виведення космічного апарата на кругову орбіту, математична модель, програма кута тангажу, оптимізація орбітальної траєкторії

## Optimization Problem of the Launch Vehicle Pitch Angle during Spacecraft Insertion into Circular Orbits

### Contributor Details:

Ruslan Keba, Ph.D. Student, Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, [phd@kebamail.com](mailto:phd@kebamail.com)  
Anatoly Kulabukhov, Ph.D., Assoc. Prof., Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, [kulabukhov@ukr.net](mailto:kulabukhov@ukr.net)

Received: 2025-05-04

Revised: 2025-05-15

Accepted: 2025-05-16



Copyright © 2025 Authors.  
This work is licensed under a Creative  
Commons Attribution 4.0 International License.



Формування програми тангажу є ключовим етапом при побудові траєкторії ракети-носія при виведенні на кругові орбіти. Програма тангажу забезпечує зміну напрямку руху ракети-носія — від початково вертикального на старті до горизонтального в орбітальній системі координат, а також сприяє досягненню заданої висоти орбіти із відповідною орбітальною швидкістю.

Питання побудови та оптимізації траєкторії виведення ракети-носія є предметом численних досліджень у галузі аерокосмічної інженерії та динаміки польоту. Різноманітні підходи, від аналітичних до складних чисельних методів, застосовуються для вирішення цієї багатогранної задачі. Загальний огляд сучасних досягнень у сфері оптимізації траєкторій космічних апаратів представлений (Malyuta et al., 2021), а аналіз методів і моделей руху ракет-носіїв на активній ділянці траєкторії наведено (Kebe & Kulabukhov, 2023).

Застосування методів опуклої оптимізації для генерації траєкторій розглянуто в (Malyuta et al, 2022). Автори зазначають, що задачі генерації траєкторій для систем, включаючи ракети, часто є неопуклими. Проте, завдяки технікам реформулювання та алгоритмам послідовного опуклого програмування (SCvx) або безвартісної опуклості (LCvx), стає можливим ефективно та надійно розв'язувати ці задачі за допомогою опуклих оптимізаторів. Ці методи ефективні, надійні та придатні для застосування в режимі реального часу та для критично важливих місій, таких як посадка ракет.

В аерокосмічній інженерії досліджується використання штучного інтелекту (AI), зокрема великих мовних моделей (LLM), для задач проєктування та оптимізації траєкторій. У препринті (Simonds, 2025) вивчається застосування LLMs, посилені навчанням з підкріпленням (RL), для управління ракетами через симуляції. Розглядалися задачі оптимізації висоти та точної посадки, які вимагають ефективної оптимізації траєкторії. Стандартні LLMs показали базові інженерні знання, але не змогли ефективно оптимізувати траєкторію на основі симуляцій. Натомість, RL-навчені LLMs продемонстрували значно кращу здатність оптимізувати траєкторію, перевершивши базові моделі та експертів-людей. Це вказує на перспективність LLM-підходів з RL для автоматизації та ефективної оптимізації траєкторій ракет.

В інших дослідженнях розглядаються спрощені моделі траєкторій для концептуального проєктування ракет-носіїв. Наприклад, у роботі (Nailwal et al, 2022) представлено розробку двоступеневої ракети-носія, де особлива увага приділяється використанню та аналізу траєкторії типу "gravity turn" (гравітаційний розворот). Автори використовують спрощену 2D модель руху в середовищі MATLAB для вивчення впливу різних параметрів проєктування та управління на формування цієї траєкторії. Зокрема, аналізується вплив маневру гравітаційного розвороту, включаючи початковий кут тангажу (pitch kick angle) та висоту ініціації маневру. Важливо зазначити, що представлена модель використовує траєкторію "gravity turn" протягом усього польоту та опускає деякі фактори, такі як обертання Землі, що вказує на спрощену природу траєкторного аналізу в рамках цього дослідження, зосередженого на ранніх етапах проєктування.

Аналітичні методи розрахунку траєкторій ракет, що дозволяють отримати замкнені рішення або спрощені моделі для попереднього аналізу, розглядаються, наприклад, у роботах (Campos & Gil, 2018), де запропоновано чотири нових методи аналітичного розрахунку, та (Teofilatto et al., 2022), де аналітично виводяться траєкторії підйому та характеристики ракет-носія. Ці підходи є цінними для розуміння основних залежностей та попередньої оцінки програми тангажу.

Водночас, для досягнення високої точності та врахування складних обмежень широко використовуються чисельні методи оптимізації. Наприклад, застосування псевдоспектральної транскрипції для оптимізації траєкторії ракети Vega досліджено (de Volo et al., 2017). Задачі оптимального керування виведенням з урахуванням жорстких обмежень, що є типовими для реальних місій, розглядаються (Lu & Pan, 2010). Інтегрований підхід до оптимізації, що поєднує параметри твердопаливного двигуна першого ступеня та траєкторію виведення, представлений у роботі (Federici et al., 2021). Сучасні методи, такі як нейронні мережі та генетичні алгоритми, також знаходять

застосування в оптимізації траєкторій, зокрема для задач повернення ступенів ракет (Tang & Gong, 2023).

Дослідження також фокусуються на розробці законів керування, як, наприклад, оптимальний закон керування з використанням гравітаційного розвороту (He & Lee, 2018), що є важливим для оптимального формування траєкторії. Окрім оптимізації, важливим аспектом є навігаційне забезпечення польоту, як показано в роботі (Ugolini, 2023) на прикладі розробки гібридної системи навігації.

Серед аналітичних підходів до формування саме програми тангажу слід відзначити попередню роботу авторів (Kebe & Kulabukhov, 2024), де було запропоновано методичне забезпечення для визначення програми кута тангажу. Цей підхід базувався на апроксимації вертикальної та горизонтальної складових швидкості ракети-носія параболічними залежностями (рис. 1) від часу для формування неперервної програми керування.

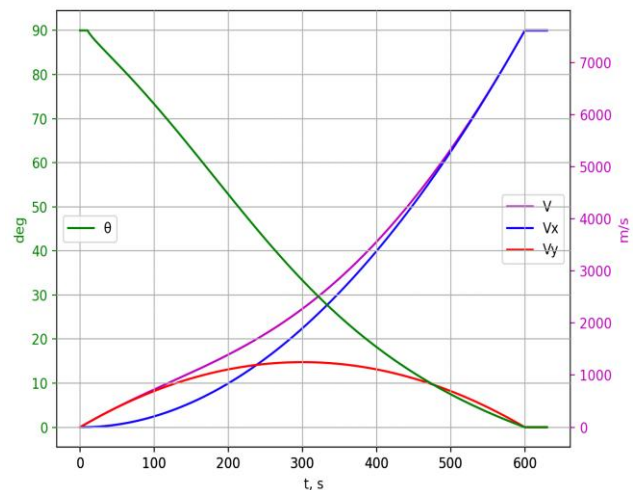


Рисунок 1 – Програма тангажу  $\theta$  і складові швидкості параболічної форми для орбіти висотою 500 км (Джерело: Створено авторами)

Незважаючи на велику кількість досліджень, пошук ефективних аналітичних або напіваналітичних методів формування програми керування кутом тангажу, які б дозволяли проводити швидку оптимізацію на ранніх етапах проєктування без залучення повномасштабного моделювання, залишається актуальним завданням. Дана робота продовжує дослідження у цьому напрямку та пропонує новий підхід до аналітичної постановки задачі побудови програми тангажу, що базується на моделі з п'ятьма ділянками руху та дозволяє проводити багатокритеріальну оптимізацію з урахуванням обмежень.

## Мета та завдання

Метою цієї роботи є постановка задачі для отримання алгоритму побудови програми тангажу на проєктних етапах розробки ракети-носія. Зазначене завдання складається з таких етапів:

- визначення вихідних даних (початкових умов);
- формулювання цілей моделювання (критеріїв оптимальності);
- визначення обмежень на рух ракети-носія;
- математична постановка задачі;
- вибір методів її розв'язання.

## Дані та методи

Розгляд програми тангажу починається з початкового моменту часу  $t_0 = 0$ . Розглядається вертикальний старт, тобто початкове значення кута тангажу становить  $\theta(t_0) = \frac{\pi}{2}$ . Тягові характеристики ракети-носія вважаються відомими або заданими. Зміна абсолютної швидкості на активній ділянці траєкторії апроксимується функцією, близькою до параболічної залежності. Час початку повороту —  $t_1$  — також задається як вхідний параметр, оскільки визначається масовими,

геометричними та тяговими характеристиками ракети-носія. Його значення, як правило, лежить у межах від 10 до 30 секунд після старту.

У кінці активної ділянки траєкторії ракета-носіє має задовольняти такі вимоги:

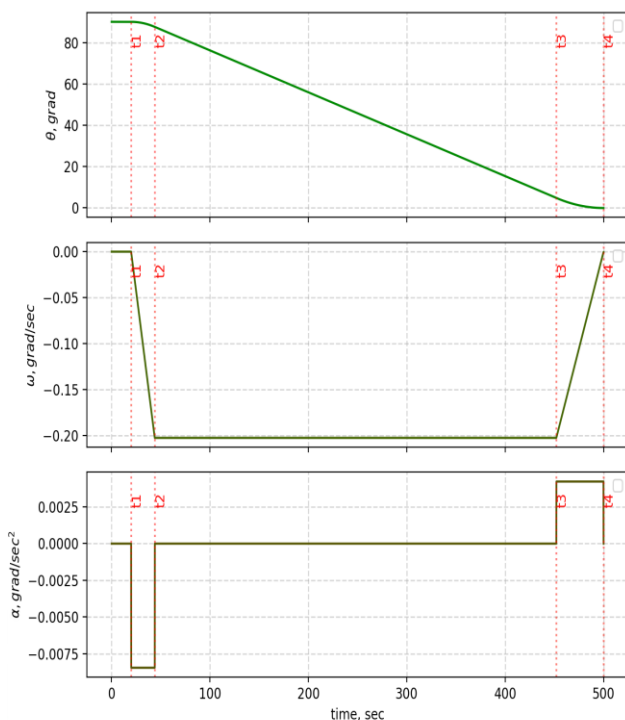
1. Досягнути заданої висоти  $H$ , яка лежить у діапазоні 200–800 км;
2. Мати кругову орбітальну швидкість  $V_k$ , що відповідає висоті  $H$ ;
3. Мати нульові значення кутової швидкості та кутового прискорення по тангажу;
4. Мати значення кута тангажу, рівне нулю;
5. Мінімізувати витрати керуючої дії, необхідної для створення кутового прискорення протягом програми тангажу.

Постановка задачі супроводжується такими обмеженнями:

- тривалість вертикальної ділянки траєкторії має бути мінімальною для зменшення гравітаційних втрат та запобігання надмірно крутим траєкторіям;
- функції кута тангажу, кутової швидкості та кутового прискорення повинні бути неперервними та достатньо гладкими, що зумовлено фізичними характеристиками систем керування ракети-носія;
- кутова швидкість обмежується допустимими значеннями, пов'язаними з конструктивною міцністю ракети-носія, забезпеченням мінімальних поперечних перевантажень та згинальних моментів;
- кутове прискорення також має обмеження на максимальне значення, визначене фізичними можливостями систем керування.

## Обговорення та результати

Програма тангажу розглядається як така, що складається з п'яти послідовних ділянок (рис. 2).



**Рисунок 2 – Зміна кута тангажу, кутової швидкості на кутового прискорення на п'яти ділянках програми (Джерело: Створено авторами)**

Ділянка 1 —  $[0, t_1]$  — початкова ділянка вертикального руху. Кут тангажу на цій ділянці залишається постійним і дорівнює  $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$ . Ця фаза зазвичай триває від 10 до 30 секунд.

Ділянка 2 —  $[t_1, t_2]$  — фаза початку кутового руху. На цій ділянці ракета-носіє набуває постійного кутового прискорення

$\alpha_1$ , внаслідок чого кутова швидкість починає зростати.

Ділянка 3 —  $[t_2, t_3]$  — основна фаза кутового руху. Кутове прискорення на цій ділянці дорівнює нулю:  $\alpha_2 = 0$ , а кутова швидкість  $\omega_3 = \text{const} < 0$ , тобто напрям обертання протилежний до зростання кута тангажу. Ця ділянка є найдовшою серед фаз активного кутового маневру.

Ділянка 4 —  $[t_3, t_4]$  — фаза кутового гальмування. Кутова швидкість монотонно зменшується від  $\omega_3$  до нуля під дією додатного кутового прискорення  $\alpha_4 > 0$ .

Ділянка 5 —  $[t_4, \dots]$  — заключна фаза польоту з постійним кутом тангажу, рівним нулю, та нульовими значеннями кутової швидкості і прискорення. Час завершення активного управління кутом тангажу  $t_4$  лежить у межах 400–800 секунд.

Таким чином, змінними задачі є тривалості ділянок 2, 3 та 4 або розподіл часу активного кутового маневру на інтервалі  $[t_1, t_4]$ .

Абсолютна швидкість ракети-носія  $V(t)$  подається у вигляді векторної суми вертикальної  $V_v(t)$  та горизонтальної  $V_h(t)$  складових. Кут тангажу визначається аналітичною формулою:

$$\theta(t) = \arctan\left(\frac{V_v(t)}{V_h(t)}\right) \quad (1)$$

На завершальній ділянці, при  $t = t_4$ , необхідно забезпечити виконання таких умов:

- інтегральна вертикальна складова швидкості  $V_v(t)$  повинна забезпечити досягнення заданої висоти орбіти  $H$ ;
- горизонтальна складова швидкості повинна дорівнювати круговій орбітальній швидкості:  $V_h(t_4) = V_k$ ;
- кут тангажу має дорівнювати нулю:  $\theta(t_4) = 0$ ;
- кутова швидкість  $\omega$  та кутове прискорення  $\alpha$  також повинні дорівнювати нулю при  $t = t_4$ .

Для зручності введемо безрозмірні коефіцієнти, які характеризують відносні тривалості фаз активного кутового маневру:

- $k_2$  — частка тривалості ділянки прискорення  $[t_1, t_2]$  у загальному інтервалі  $[t_1, t_4]$ ;
- $k_3$  — частка тривалості ділянки  $[t_2, t_3]$  з постійною кутовою швидкістю;
- $k_4$  — частка тривалості ділянки  $[t_3, t_4]$  гальмування.

Позначимо загальну тривалість фаз активного кутового маневру:

$$t_a = t_4 - t_1, \quad (2)$$

тоді з умови нормування маємо:

$$k_2 + k_3 + k_4 = 1, \quad (3)$$

а відповідні моменти часу можна записати як:

$$t_2 = t_1 + k_2 \cdot t_a, \quad (4.1)$$

$$t_3 = t_2 + k_3 \cdot t_a. \quad (4.2)$$

З метою забезпечення неперервності функцій кутової швидкості та прискорення, приймається, що кутове прискорення на ділянках  $[t_1, t_2]$  та  $[t_3, t_4]$  змінюється лінійно. Такий підхід узгоджується з фізичними обмеженнями на динаміку роботи органів керування ракети-носія та дозволяє уникнути розривів у керуванні.

Оскільки кут тангажу в інтервалі  $[t_1, t_4]$  змінюється від  $\theta = \frac{\pi}{2}$  до  $\theta = 0$ , повна зміна кута становить:

$$\Delta\theta = -\frac{\pi}{2} \quad (5)$$

Цю зміну можна подати через інтеграл від кутової швидкості:

$$\int_{t_1}^{t_4} \omega(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} \omega_2(t) dt + \int_{t_2}^{t_3} \omega_3 dt + \int_{t_3}^{t_4} \omega_4(t) dt. \quad (6)$$

На ділянці  $[t_1, t_2]$  кутова швидкість змінюється лінійно від нуля до  $\omega_3$ , а на ділянці  $[t_3, t_4]$  — від  $\omega_3$  до нуля. Ураховуючи це, інтеграли набувають вигляду:

$$\int_{t_1}^{t_2} \omega_2(t) dt = \frac{\omega_3}{2} (t_2 - t_1), \quad (7)$$

$$\int_{t_2}^{t_3} \omega_3 dt = \omega_3 (t_3 - t_2), \quad (8)$$

$$\int_{t_3}^{t_4} \omega_4(t) dt = \frac{\omega_3}{2} (t_4 - t_3). \quad (9)$$

Таким чином, повна зміна кута становить:

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \frac{\omega_3}{2} (t_2 - t_1) + \omega_3(t_3 - t_2) + \frac{\omega_3}{2} (t_4 - t_3) = \\ &= \frac{\omega_3}{2} (t_4 + t_3 - t_2 - t_1). \end{aligned} \quad (10)$$

Враховуючи введені раніше позначення (4) отримаємо:

$$\begin{aligned} t_4 + t_3 - t_2 - t_1 &= \\ = t_4 + t_1 + (k_2 + k_3)t_a - (t_1 + k_2t_a) - t_1 &= t_a(1 + k_3). \end{aligned} \quad (11)$$

Підставляючи у (10):

$$\Delta\theta = \frac{\omega_3}{2} t_a(1 + k_3) = -\frac{\pi}{2}, \quad (12)$$

звідки виражається кутова швидкість на ділянці з постійним значенням:

$$\omega_3 = -\frac{\pi}{t_a(1+k_3)}. \quad (13)$$

Таким чином, значення кутової швидкості  $\omega_3$  однозначно визначається через тривалість інтервалу активного кутового руху  $t_a$  та коефіцієнт  $k_3$ , що характеризує відносну довжину ділянки з постійною кутовою швидкістю. При фіксованих значеннях  $t_1$  та  $t_4$ , параметр  $\omega_3$  залежить лише від розподілу фаз кутового руху в межах інтервалу програмного керування.

### Аналітичні вирази для функції кута тангажу

Функція кута тангажу  $\theta(t)$  на кожній з ділянок траєкторії визначається характером кутового руху. Для побудови безрозривної функції кута та її похідних розглянемо поведінку  $\theta(t)$  на кожній ділянці окремо.

Ділянка 1: вертикальний рух. На першому етапі  $t \in [t_0, t_1]$  ракета рухається вертикально, і кут тангажу залишається постійним:

$$\theta(t) = \theta_1 = \frac{\pi}{2}. \quad (14)$$

Ділянка 2: кутове прискорення. На інтервалі  $t \in [t_1, t_2]$  реалізується кутове прискорення  $\alpha_2$ , при якому кутова швидкість змінюється лінійно від нуля до  $\omega_3$ . Кутове прискорення:

$$\alpha_2 = \frac{\omega_3}{t_2 - t_1}. \quad (15)$$

Кутова швидкість:

$$\omega(t) = \alpha_2(t - t_1). \quad (16)$$

Інтегруючи цю функцію, отримаємо:

$$\theta(t) = \theta_1 + \int_{t_1}^t \omega(t) dt = \theta_1 + \alpha_2 \cdot \frac{(t - t_1)^2}{2}. \quad (17)$$

Ураховуючи залежність (15), маємо:

$$\theta(t) = \theta_1 + \frac{\omega_3}{2k_2t_a} (t - t_1)^2. \quad (18)$$

Ділянка 3: постійна кутова швидкість. На інтервалі  $t \in [t_2, t_3]$  кутова швидкість залишається сталою:

$$\omega(t) = \omega_3 = \text{const}, \quad (19)$$

а кут тангажу змінюється лінійно:

$$\theta(t) = \theta_2 + \omega_3(t - t_2), \quad (20)$$

де  $\theta_2 = \theta(t_2)$  – кут тангажу в момент закінчення ділянки 2. Враховуючи (4.1), отримаємо:

$$\theta(t) = \theta_2 + \omega_3(t - t_1 - k_2t_a). \quad (21)$$

Ділянка 4: кутове гальмування. На заключному інтервалі  $t \in [t_3, t_4]$  здійснюється рівномірне гальмування до нульової кутової швидкості:

$$\alpha_4 = -\frac{\omega_3}{t_4 - t_3}, \quad (22)$$

$$\omega(t) = \omega_3 + \alpha_4(t - t_3). \quad (23)$$

Інтегруючи:

$$\theta(t) = \theta_3 + \omega_3(t - t_3) + \frac{\alpha_4}{2} (t - t_3)^2 \quad (24)$$

де  $\theta_3 = \theta(t_3)$  – кут тангажу в момент закінчення ділянки 3.

Підставивши (22), маємо:

$$\theta(t) = \theta_3 + \omega_3(t - t_3) - \frac{\omega_3}{2(t_4 - t_3)} (t - t_3)^2. \quad (25)$$

Враховуючи (2) та (4.2), остаточна форма:

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \theta_3 + \omega_3(t - t_1 - (k_2 + k_3)t_a) - \\ &- \frac{\omega_3}{2(1 - k_2 - k_3)t_a} (t - t_1 - (k_2 + k_3)t_a)^2. \end{aligned} \quad (26)$$

### Функція висоти

Функція висоти, яку досягає ракета-носіє у результаті виконання заданої програми тангажу, визначається інтегралом вертикальної складової швидкості руху:

$$H_{\text{prog}} = \int_{t_0}^{t_4} V(t) \sin(\theta(t)) dt, \quad (27)$$

де  $V(t)$  — абсолютна швидкість ракети, а  $\theta(t)$  — кут тангажу в момент часу  $t$ . Значення  $H_{\text{prog}}$  розбивається на суму чотирьох складових, що відповідають окремим ділянкам програми:

$$H_{\text{prog}} = H_1 + H_2 + H_3 + H_4, \quad (28)$$

де:

$$H_1 = \int_{t_0}^{t_1} V(t) \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) dt = \int_{t_0}^{t_1} V(t) dt, \quad (29)$$

$$H_2 = \int_{t_1}^{t_2} V(t) \sin(\theta_2(t)) dt, \quad (30)$$

$$H_3 = \int_{t_2}^{t_3} V(t) \sin(\theta_3(t)) dt, \quad (31)$$

$$H_4 = \int_{t_3}^{t_4} V(t) \sin(\theta_4(t)) dt. \quad (32)$$

З урахуванням одержаних вище виразів для функцій кута тангажу (14, 18, 21, 26) на відповідних ділянках маємо:

$$H_2 = \int_{t_1}^{t_2} V(t) \sin\left(\theta_1 + \frac{\omega_3}{2k_2t_a} (t - t_1)^2\right) dt, \quad (33)$$

$$H_3 = \int_{t_2}^{t_3} V(t) \sin(\theta_2 + \omega_3(t - t_1 - k_2t_a)) dt, \quad (34)$$

$$\begin{aligned} H_4 &= \int_{t_3}^{t_4} V(t) \sin\left(\theta_3 + \omega_3(t - t_1 - (k_2 + k_3)t_a) - \right. \\ &- \left. \frac{\omega_3}{2(1 - k_2 - k_3)t_a} (t - t_1 - (k_2 + k_3)t_a)^2\right) dt. \end{aligned} \quad (35)$$

На основі вищевикладеного сформулюємо задачу оптимізації. Цільова функція для оптимізації задається у вигляді квадрата відхилення досягнутої висоти від заданої:

$$J_H(k_2, k_3, t_1, t_4) = (H_{\text{prog}}(k_2, k_3, t_1, t_4) - H)^2. \quad (36)$$

Для забезпечення фізичної допустимості розв'язку вводяться обмеження:

$$0 < k_2 < 1, \quad 0 < k_3 < 1, \quad k_2 + k_3 < 1, \quad (37)$$

$$t_0 < t_1 < t_4. \quad (38)$$

З метою підвищення ефективності функціонування системи керування ракети-носія та зменшення енергетичних витрат, до задачі оптимізації додається ще один критерій якості — мінімізація сумарної роботи керуючої дії на ділянках траєкторії, де присутнє кутове прискорення (ділянки 2 та 4).

Робота керуючої дії визначається інтегралом добутку моменту керування  $M(t)$  на кутову швидкість  $\omega(t)$ :

$$W = -\int_{t_1}^{t_2} M(t) \omega(t) dt - \int_{t_3}^{t_4} M(t) \omega(t) dt, \quad (39)$$

Оскільки момент керування пропорційний кутовому прискоренню:

$$M(t) = J \alpha(t), \quad (40)$$

де  $J$  — момент інерції ракети-носія відносно центра мас, а кутове прискорення є сталою величиною на кожній із розглянутих ділянок, сумарна робота виражається аналітично як:

$$W = J \omega_3^2. \quad (41)$$

Враховуючи (2) і (13) сумарна робота керуючої дії записується у вигляді функції змінних оптимізації:

$$W(k_2, k_3, t_1, t_4) = J \frac{\pi^2}{t_a^2(1+k_3)^2}. \quad (42)$$



На основі цього вводиться ще одна цільова функція мінімізації:

$$J_{ctrl}(k_2, k_3, t_1, t_4) = J \frac{\pi^2}{t_a^2(1+k_3)^2} \quad (43)$$

Таким чином, задачі оптимізації відповідають дві окремі цільові функції:

- мінімізація відхилення досягнутої висоти від заданої,
- мінімізація сумарної роботи керуючої дії.

Подальше рішення задачі може розглядати їх окремо або у вигляді багатокритеріальної оптимізації.

## Висновки

У межах цієї роботи сформульовано задачу побудови програми тангажу ракети-носія з урахуванням вимог до виведення на кругову орбіту. Здійснено поетапну постановку задачі, що включає визначення вхідних параметрів, формулювання критеріїв якості у вигляді мінімізації відхилення досягнутої висоти від заданої, врахування фізичних обмежень на параметри програми та вибір відповідних чисельних методів розв'язання. Для побудови функціональної залежності кута тангажу розроблено аналітичну модель з розбиттям траєкторії на п'ять ділянок руху, що забезпечує неперервність кутової швидкості та прискорення.

Отримана модель дозволяє здійснювати оптимізацію програми тангажу на проєктному етапі, не потребуючи повної динамічної моделі польоту. Використання розглянутих підходів забезпечує узгодженість між аналітичною простотою і точністю досягнення цільових умов. Розроблена постановка може бути використана як складова частина більш загальної задачі синтезу траєкторії виведення або як базис для подальшої деталізації з урахуванням додаткових впливів.

## Майбутні дослідження

Отримані в роботі аналітичні вирази для цільових функцій, таких як функціонал відхилення кінцевої висоти від заданої ( $J_H$ ) та функціонал інтегральних витрат керуючої дії ( $J_{ctrl}$ ), є основою для задачі багатокритеріальної оптимізації.

У подальших дослідженнях передбачається розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації для визначення оптимальних значень параметрів  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $t_1$ ,  $t_4$ , що впливають на

формування програми тангажу.

Одним із базових підходів є зведення задачі до однокритеріальної шляхом побудови зваженої суми критеріїв з відповідними коефіцієнтами вагомості. Такий підхід дозволяє застосовувати класичні чисельні методи, зокрема градієнтні алгоритми, метод Ньютона або координатний спуск. Альтернативно, можливо використати метод  $\varepsilon$ -обмежень, який дозволяє побудувати множину допустимих компромісних рішень, змінюючи допустимий рівень одного з критеріїв.

Для дослідження структури множини Парето-оптимальних рішень та оцінки взаємозалежності критеріїв можливо застосування методів глобального пошуку, зокрема генетичних алгоритмів, методу рою частинок, диференціальної еволюції або методу імітації відпалу. Зазначені підходи є придатними для задач із складним аналітичним виглядом цільових функцій та не потребують обчислення похідних, що робить їх зручними в умовах високої обчислювальної складності.

Крім того, доцільним є проведення аналізу чутливості параметрів для оцінки їхнього впливу на результат та виявлення найбільш критичних змінних. У разі складності прямого обчислення функції  $H_{prog}$  може бути застосована апроксимація або побудова сурогатної моделі для зменшення обчислювальних витрат при пошуку оптимуму.

Обраний метод оптимізації має забезпечувати визначення таких значень параметрів  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $t_1$ ,  $t_4$ , за яких побудована програма тангажу відповідає кінцевим умовам задачі (досягнення заданої кругової орбіти) та мінімізує обраний критерій оптимальності (наприклад, відхилення висоти, витрати керування або їх комбінацію).

Подальші дослідження також будуть спрямовані на постановку та розв'язання комплексної задачі оптимізації програми тангажу. Ця задача передбачатиме інтеграцію розробленого в даній роботі аналітичного підходу до синтезу програми керування з повною динамічною моделлю ракети-носія. Такий комплексний підхід дозволить враховувати конкретні масові, тягові, аеродинамічні та конструктивні характеристики ракети, а також деталізовані вимоги до кінцевих параметрів орбіти (висота, швидкість, кут нахилу траєкторії, ексцентриситет тощо) для виведення космічного апарата. Розв'язання цієї комплексної задачі дозволить отримувати оптимальні траєкторії, що максимально відповідають можливостям ракети-носія та вимогам конкретної місії виведення на кругову орбіту.

## References

- Campos, L. M. B. C., & Gil, P. J. (2018). On four new methods of analytical calculation of rocket trajectories. *Aerospace*, 5(3), 88. <https://doi.org/10.3390/aerospace5030088>
- de Volo, G. D. C. B., Naeije, M., Roux, C., & Volpi, M. (2017, September). Vega launchers' trajectory optimization using a pseudospectral transcription. In *Proceedings of the European Conference for Aeronautics and Space Sciences* (pp. 1–15). <https://doi.org/10.13009/EUCASS2019-710>
- Federici, L., Zavoli, A., Colasurdo, G., Mancini, L., & Neri, A. (2021). Integrated optimization of first-stage SRM and ascent trajectory of multistage launch vehicles. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 58(3), 786–797. <https://doi.org/10.2514/1.A34930>
- He, S., & Lee, C. H. (2018). Gravity-turn-assisted optimal guidance law. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 41(1), 171–183. <https://doi.org/10.2514/1.G002949>
- Keba, R., & Kulabukhov, A. (2023). Analysis of the methods and models of movement of rocket launchers in the active section of the trajectory [In Ukrainian]. *Journal of Rocket-Space Technology*, 32(4), 76–82. <https://doi.org/10.15421/452331>
- Keba, R., & Kulabukhov, A. (2024). Methodological support for determining the pitch angle program of a launch vehicle during the insertion of spacecraft into circular orbits. *Journal of Rocket-Space Technology*, 33(4–29), 80–85. <https://doi.org/10.15421/452454>
- Lu, P., & Pan, B. (2010). Highly constrained optimal launch ascent guidance. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 33(2), 404–414. <https://doi.org/10.2514/1.45632>
- Malyuta, D., Acikmese, B. T., Bewley, B. T., & Murray, R. W. (2022, October). Convex optimization for trajectory generation: A tutorial on generating dynamically feasible trajectories reliably and efficiently. *IEEE Control Systems Magazine*, 42(5), 40–113. <https://doi.org/10.1109/MCS.2022.3187542>
- Malyuta, D., Yu, Y., Elango, P., & Acikmese, B. (2021). Advances in trajectory optimization for space vehicle control. *Annual Reviews in Control*, 52, 282–315. <https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2021.04.013>
- Nailwal, P., Budhaulia, P. N., Kumar, R., & Singh, R. K. (2022). Designing of a two stage to orbit launch vehicle. *International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology (IJARET)*, 14(3), 1–13. <https://doi.org/10.17605/OSF.IO/HC46T>
- Simonds, T. (2025). LLMs for engineering: Teaching models to design high powered rockets [Preprint]. *arXiv*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2504.19394>
- Tang, D., & Gong, S. (2023). Trajectory optimization of rocket recovery based on neural network and genetic algorithm. *Advances in Space Research*, 72(8), 3344–3356. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2023.07.028>
- Teofilatto, P., Carletta, S., & Pontani, M. (2022). Analytic derivation of ascent trajectories and performance of launch vehicles. *Applied Sciences*, 12(11), 5685. <https://doi.org/10.3390/app12115685>
- Ugolini, O. (2023). *Design and implementation of a rocket launcher hybrid navigation* [MSc Thesis]. KTH Royal Institute of Technology <https://um.kb.se/resolve?urn=urn%3Aanbn%3Ase%3Aakth%3Adiva-340459>

# Про модифікацію прямих методів розв'язання задач оптимального керування стаціонарними тепловими процесами

Людмила Гарт , Анна Бугаєнко 

**Purpose.** The aim of the study is to apply modified gradient-type methods to problems of optimal control of one-dimensional stationary thermal processes and to conduct a comparative analysis of the effectiveness of the classical and modified approaches using the example of solving specific problems. **Design / Method / Approach.** The research is focused on the development and numerical implementation of approximation-iteration algorithms based on the grid method for the analysis of controlled thermostatic systems modeled by differential equations with variable coefficients. For the numerical solution of the primary and adjoint boundary value problems, second-order accuracy difference schemes are used. To find the lower boundary of the objective functional, gradient-type minimization methods are used, both with and without control constraints. **Findings.** The proposed modified computational schemes demonstrate an increase in the efficiency of the classical grid method in terms of the amount of required computational costs and the accuracy of the obtained approximate solutions. **Theoretical Implications.** Expanding the possibilities of applying theoretically substantiated direct methods of accelerated convergence to solving optimal control problems of stationary thermal processes. **Practical Implications.** Creating an effective computational tool for solving optimal control problems of stationary thermal processes, which can be applied in practice. **Originality / Value.** Implementation of new computational schemes of accelerated convergence of modified gradient-type methods for the specified class of optimal control problems. **Research Limitations / Future Research.** The research limitations are due only to the properties of the programming language and software used. Further research involves applying the proposed modified approach to solving more complex optimal control problems, including multidimensional and phase-constrained ones. **Article Type.** Applied Research.

## Keywords:

stationary thermal process, control, system state, objective functional, gradient method, modified algorithm, efficiency

**Мета.** Дослідження спрямоване на застосування модифікованих методів градієнтного типу до задач оптимального керування одновимірними стаціонарними тепловими процесами та порівняльний аналіз ефективності класичного й модифікованого підходів на прикладі розв'язання конкретних задач. **Дизайн / Метод / Підхід.** Стаття присвячена розробці та числовій реалізації апроксимаційно-ітераційних алгоритмів, основаних на методі сіток, для аналізу керованих термостатичних систем, що моделюються диференціальними рівняннями зі змінними коефіцієнтами. Для числового розв'язання основних та спряжених крайових задач використано різницеві схеми другого порядку точності. Для відшукування нижньої грані цільового функціонала використано методи мінімізації градієнтного типу як в умовах обмежень на керування, так і без обмежень. **Результати.** Запропоновані модифіковані обчислювальні схеми демонструють підвищення ефективності класичного сіткового методу з погляду на кількість затребуваних обчислювальних витрат та точність отримуваних наближених розв'язків. **Теоретичне значення.** Розширення можливостей застосування теоретично обґрунтованих прямих методів пришвидшеної збіжності до розв'язання задач оптимального керування стаціонарними тепловими процесами. **Практичне значення.** Створення ефективного обчислювального інструменту для розв'язання задач оптимального керування стаціонарними тепловими процесами, що може бути застосований на практиці. **Оригінальність / Цінність.** Реалізація нових обчислювальних схем пришвидшеної збіжності щодо модифікованих методів градієнтного типу для зазначеного класу задач оптимального керування. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** Обмеження дослідження зумовлені лише властивостями використаної мови програмування та програмного забезпечення. Подальші дослідження передбачають застосування запропонованого модифікованого підходу до розв'язання більш складних задач оптимального керування, у тому числі багатовимірних та з фазовими обмеженнями. **Тип статті.** Прикладне дослідження.

## Ключові слова:

стаціонарний тепловий процес, керування, стан системи, цільовий функціонал, градієнтний метод, модифікований алгоритм, ефективність

## On the modification of direct methods for solving optimal control problems of stationary thermal processes

### Contributor Details:

Liudmyla Hart, Dr. Sc., Prof., Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, [ll\\_hart@ukr.net](mailto:ll_hart@ukr.net)

Anna Buhaienko, Undergrad. Stud., Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, [anndpua8@gmail.com](mailto:anndpua8@gmail.com)

Received: 2025-05-22

Revised: 2025-06-02

Accepted: 2025-06-04



Copyright © 2025 Authors.  
This work is licensed under a Creative  
Commons Attribution 4.0 International License.

Одним із ключових напрямів сучасної теорії керування є оптимальне керування, яке знаходить широке застосування у техніці, економіці, екології та інших галузях. Його основна мета полягає у знаходженні таких стратегій впливу на систему керування, які забезпечують досягнення бажаного результату за мінімальних витрат або з максимальним ефектом.

Задачі оптимального керування особливо актуальні у сфері теплових процесів, де зазвичай потрібно знайти найкращий розподіл температури відповідно до заданих умов. Серед таких задач важливий клас утворюють задачі оптимального керування процесами термостатики, в яких температура не залежить від зміни часу. Процеси стаціонарного розподілу тепла мають широкий спектр застосувань у фізиці, інженерії, геофізиці, біомедицині; вони є важливою складовою сучасних технологій управління тепловими процесами в різноманітних системах, включаючи промислові виробництва, будівництво, автомобільну промисловість та багато інших галузей (Fontes et al., 2019). Наприклад, оптимальне керування термостатом в системі кондиціонування дозволяє автоматично регулювати температуру та вологість у приміщенні (Hou et al., 2022). У промисловості оптимальне керування теплообмінниками дозволяє підтримувати температурні умови в системі, забезпечуючи ефективність виробничих процесів та зниження витрат енергії. Застосування оптимального керування термостатом в системах опалення дозволяє ефективно регулювати температуру в будівлях, зменшуючи енергоспоживання та витрати на опалення (Neittaanmaki et al., 2006). В автомобільній та авіаційній промисловості оптимальне керування термостатом дозволяє забезпечити комфортні умови для пасажирів та екіпажу, знижуючи витрати палива та забезпечуючи безпеку та ефективність транспортного засобу, а в агропромисловості дозволяє забезпечити оптимальні умови для росту та розвитку рослин, збільшуючи врожайність та зменшуючи витрати на енергію (Baranovskii et al., 2024). У цілому, розв'язання задач оптимального керування процесами термостатики дозволяє отримати оптимальні параметри керування системою терморегуляції, які забезпечують досягнення заданих цілей. Ці параметри можуть включати оптимальні часові розклади включення/вимкнення обігрівачів або кондиціонерів, налаштування температурних режимів, розподіл теплових потоків тощо. Водночас важливим аспектом залишаються питання ефективності методів, використовуваних для розв'язання таких задач.

На сьогоднішній день існує багато підходів до розв'язання задач оптимального керування процесами термостатики, як аналітичних, так і чисельних (Baldini et al., 2025). Оскільки точний розв'язок таких задач може бути отриманий лише в окремих випадках, то найбільш актуальним є використання наближених методів розв'язання, серед яких розрізняють прямі та непрямі. Зазначені методи відрізняються підходами до пошуку розв'язків задач оптимального керування. Непрямі методи передбачають розв'язання крайової задачі необхідних умов оптимальності, в той час як прямі методи не вимагають безпосереднього використання необхідних умов. Прямі методи не потребують складання спряженої системи рівнянь, системи керування та умов трансверсальності і зводять оптимізаційну задачу до побудови мінімізуючої (чи максимізуючої) послідовності, на підставі якої за допомогою граничного переходу може бути отримано точний розв'язок задачі оптимального керування.

Результати сучасних досліджень як теоретичного, так і прикладного характеру, стосовно задач оптимального керування термостатичними системами містяться у багатьох роботах. Зокрема, стаття (Abidi & Satouri, 2023) фокусується на новому числовому методі, основаному на спектральному методі дискретизації задачі керування з наступним використанням розширеного методу релаксації для забезпечення збіжності. У роботі (Hu et al., 2024) досліджуються числові методи розв'язання задач оптимального розподілу керування стаціонарним джерелом тепла або холоду, основані на методі скінченних елементів дискретизації задачі та розроблений неточний ітераційний стратегії для апроксимації оптимального розв'язку. На підставі проведеного аналізу автори пропонують адекватний критерій вибору розмірів сітки дискретизації для завершення ітерацій, що забезпечує точність наближених розв'язків, яка відповідає рівню дискретизації. У статті (Titouche et al., 2015) розглядається

оптимальне регулювання великих теплових процесів із використанням методу релаксації у поєднанні з методом стрільби для розв'язання задачі оптимального керування, коли змінна стану підпорядковується деяким обмеженням.

Значна увага у дослідженнях приділяється також методам регуляризації для розв'язання задач оптимального керування термостатичними системами за наявності обмежень на стан та/або керування, що призводить до чисельних і аналітичних труднощів. Для усунення цих перешкод у роботах (Vallejos, 2012; Kien et al., 2023) запроваджується регуляризація Лаврентьєва та вивчається порядок збіжності розв'язків на основі певних аргументів представлення джерела та багатосіткових процедур; у (Gangl et al., 2025) параметр регуляризації пов'язується з розміром сітки скінченних елементів для забезпечення оптимального балансу між помилкою та вартістю, а також формуються варіаційні нерівності першого роду для визначення невідомого стану, з якого на етапі постобробки обчислюється керування. Залежно від структури диференціального рівняння використовуються різні методи регуляризації та пропонуються оцінки швидкості збіжності.

У цій статті досліджується питання про застосування апроксимаційно-ітераційного підходу до розв'язання задач оптимального керування одновимірними стаціонарними тепловими процесами. При цьому в ролі апроксимаційного методу пропонується використовувати метод сіток, а в ролі ітераційного – певний метод градієнтного типу для мінімізації функціонала якості. Запропонований тут підхід укладається у загальну схему проєкційно-ітераційних методів розв'язання задач мінімізації з обмеженнями у гільбертових просторах, започаткованих у роботах С. Д. Балашової (Balashova, 1996) та пізніше теоретично обґрунтованих у застосуванні до задач оптимального керування в працях представників її наукової школи (E. Hart, 2017; L. Hart, 2013, 2017, 2022; Hart & Yatschko, 2021). Реалізована у роботі модифікація методів градієнтного типу супроводжується детально описаними обчислювальними технологіями, які дозволили довести ідею проєкційно-ітераційного підходу до успішних розрахунків. Проведено порівняльний аналіз класичного та модифікованого варіантів зазначених методів з урахуванням точності отримуваних наближених розв'язків, кількості необхідних ітерацій і часу виконання обчислень.

## Теоретичні відомості

Наведемо попередньо деяку загальну термінологію, вживану під час досліджень задач теплопровідності, у тому числі задач про стаціонарний розподіл тепла. Терміном «теплопровідність» визначають деякий процес перенесення тепла в неперервному середовищі з нерівномірним розподілом температури, що здійснюється внаслідок теплового руху елементарних частинок речовини (Karwa, 2020).

Теплопровідність описується коефіцієнтом теплопровідності  $\lambda$ , що є фізичною характеристикою матеріалу. Окрім цього, у нестационарних задачах використовується коефіцієнт температуропровідності  $a$ , який є фізичним параметром та характеризує швидкість зміни температури в середовищі. Коефіцієнт температуропровідності визначає міру термічної інерції матеріалу та впливає на динаміку розповсюдження тепла. Диференціальне рівняння, яке описує велику кількість задач теплопровідності, для декартової системи координат має вигляд

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c\rho}, \quad (1)$$

де  $\frac{\partial T}{\partial t}$  – швидкість зміни температури в часі,  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$  – коефіцієнт температуропровідності,  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності,  $q_v$  – потужність внутрішніх джерел,  $c$  – питома теплоємність,  $\rho$  – густина. Водночас рівняння (1) передбачає використання незмінних значень теплофізичних характеристик. Для більш складних ситуацій, коли теплофізичні властивості змінюються, застосовують загальну форму рівняння теплопровідності

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{c\rho} \cdot \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) + \frac{q_v}{c\rho}. \quad (2)$$

Зауважимо, що повний математичний опис задач теплопровідності складається з рівняння (1) або (2) та умов однознач-



ності. У теорії теплопровідності на позначення сукупності значень температур у всіх точках деякої заданої області простору в певний момент часу використовують таке поняття, як температурне поле (Karwa, 2020). Відомо, що тепловий процес або температурне поле, можуть бути як стаціонарними, так і нестаціонарними. Стаціонарним тепловим процесом вважають процес, температура якого не залежить від зміни часу  $t$ , тобто температура задається функцією, залежною лише від деяких просторових координат. Математично це означає, що похідна температури за часом є нульовою:  $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$ . Водночас у природі здебільшого переважають нестаціонарні теплові процеси. Їх математичний опис є достатньо складним, тому зазвичай, задля спрощення розрахунків, аналізують умовно стаціонарні процеси. Стаціонарні теплові процеси іноді називають процесами термостатики, що більш відображає їх фізичний зміст.

## Проблематика та цілі

Найрозповсюдженими прямими методами розв'язання задач оптимального керування є градієнтні методи та різні їх варіації. Однак, як відомо, основним недоліком градієнтних методів є досить повільна збіжність, особливо поблизу точки екстремуму. Тому актуальними є питання розробки та вдосконалення модифікацій цих методів з метою покращення їх ефективності. Суть досліджуваного в цій роботі проєкційно-ітераційного (апроксимаційно-ітераційного) підходу полягає у заміні вихідної екстремальної задачі послідовністю апроксимуючих її сіткових задач на сукупності сіток, що подрібнюються, та застосуванні певного методу мінімізації градієнтного типу до кожної з «наближених» екстремальних задач. При цьому пропонується будувати лише декілька наближень до розв'язку кожної з «наближених» задач і використовувати останнє з цих наближень у ролі початкового наближення в ітераційному процесі для наступної «наближеної» задачі. Послідовність відповідних кусково-лінійних інтерполантів пропонується розглядати як послідовність наближень до розв'язку вихідної екстремальної задачі.

**Метою роботи** є дослідження ефективності апроксимаційно-ітераційних методів градієнтного типу у застосуванні до задач оптимального керування одновимірними стаціонарними тепловими процесами та їх порівняння з відповідним класичним підходом на прикладі розв'язання модельних задач.

Для досягнення поставленої мети виділимо наступний перелік основних **завдань**:

- розробити модифіковані алгоритми градієнтного типу для розв'язання задач оптимального керування;
- програмно реалізувати розроблені класичні та модифіковані алгоритми;
- провести низку чисельних експериментів, визначити оптимальні стратегії вибору параметрів у модифікованих алгоритмах та порівняти результати, отримані двома підходами, за критеріями точності, кількістю необхідних ітерацій, часом виконання розрахунків, а також за візуалізацією.

Задля реалізації окресленої мети у роботі були використані апарат та методи теорії керування, методи розв'язання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь, методи чисельного інтегрування для обчислення функціонала та відповідні методи оптимізації.

Враховуючи зазначене, можна висунути наступну **гіпотезу**: для розгляданого класу задач керування модифікований підхід виявиться більш ефективним, з точки зору обчислювальних витрат, порівняно з традиційним підходом.

**Наукова новизна** даного дослідження полягає у реалізації нових обчислювальних схем пришвидшеної збіжності модифікованих методів градієнтного типу для задач оптимального керування стаціонарними тепловими процесами та у аналізі їх ефективності.

## Постановка задачі

Розглянемо задачу оптимального керування процесом термостатики, який відбувається в однорідному стрижні довжиною  $l$  ( $0 \leq x \leq l$ ) із заданою температурою на лівому ( $x = 0$ ) та правому ( $x = l$ ) кінцях. Потрібно, керуючи температурою внутрішніх джерел тепла, привести температурний режим

$u(x)$  у стрижні якомога ближче до заданого режиму  $\varphi(x)$ .

Математичне формулювання цієї задачі має такий вигляд: мінімізувати функціонал

$$J(v) = \int_0^l (u(x; v) - \varphi(x))^2 dx, \quad (3)$$

за умов

$$Lu = f(x) + v(x), \quad x \in (0, l), \quad (4)$$

$$u(0) = g_0, u(l) = g_l, \quad (5)$$

де  $l > 0$  – задана стала;  $g_0, g_l$  – задані сталі;  $\varphi(x)$  – задана функція бажаного розподілу температури у стрижні;  $f(x)$  – задана функція, що описує дію внутрішніх джерел тепла у стрижні;  $v \equiv v(x)$  – шукана функція керування внутрішніми джерелами тепла;  $u \equiv u(x) \equiv u(x; v)$  – шукана функція стану (температури), що знаходиться під впливом керування  $v(x)$  на проміжку  $[0, l]$ .

Дія диференціального оператора  $L$  у рівнянні (4) визначається формулою

$$Lu = -\frac{d}{dx} \left( k(x) \cdot \frac{du}{dx} \right) = -(k(x) \cdot u'(x))', \quad (6)$$

де  $k(x)$  – змінний коефіцієнт теплопровідності у точках стрижня, за умови  $k(x) \geq c_1$ ,  $x \in (0, l)$ , де  $c_1 > 0$  – деяка стала величина.

Задачу оптимального керування (2)–(6) будемо розглядати у двох постановках:

- за відсутністю обмежень на керування:  $v(x) \in L_2[0, l]$ ;
- за наявністю обмежень виду:

$$v \equiv v(x) \in V = \{v(x) \in L_2[0, l];$$

$$0 \leq v \leq v_{max}, \quad x \in [0, l]\}, \quad (7)$$

де  $v_{max} > 0$  – задане значення.

Відомо (Samaraskii & Vabishchevich, 2007), що узагальнений розв'язок  $u \equiv u(x; v)$  крайової задачі (4)–(6) існує та єдиний у просторі Соболева  $W_2^{(1)}[0, l]$  за будь-якого допустимого керування  $v(x) \in V$  і неперервно залежить від керування, правої частини та граничних умов; функціонал (3) за умов (4)–(6) є опуклим і неперервно диференційованим на множині  $V \subseteq L_2[0, l]$ , причому його градієнт у кожній точці  $v \equiv v(x) \in V$  може бути поданий у вигляді

$$J'(v) = 2p(x), \quad x \in [0, l], \quad (8)$$

де функція  $p \equiv p(x)$  є узагальненим розв'язком спряженої крайової задачі

$$Lp = u(x) - \varphi(x), \quad x \in (0, l); \quad (9)$$

$$p(0) = 0, \quad p(l) = 0. \quad (10)$$

Отже, обчислення градієнта  $J'(v)$  функціонала (3) за умов (4)–(6) у точці  $v \equiv v(x) \in V$  потребує послідовного розв'язання двох лінійних крайових задач: основної задачі (4)–(6) відносно функції стану системи  $u \equiv u(x; v)$ ,  $x \in [0, l]$  та спряженої задачі (9), (10) відносно функції імпульсу системи  $p \equiv p(x; v)$ ,  $x \in [0, l]$ . Слід зазначити, що, якщо множина допустимих керувань  $V$  має вигляд (7), тобто опукла, замкнена та обмежена в просторі  $L_2[0, l]$ , то, за узагальненою теоремою Вейерштрасса, функціонал (3) за умов (4)–(7) досягає на  $V$  своєї нижньої грані  $J^* = \inf J(v)$ ,  $v \in V$ , тобто за будь-якого  $\varphi(x) \in L_2[0, l]$  існує оптимальний розв'язок  $(v^*(x), u^*(x))$ ,  $0 \leq x \leq l$ , задачі (3)–(7), такий, що  $J(v^*) = J^*$ , де  $v^* \equiv v^*(x) \in V$  – оптимальне керування,  $u^* \equiv u(x; v^*)$ ,  $x \in [0, l]$  – відповідна оптимальна фазова траєкторія системи.

## Методи розв'язання

Наведемо основний алгоритм методу умовного градієнта та алгоритм його апроксимаційно-ітераційної модифікації для розв'язання задачі оптимального керування (3)–(7) за наявності обмежень на керування.

### Алгоритм методу умовного градієнта

Підготовчий етап: задати початкове допустиме керування  $v^{(0)}(x) \in V$ , бажану точність обчислень  $\varepsilon > 0$  та лічильник ітерацій  $k = 0$ .

1. Знайти на  $[0, l]$  функцію стану  $u^{(k)}(x)$  та спряжену функцію  $p^{(k)}(x)$  як розв'язки крайових задач (4)–(6) та (9), (10) відповідно при  $v(x) = v^{(k)}(x)$ .
2. Визначити градієнт  $J'(v^{(k)})$  функціонала згідно формули (8).
3. Знайти допоміжне керування  $\hat{v}^{(k)}(x)$  як розв'язок задачі

$$\hat{v}^{(k)}(x) = \arg \min_{v(x) \in V} \langle J'(v^{(k)}), v \rangle.$$

З урахуванням виду допустимої множини керувань  $V$  розв'язок цієї задачі для всіх  $x \in [0, l]$  може бути знайдений в аналітичному вигляді:

$$\hat{v}^{(k)}(x) = \begin{cases} 0, \text{ якщо } J'(v^{(k)}) > 0, \\ v_{\max}, \text{ якщо } J'(v^{(k)}) < 0, \\ \forall v \in [0, v_{\max}], \text{ якщо } J'(v^{(k)}) = 0, \end{cases}$$

4. Знайти нове наближення до оптимального керування:

$$v^{(k+1)}(x) = v^{(k)}(x) + \alpha_k (\hat{v}^{(k)}(x) - v^{(k)}(x)),$$

де  $\alpha_k$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ) – кроковий множник, який має гарантувати монотонне спадання значень цільового функціонала ( $J(v^{(k+1)}) < J(v^{(k)})$ ).

5. Перевірити виконання критерію зупинки:

$$\|v^{(k+1)} - v^{(k)}\|_{L_2[0, l]} < \varepsilon.$$

Якщо нерівність не справджується, збільшити лічильник ітерацій  $k := k + 1$  і перейти на п. 1.

6. Знайти на  $[0, l]$  функцію стану  $u^{(k+1)}(x)$  як розв'язок крайової задачі (4)–(6) при  $v(x) = v^{(k+1)}(x)$  та спряжену функцію  $p^{(k+1)}(x)$  як розв'язок крайової задачі (9), (10) при  $u(x) = u^{(k+1)}(x)$ .

7. Обчислити значення функціонала  $J(v)$  за формулою (3) при  $u(x) = u^{(k+1)}(x)$ , визначити градієнт  $J'(v^{(k+1)})$  та його норму  $\|J'(v^{(k+1)})\|_{L_2[0, l]}$ .

Алгоритм описано.

Зазначимо, що під час чисельної реалізації цього алгоритму було розглянуто два варіанти вибору  $\alpha^{(k)}$ : дроблення крокового множника та класичний спосіб його вибору, пов'язаний із відшукуванням розв'язку допоміжної задачі одновимірної умовної мінімізації

$$g_k(\alpha_k) = \min_{0 \leq \alpha \leq 1} g_k(\alpha), \quad (11)$$

де  $g_k(\alpha) \equiv J(v^{(k)}(x) + \alpha(\hat{v}^{(k)}(x) - v^{(k)}(x)))$ .

Для знаходження значення функціонала  $J(v)$  у роботі використовувалося правило чисельного інтегрування за узагальненою квадратурною формулою Сімпсона, а для розв'язання лінійних крайових задач (4)–(6) та (9), (10) – метод скінченних різниць другого порядку точності у поєднанні з методом прогонки (Samarskii, 2001).

Зауважимо, що аналогічний алгоритм може бути сформульований для градієнтного методу мінімізації функціонала (3) за умов (4)–(6) в разі відсутності обмежень на керування, з тією лише відмінністю, що, оминаючи п. 3 наведеного вище алгоритму, нове наближення до оптимального керування слід знаходити за формулою

$$v^{(k+1)}(x) = v^{(k)}(x) + \alpha_k \cdot J'(v^{(k)}), \quad k = 0, 1, \dots,$$

де  $\alpha^{(k)} > 0$  – стала, що гарантує монотонне спадання функціонала в процесі ітерацій.

### Алгоритм модифікації методу умовного градієнта

Підготовчий етап: задати значення  $N_1, N_{\max}$ , де  $N_1$  – початковий порядок дискретизації задачі,  $N_{\max}$  – кінцевий порядок дискретизації. Призначити сумарний лічильник ітерацій в алгоритмі  $k_{\text{sum}} = 0$ . Задати номер етапу  $n = 1$ .

1. Задати лічильник ітерацій на  $n$ -му етапі  $k = 0$ . Визначити крок дискретизації задачі  $h_n = \frac{l}{N_n}$  та відповідну точність обчислень  $\varepsilon_n = C \cdot h_n^2$ , узгоджену з похибкою апроксимації, де  $C > 0$  – константа пропорційності (параметр алгоритму);

задати початкове наближення для сіткової функції керування  $\tilde{v}^{(0)} = (v_1^{(0)}, v_2^{(0)}, \dots, v_{N_n}^{(0)})$ .

2. Виконати розрахунки для дискретизованої задачі керування з використанням алгоритму методу умовного градієнта з точністю обчислень  $\varepsilon_n$  і визначити номер ітерації  $k = k_n$ , на якій справдиться нерівність  $\|\tilde{v}^{(k)} - \tilde{v}^{(k-1)}\| < \varepsilon_n$ .

3. Видати на друк величини

$$n, N_n, h_n, \varepsilon_n, k_n, \tilde{v}^{(k_n)}, u^{(k_n)}, J_{h_n}(\tilde{v}^{(k_n)}), \|J'_{h_n}(\tilde{v}^{(k_n)})\|.$$

4. Збільшити сумарний лічильник ітерацій  $k_{\text{sum}} := k_{\text{sum}} + k_n$ .

5. Прийняти  $N_{n+1} = 2 \cdot N_n$ . Якщо  $N_{n+1} > N_{\max}$ , то кінець роботи алгоритму, інакше перейти до п. 6.

6. Виконати кусково-лінійну інтерполяцію сіткової функції керування  $\tilde{v}^{(k_n)} = (v_1^{(k_n)}, v_2^{(k_n)}, \dots, v_{N_n}^{(k_n)})$  на відрізку  $[0, l]$  та сформувати вектор  $\tilde{v}^{(0)} = (v_1^{(0)}, v_2^{(0)}, \dots, v_{N_{n+1}}^{(0)})$  значень згаданого інтерполянта у вузлах рівномірної сітки, що відповідає порядку дискретизації  $N_{n+1}$ .

7. Прийняти  $n := n + 1$  та перейти до п. 1.

Алгоритм описано.

### Обмеження

З метою реалізації наведених чисельних алгоритмів було створено програму на мові програмування Java. Перевірка та візуалізація отриманих результатів здійснювалася з використанням спеціалізованої бібліотеки для роботи з Excel-файлами – XSSFWorkbook, та зокрема сам Microsoft Excel. Для роботи з даними у самій програмі використовується реалізація інтерфейсу List – ArrayList.

Враховуючи це, слід розуміти, що всі обмеження або неточності зумовлені насамперед архітектурою чи алгоритмами мови програмування Java або самої програми Microsoft Excel.

### Результати

Розглянемо задачу оптимального керування (3)–(6) з наступними вхідними даними:

$$l = 1, f(x) = 0.5x \cdot (1 - x) + 0.1, k(x) = 1 + 0.1x^2, \varphi(x) = 0.5x \cdot (2 - x) + 0.1x,$$

де бажана точність обчислень становить  $\varepsilon = 0.001$ .

Граничні умови для функції  $u(x)$  були задані наступні:  $u(0) = 0, u(1) = 0.6$ . Порядки дискретизації в алгоритмах модифікації були обрані такі:  $N_1 = 10, N_{\max} = 80$ . У всіх проведених дослідженнях за початковий вектор було взято  $\tilde{v}^{(0)} = 0.02$ .

Спочатку наведемо результати обчислень для задачі (3)–(6) без обмежень на керування. При цьому кроковий множник обирався за допомогою методу дроблення кроку ( $\lambda = 0.5$ ).

У табл. 1, 2 для всіх розглянутих випадків спостерігається однакова кількість ітерацій, близькі значення  $J(v)$ ,  $\|J'(v)\|$ ,  $\|v(x)\|$  та менший затрачений час для модифікації градієнтного методу. Водночас цікавим є те, що для розглядуваної задачі керування зі збільшенням значення крокового множника зменшуються кількість ітерацій та час виконання обчислень. У роботі було досліджено використання значення крокового множника, що відповідає умові  $\alpha \leq 10$  (задавати більше значення  $\alpha$  немає потреби, оскільки ціль задачі вже буде досягнута).

Таблиця 1 – Результати при  $C = 10, \alpha = 0.5$   
(Джерело: розроблено авторами)

Метод	Кількість ітерацій	Затрачений час	Значення $J(v)$	Значення $\ J'(v)\ $	Значення $\ v(x)\ $
Градієнтний метод	197	32 мс	1.1054E-4	0.00197	0.5963
Модифікація градієнтного методу	1+1+ +4+191= 197	20 мс	1.1054E-4	0.00197	0.5963

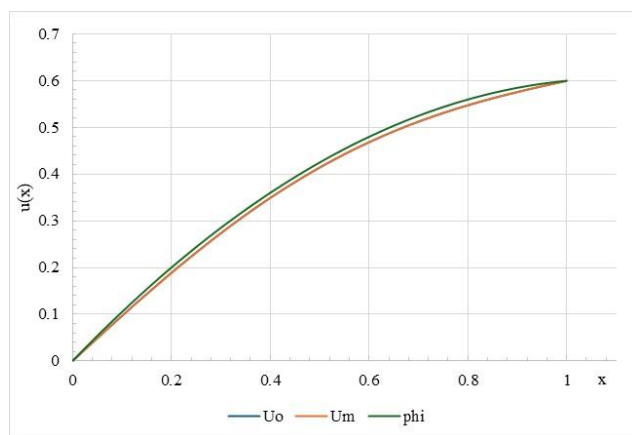
Зауважимо, що в проведених експериментальних дослідженнях усі обрані початкові значення  $\alpha$  не змінювалися протягом виконання обчислень, тобто відразу виконувалася умова монотонного спадання функціонала.

Проаналізуємо також графічну візуалізацію отриманих результатів. На рис. 1 зображено порівняння функції бажаного

розподілу температури  $\varphi(x)$  із шуканою функцією розподілу  $u(x)$  згідно з табл. 1. Хоча модифікований та класичний підходи привели до графіків, які візуально не розрізняються, вони лише наближаються до бажаного розподілу, зображеного зеленою верхньою лінією.

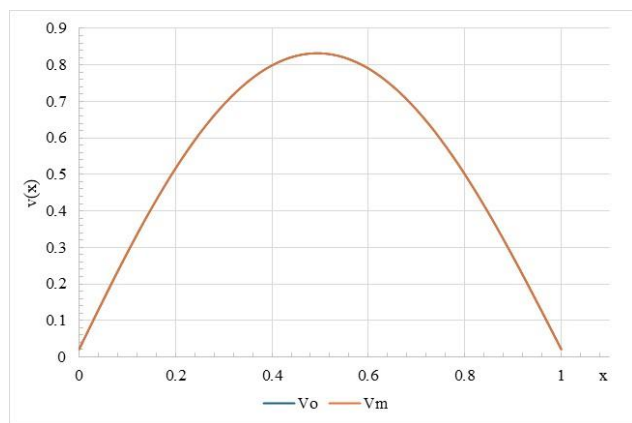
**Таблиця 2 – Результати при  $C = 10, \alpha = 10$**   
(Джерело: розроблено авторами)

Метод	Кількість ітерацій	Затрачений час	Значення $J(v)$	Значення $  J'(v)  $	Значення $  v(x)  $
Гradientний метод	26	10 мс	8.4333E-6	8.2769E-5	0.6968
Модифікація gradientного методу	3+6+7+10=26	4 мс	8.4356E-6	8.4006E-5	0.6968



**Рисунок 1 – Порівняння функцій розподілу температури згідно табл. 1 (Створено авторами)**

Графіки керування, отримані модифікованим та класичним підходами, також візуально збігаються, що видно на рис. 2. Максимальне значення фіксується в діапазоні  $0.8 \leq v \leq 0.9$ . При цьому в обох випадках має місце полого монотонність спадання значень функціонала  $J(v)$ .

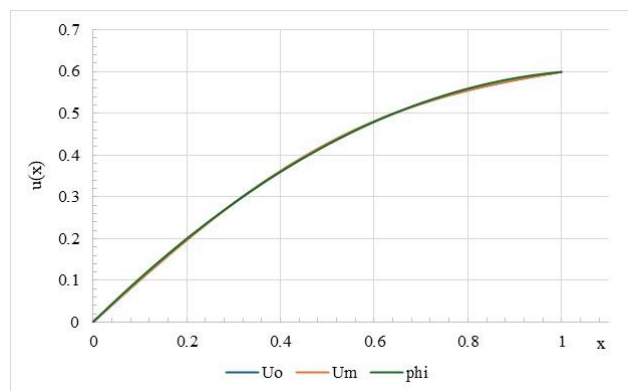


**Рисунок 2 – Порівняння керування згідно таблиці 1 (Створено авторами)**

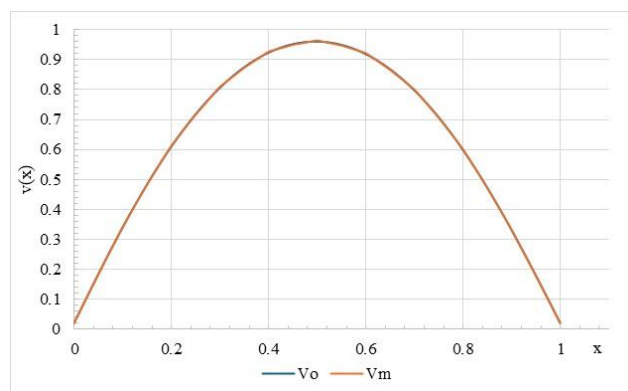
Зі збільшенням значення крокового множника  $\alpha$  візуально спостерігаються як досягнення бажаного розподілу температури (див. рис. 3), так і збіг поведінки функції керування (див. рис. 4). Водночас максимальне значення керування тепер фіксується в діапазоні  $0.9 \leq v \leq 1$ . У цьому випадку, класичний gradientний метод демонструє занадто швидке спадання значень функціонала  $J(v)$  на відміну від останнього етапу модифікованого методу, який демонструє стабільність обчислювального процесу та полого монотонність спадання функціонала.

Отже, за серією проведених експериментів для розглядуваної задачі керування можна дійти висновку, що з огляду на кількість обчислювальних витрат та точність отримуваних наближених розв'язків в ітераційних алгоритмах gradientного

методу доцільніше використовувати для крокового множника значення  $\alpha = 10$ .



**Рисунок 3 – Порівняння функцій розподілу температури згідно табл. 2 (Створено авторами)**



**Рисунок 4 – Порівняння керування згідно табл. 2 (Створено авторами)**

Розглянемо тепер для задачі (3)–(6) за вищезначених вхідних даних випадок наявності обмеження на керування виду (7) при  $v_{max} = 1$  і наведемо результати застосування методу умовного gradientа з дробленням кроку та його модифікації для її розв'язання. У табл. 3 наведено результати, що відповідають вхідному значенню крокового множника  $\alpha = 0.5$ , а в табл. 4 – значенню  $\alpha = 1$ .

**Таблиця 3 – Результати при  $C = 10, \alpha \approx 0.004$**   
(Джерело: розроблено авторами)

Метод	Кількість ітерацій	Затрачений час	Значення $J(v)$	Значення $  J'(v)  $	Значення $  v(x)  $
Метод умовного gradientа	25	21 мс	1.664E-7	0.0019	0.7881
Модифікація методу	3 + 1 + 2 + 10 = 16	8 мс	2.2133E-7	0.0019	0.78735

**Таблиця 4 – Результати при  $C = 10, \alpha \approx 0.004$**   
(Джерело: розроблено авторами)

Метод	Кількість ітерацій	Затрачений час	Значення $J(v)$	Значення $  J'(v)  $	Значення $  v(x)  $
Метод умовного gradientа	14	18 мс	2.1664E-7	0.004	0.7923
Модифікація методу	3 + 1 + 2 + 13 = 19	9 мс	1.4882E-7	0.004	0.8063

У першому випадку спостерігається перевага модифікованого методу як за кількістю ітерацій, так і за часом обчислень. У другому випадку модифікований метод показав сумарно більшу кількість ітерацій, але за менший час, оскільки частина ітерацій виконувалася для сіткових задач меншої розмірності. При цьому значення цільового функціонала та його gradientа в обох випадках співставні та мають однаковий порядок малості.

Слід зауважити, що дробленням крокового множника було досягнуто однакового значення  $\alpha \approx 0.004$  для обох випадків,



однак доцільніше використовувати вхідне  $\alpha$  меншим за одиницю ( $0 < \alpha < 1$ ).

Візуалізація отриманих результатів демонструє збігання всіх трьох графіків розподілу температури (див. рис. 5), і це характерно для обох випадків.

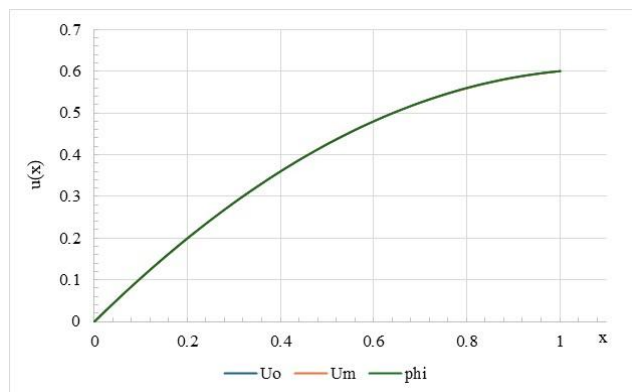


Рис. 5 – Порівняння функцій розподілу температури згідно табл. 3, 4 (Створено авторами)

Графіки керування, отримані модифікованим та класичним підходами, відрізняються на рис. 6, 7, що можна пояснити, зокрема, вірогідністю існування неєдиного оптимального розв'язку в задачі оптимального керування з опуклим критерієм якості.

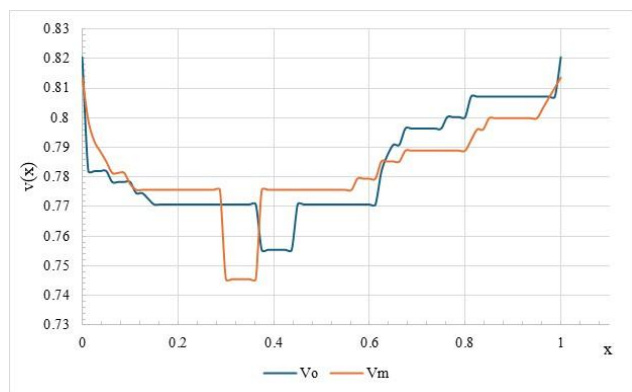


Рис. 6 – Порівняння керування згідно табл. 3 (Створено авторами)

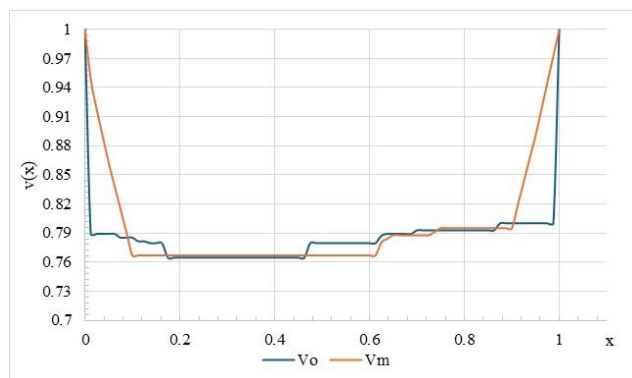


Рис. 7 – Порівняння керування згідно табл. 4 (Створено авторами)

Водночас помічено, що функціонал, отриманий класичним підходом, спадає занадто швидко та приблизно з другої-третьої ітерації простягається в близькому околі нуля. Графічно це виглядає як пряма лінія за всією абсцис.

Поведінка функціонала за модифікацією методу умовного градієнта, що представлена на рис. 8, 9, демонструє виконання умови монотонного спадання (значення функціонала на кожній з ітерацій виділені точками).

Якщо розглянути спосіб вибору значення крокового множника за правилом (11), то з табл. 5 видно, що модифікований

метод умовного градієнта, як і раніше, потребує меншої кількості обчислювальних витрат. Проте наявне суттєве збільшення часу обчислень в обох алгоритмах, що можна пояснити трудомісткістю процесу розв'язання задачі (11).

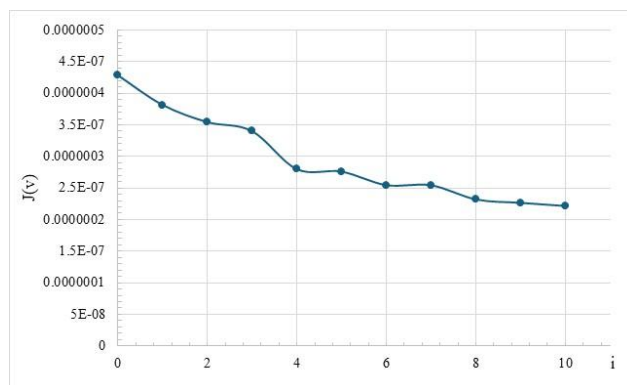


Рис. 8 – Поведінка  $J(v)$  при модифікованому підході з табл. 3 (Створено авторами)

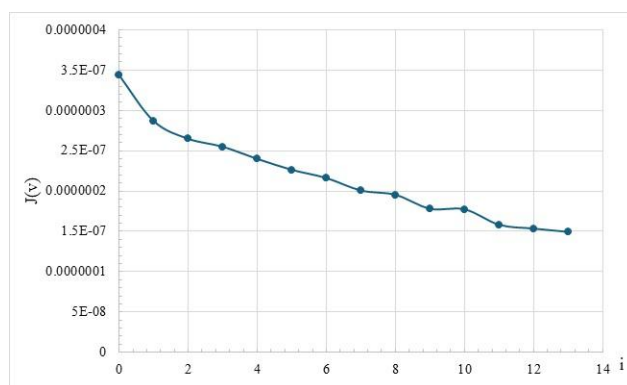


Рис. 9 – Поведінка  $J(v)$  при модифікованому підході з табл. 4 (Створено авторами)

Таблиця 5 – Результати при  $C = 10, \alpha_o = 0.004, \alpha_m = 0.003$  (Джерело: розроблено авторами)

Метод	Кількість ітерацій	Затрачений час	Значення $J(v)$	Значення $\ J'(v)\ $	Значення $\ v(x)\ $
Метод умовного градієнта	12	402 мс	1.8763E-7	1.115E-5	0.7867
Модифікація методу	2 + 1 + 1 + 10 = 14	256 мс	1.64E-7	9.2024E-6	0.7875

У цьому випадку, всі три сіткові функції розподілу температури візуально збігаються і мають таку саму поведінку, як на рис. 5, а відповідні сіткові функції керування відрізняються за поведінкою.

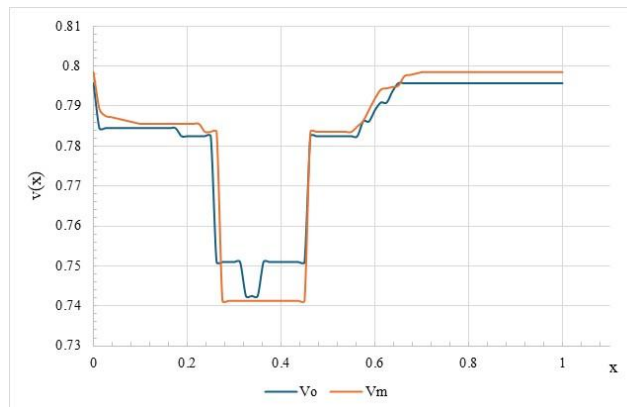


Рис. 10 – Порівняння керування згідно табл. 5 (Створено авторами)

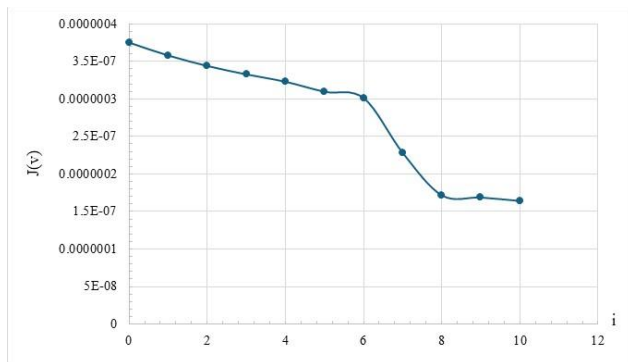


Рисунок 11 – Поведінка  $J(v)$  при модифікованому підході з табл. 5 (Створено авторами)

Поведінка функціонала за класичного методу умовного градієнта подібна до попередніх результатів: стрімке спадання та продовження в околі нуля за віссю ординат. На рис. 11 показана поведінка функціонала за модифікацією цього методу, де спостерігаємо монотонне спадання протягом роботи всього циклу алгоритму.

Додатково пояснимо, що подані у таблицях значення для  $\|J'(v)\|$ ,  $\|v(x)\|$  обчислені за стандартними формулами сіткових норм (Samarskii, 2001), а на графіках використані такі позначення:  $U_o$  – функція  $u(x)$ , отримана класичним методом градієнтного типу;  $U_m$  – функція  $u(x)$ , отримана за модифікацією відповідного методу;  $V_o$  – функція  $v(x)$ , отримана класичним методом градієнтного типу;  $V_m$  – функція  $v(x)$ , отримана за модифікацією відповідного методу;  $\phi i$  – функція  $\phi(x)$ ;  $i$  – номер ітерації.

## Висновки

Проведені дослідження підтверджують доцільність застосування розглянутих апроксимаційно-ітераційних модифікацій методів градієнтного типу до розв'язання задач оптимального керування стаціонарними тепловими процесами та їх ефективність у порівнянні з класичними сітковими схемами. Однією з переваг застосування саме модифікованого підходу є стабільність процесу обчислень, зменшення кількості обчислювальних витрат та підвищення точності отримуваних наближених розв'язків. Окрім цього, дослідження показали ефективність використання способу дроблення крокового множника в алгоритмах розглянутих градієнтних методів. Водночас експерименти продемонстрували важливість вибору належних вхідних значень для крокового множника та початкового наближення в ітераційних процедурах для забезпечення їх практичної збіжності. Зазначимо, що для розглянутої модельної задачі без обмежень на керування спостерігалось зменшення кількості ітерацій при збільшенні крокового множника, однак на загальний випадок така тенденція може не поширюватися. У зв'язку з цим оптимальні стратегії вибору параметрів у розглянутих алгоритмах градієнтного типу мають бути узгоджені з властивостями вихідної оптимізаційної задачі. Подальші дослідження авторів передбачають застосування запропонованого модифікованого підходу до розв'язання більш складних задач оптимального керування тепловими процесами, у тому числі нестационарними, багатовимірними та з фазовими обмеженнями.

## References

- Abidi, S., & Sattari, J. (2023). New numerical method for solving optimal control problem for the stationary Navier-Stokes equations. *AIMS Mathematics*, 8(9), 21484–21500. <https://doi.org/10.3934/math.20231095>
- Balashova, S. D. (1996). On solving minimization problems using projection-iterative methods [In Russian]. *Matematicheskie modeli i vychislitel'nye metody v prikladnykh zadachakh*, 99–104. <https://e.surl.li/kdqhsa>
- Baldini, S., Barbi, G., Cervone, A., Giangolini, F., Manservigi, S., & Sirotti, L. (2025). Optimal Control of Heat Equation by Coupling FVM and FEM Codes. *Mathematics*, 13(2), 238. <https://doi.org/10.3390/math13020238>
- Baranovskii, E. S., Brizitskii, R. V., & Saritskaia, Z. Yu. (2024). Boundary Value and Control Problems for the Stationary Heat Transfer Model with Variable Coefficients. *Journal of Dynamical and Control Systems*, 30(3). <https://doi.org/10.1007/s10883-024-09698-w>
- Fontes, F. A. C. C., Halder, A., Becerril, J., & Kumar, P. R. (2019). Optimal Control of Thermostatic Loads for Planning Aggregate Consumption: Characterization of Solution and Explicit Strategies. *IEEE Control Systems Letters*, 3(4), 877–882. <https://doi.org/10.1109/lcsys.2019.2918978>
- Gangl, P., Löscher, R., & Steinbach, O. (2025). Regularization and finite element error estimates for elliptic distributed optimal control problems with energy regularization and state or control constraints. *Computers & Mathematics with Applications*, 180, 242–260. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2024.12.021>
- Hart, E. (2017). *Models and projection-iterative modifications of the variational-grid methods in problems of elastic-plastic deformation of structurally inhomogeneous solids* [Doctoral dissertation, in Ukrainian, Oles Honchar Dnipro National University]. <https://nrat.ukrintei.ua/en/searchdoc/0517U000726>
- Hart, L. (2013). Projection-iterative realization of the method of conditional gradient of functional minimizing in Hilbert space [In Russian]. *System research and information technologies*, (3), 104–117. <http://journal.iasa.kpi.ua/article/view/44151>
- Hart, L. (2017). *Projection-iteration methods for solving operator equations and infinite-dimensional optimization problems* [Doctoral dissertation, in Ukrainian, Oles Honchar Dnipro National University]. <https://nrat.ukrintei.ua/en/searchdoc/0517U000442>
- Hart, L. (2022). Combined Approach to Solving the Neumann Problem for a Parametric Quasilinear Elliptic Equation. In *International Symposium on Engineering and Manufacturing* (pp. 316–328). Cham: Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-03877-8\\_28](https://doi.org/10.1007/978-3-031-03877-8_28)
- Hart, L., & Yatschko, N. (2021). Numerical algorithms for solving an elliptic optimal control problem with a power-law nonlinearity. *Artificial Intelligence*, 26(2), 64–76. <https://doi.org/10.15407/jai2021.02.064>
- Hou, J., Li, X., Wan, H., Sun, Q., Dong, K., & Huang, G. (2022). Real-time optimal control of HVAC systems: Model accuracy and optimization reward. *Journal of Building Engineering*, 50, 104159. <https://doi.org/10.1016/j.jobbe.2022.104159>
- Hu, M., Song, H., Wu, J., & Yang, J. (2024). Inexact primal-dual active set iteration for optimal distribution control of stationary heat or cold source. *Journal of Global Optimization*, 91(1), 235–253. <https://doi.org/10.1007/s10898-024-01437-6>
- Karwa, R. (2020). *Heat and mass transfer*. Springer Nature. <https://books.google.com/books?id=4IXsDwAAQBAJ>
- Kien, B. T., Rösch, A., Son, N. H., & Tuyen, N. V. (2023). FEM for Semilinear Elliptic Optimal Control with Nonlinear and Mixed Constraints. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 197(1), 130–173. <https://doi.org/10.1007/s10957-023-02187-3>
- Neittaanmaki, P., Sprekels, J., & Tiba, D. (2006). *Optimization of elliptic systems: Theory and applications* (Springer Monographs in Mathematics). Springer New York. <https://doi.org/10.1007/b138797>
- Samarskii, A. A. (2001). *The theory of difference schemes*. CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9780203908518>
- Samarskii, A. A., & Vabishchevich, P. N. (2007). *Numerical Methods for Solving Inverse Problems of Mathematical Physics* (Vol. 52). Walter de Gruyter. <https://books.google.com/books?id=9ljbSaVdNaoC>
- Titouche, S., Spiteri, P., Messine, F., & Aidene, M. (2015). Optimal control of a large thermic process. *Journal of Process Control*, 25, 50–58. <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2014.09.015>
- Vallejos, M. (2012). Multigrid methods for elliptic optimal control problems with pointwise state constraints. *Numerical Mathematics: Theory, Methods and Applications*, 5(1), 99–109. <https://doi.org/10.4208/nmtma.2011.m12si06>

# Вплив емоційного сервісу на лояльність клієнтів у сфері б'юті-послуг

Єлизавета Кравчук , Олександр Крупський 

**Purpose.** This article aims to theoretically substantiate and empirically investigate the impact of emotional service on customer loyalty in the beauty industry. It identifies key emotional interaction factors that enhance customer satisfaction and the competitive advantage of beauty service providers. **Design / Method / Approach.** The study employs an empirical approach based on a survey conducted at the “Women Place” beauty salon in Odesa, Ukraine. Forty regular clients participated, evaluating the significance of emotional and personalized service components. Data was analyzed using descriptive statistics and visualized through percentage-based charts. **Findings.** The research reveals that personalized communication, staff politeness, cleanliness, interior design, music, and aromatherapy influence customer loyalty. Emotional service plays a critical role in shaping positive client experiences and strengthening brand affiliation. Clients value not only service quality but also the emotional atmosphere and individual approach. **Theoretical Implications.** This study contributes to understanding emotional service as a strategic tool for loyalty development in the Ukrainian beauty industry. It broadens the theoretical framework by integrating emotional labor, non-verbal communication, and personalization into customer behavior analysis. **Practical Implications.** The findings offer practical recommendations for beauty business managers to improve emotional interaction processes, implement CRM systems, and develop customer-oriented strategies to retain clientele and reduce churn. **Originality / Value.** This is one of the first comprehensive empirical studies in Ukraine examining emotional service in loyalty formation, considering sensory, behavioral, and personalized dimensions. **Research Limitations / Future Research.** The study is limited to one beauty salon. Future research may compare other market segments and explore demographic factors influencing emotional service perception. **Article Type.** Applied Research.

## Keywords:

emotional service, customer loyalty, beauty industry, personalized service, non-verbal communication, client experience

**Мета.** Метою статті є теоретичне обґрунтування та емпіричне дослідження впливу емоційного сервісу на формування лояльності клієнтів у сфері б'юті-послуг. Визначено ключові чинники емоційної взаємодії, що сприяють підвищенню задоволеності споживачів і конкурентоспроможності підприємств галузі. **Дизайн / Метод / Підхід.** Дослідження базується на емпіричних даних, зібраних шляхом анкетування 40 постійних клієнток салону краси «Women Place» (м. Одеса). Респондентки оцінювали значущість елементів емоційного та персоналізованого обслуговування. Зібрані дані проаналізовано з використанням описової статистики та графічної інтерпретації. **Результати.** Встановлено, що індивідуальний підхід, ввічливість персоналу, чистота приміщень, дизайн інтер'єру, музика та ароматерапія суттєво впливають на формування клієнтської лояльності. Емоційний сервіс відіграє важливу роль у створенні позитивного досвіду та зміцненні прихильності до бренду. Споживачі очікують не лише якісного результату, а й комфортної емоційної атмосфери. **Теоретичне значення.** Дослідження розширює наукове уявлення про емоційний сервіс як інструмент стратегічного управління лояльністю в індустрії краси України. Поглиблено розуміння ролі емоційної праці, невербальної комунікації та персоналізації в обслуговуванні клієнтів. **Практичне значення.** Запропоновано рекомендації для менеджерів підприємств б'юті-сфери щодо покращення емоційної взаємодії, впровадження CRM-систем та розробки персоналізованих стратегій обслуговування. **Оригінальність / Цінність.** Це одне з перших комплексних емпіричних досліджень в Україні, яке розкриває значення емоційного сервісу у формуванні лояльності клієнтів у сфері б'юті-послуг. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** Дослідження обмежене аналізом одного закладу. У майбутньому доцільно порівняти різні ринкові сегменти та дослідити вплив вікових і соціально-демографічних чинників. **Тип статті.** Прикладне дослідження.

## Ключові слова:

емоційний сервіс, лояльність клієнтів, індустрія краси, персоналізоване обслуговування, невербальна комунікація, клієнтський досвід

## The Impact of Emotionally Driven Service on Customer Loyalty in the Beauty Services Sector

### Contributor Details:

Kravchuk Yelyzaveta, Undergraduate Student, Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, [elizabethkravchuk13@gmail.com](mailto:elizabethkravchuk13@gmail.com)

Oleksandr P. Krupskiy, Cand. Sc., Assoc. Prof., Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, [krupskyy71@gmail.com](mailto:krupskyy71@gmail.com)



У сучасних умовах високої конкуренції на ринку б'юти-послуг питання формування та утримання лояльності клієнтів набуває особливої актуальності. Індустрія краси є однією з найбільш динамічних сфер обслуговування, де якість надання послуг часто сприймається клієнтами не лише з позиції професіоналізму майстра, а й кризь призму емоційного комфорту, атмосфери закладу та рівня емоційної взаємодії персоналу з клієнтами. У цьому контексті поняття емоційного сервісу виступає ключовим фактором формування позитивного споживачького досвіду, що безпосередньо впливає на поведінкову лояльність клієнтів, їхню готовність здійснювати повторні звернення та рекомендувати послуги іншим.

Зважаючи на те, що споживачі у сфері б'юти-послуг здебільшого прагнуть отримати не лише якісний результат, а й емоційне задоволення від процесу обслуговування, вивчення механізмів впливу емоційного сервісу на рівень їхньої лояльності є вкрай важливим. Особливу значущість дане питання має в умовах сучасного споживчого ринку, де споживачі стають все більш вимогливими до сервісної складової, а емоційні враження виступають одним з головних чинників ухвалення рішення про повторне звернення до послуги.

Дослідження показують, що емоційна компетентність співробітників і переваги стосунків значно впливають на задоволеність клієнтів і лояльність у секторі косметичних послуг. Емоційна компетентність співробітників позитивно впливає на задоволеність клієнтів, тоді як взаєморозуміння відіграє вирішальну роль у підвищенні як задоволеності, так і лояльності (Olamilekan & Dastane, 2014). Переваги відносин, зокрема переваги довіри та інформації, сприяють згуртованості відносин і лояльності клієнтів (Park, 2023). Якість обслуговування, що включає взаємодію, результат і якість фізичного середовища, позитивно впливає на якість відносин і витрати на перехід, що зрештою призводить до лояльності до обслуговування (Lee & Rhee, 2008). Крім того, клієнтський досвід позитивно впливає на емоційну прив'язаність до бренду та довіру клієнтів, що, у свою чергу, підвищує лояльність клієнтів до клінік краси (Sari & Wijaya, 2019). Атрибути якості послуг, зокрема відчутність, надійність, впевненість, емпатія та чуйність, позитивно впливають на задоволеність і лояльність клієнтів (Tambayong & Tan, 2022). Взаємодія, очікування та якість обслуговування результатів суттєво впливають на задоволеність клієнтів, що є посередником у зв'язку між якістю обслуговування та лояльністю (Jeon & Park, 2021). Ціна також відіграє важливу роль у задоволенні та лояльності клієнтів, а конкурентоспроможні ціни сприяють позитивним результатам (Makhlouf, 2014). Однак вплив ціни на лояльність через задоволеність клієнтів може бути негативним (Herlina & Dewi, 2022). Загалом ці дослідження підкреслюють важливість надання високоякісних послуг, побудови міцних стосунків із клієнтами та підтримки конкурентоспроможних цін для підвищення задоволеності та лояльності клієнтів у секторі косметичних послуг.

Незважаючи на зростаючу увагу до питань сервісу та клієнтоорієнтованості у б'юти-сфері, теоретико-практичні аспекти впливу емоційного сервісу на лояльність клієнтів залишаються практично недослідженими в українських реаліях. Аналіз актуальної наукової літератури засвідчує, що вітчизняні дослідження зосереджуються переважно на загальних питаннях розвитку ринку послуг індустрії краси (Zharova, 2021; Parkhomenko & Denysiuk, 2023; Sviderska et al., 2023), тоді як проблема побудови емоційного сервісу як чинника формування стійкої клієнтської бази залишається поза належною увагою наукової спільноти. Наявні аналітичні огляди, та звіти консалтингових агентств та професійних порталів, в основному висвітлюють ринкові тенденції, конкуренцію та маркетингові інструменти залучення нових клієнтів, але не пропонують системного аналізу впливу емоційної взаємодії на лояльність. Таким чином, дана робота становить одну з перших спроб комплексного наукового дослідження цієї проблематики в українських умовах.

У сучасних дослідженнях акцентовано увагу на умовах відкриття малого бізнесу в індустрії краси на прикладі окремих регіонів України, що підкреслює важливість врахування локальних особливостей для забезпечення успішності підприємств даної галузі (Kolodkina & Krupskiy, 2024). Окремі наукові ро-

боти містять рекомендації щодо підвищення ефективності функціонування косметологічних закладів через впровадження сучасних управлінських підходів і технологій, із акцентом на необхідність адаптації до змінного ринкового середовища (Krupskiy et al., 2024).

Варто зазначити, що, хоча ці дослідження не зосереджені безпосередньо на впливі емоційного сервісу на лояльність клієнтів у б'юти-сфері, вони надають цінні інсайти щодо важливості емоційної взаємодії та персоналізованого підходу в обслуговуванні клієнтів, що є ключовими факторами у формуванні лояльності та підвищенні конкурентоспроможності підприємств індустрії краси.

Таким чином, *актуальність обраної теми* зумовлена потребою у виявленні та аналізі тих елементів емоційної взаємодії між персоналом і клієнтами, які відіграють вирішальну роль у формуванні стійкої клієнтської бази, зниженні рівня відтоку клієнтів та підвищенні конкурентоспроможності підприємств сфери краси. Наукове осмислення ролі емоційного сервісу як чинника формування клієнтської лояльності у б'юти індустрії є надзвичайно актуальним для подальшого вдосконалення стратегій розвитку сервісних компаній, підвищення стандартів обслуговування та зміцнення їхніх позицій на ринку. Результати дослідження сприятимуть практичному впровадженню ефективних моделей емоційної взаємодії з клієнтами, що відповідатимуть сучасним потребам ринку та очікуванням споживачів.

**Метою статті** є теоретичне обґрунтування та емпіричне дослідження впливу емоційного сервісу на формування лояльності клієнтів у сфері б'юти-послуг, а також визначення ключових факторів емоційної взаємодії, що сприяють підвищенню клієнтської задоволеності та забезпеченню стійких конкурентних переваг закладів індустрії краси.

## Ступінь наукового дослідження теми

Вагомий внесок у систематизацію сучасних наукових підходів до підприємництва та управління ресурсами у суспільному контексті зроблено в межах досліджень, присвячених аналізу актуальних тенденцій у цій сфері. У межах відповідних наукових напрацювань акцентовано увагу на необхідності інтеграції інноваційного мислення, персоналізованого сервісу та врахування соціально-культурних особливостей при формуванні ефективних моделей взаємодії з клієнтами. Такий підхід дозволяє розглядати емоційний сервіс не лише як інструмент утримання споживача, а й як складову ширшої концепції сталого розвитку підприємств сфери послуг. Інтеграція соціальних аспектів до управлінських моделей сприяє глибшому розумінню потреб споживачів і формуванню довгострокової лояльності (Falkiewicz et al., 2016).

Емоційний сервіс у сучасній науковій літературі трактується як цілеспрямована діяльність персоналу підприємств сфери послуг, спрямована на викликання у клієнтів позитивних емоцій та формування стійкого емоційного зв'язку з брендом або компанією. Цей тип сервісу базується на здатності співробітників розпізнавати емоційні стани клієнтів, відповідно адаптувати свою поведінку та створювати приємний клієнтський досвід (Grandey, 2000).

Згідно з визначенням, запропонованим Grandey (2003), емоційний сервіс передбачає управління власними емоціями працівників задля відповідності очікуванням клієнта і стандартам обслуговування, що в кінцевому підсумку сприяє підвищенню задоволеності та лояльності споживачів. Працівники у межах емоційного сервісу здійснюють так зване «емоційне управління» (emotional labor), що полягає у вираженні соціально бажаних емоцій під час взаємодії з клієнтами. На думку українських дослідників, зокрема Berezivska (2025), емоційний сервіс можна розглядати як невід'ємну складову системи управління якістю обслуговування у сфері гостинності. Дослідниця зазначає, що професійна емоційна взаємодія персоналу з клієнтами підвищує конкурентоспроможність підприємства завдяки формуванню емоційної прив'язаності споживачів. Крім того, відповідно до досліджень, емоційний сервіс є не лише засобом задоволення поточних потреб клієнтів, а й стратегічним інструментом побудови емоційного капіталу бренду. Емоційні враження від сервісу істотно впливають на рівень намірів повторного відвідування закладу та рекомендаційного марке-

тингу (Jin et al., 2013). Дослідження також свідчать, що позитивний емоційний досвід підвищує якість взаємин між клієнтом і брендом, сприяючи формуванню довгострокової лояльності. Зокрема, встановлено, що емоційна цінність сервісу позитивно корелює з намірами клієнтів здійснювати повторні покупки та рекомендувати бренд іншим (Wu & Liang, 2025). Ці автори підкреслюють, що емоційні враження від сервісу істотно впливають на рівень намірів повторного відвідування закладу та рекомендаційного маркетингу.

У межах даного дослідження під поняттям «б'юті-послуги» будемо розуміти конкретні види сервісної діяльності, спрямовані на покращення зовнішності, естетичних характеристик та психологічного самопочуття клієнтів. До таких послуг належать косметологічні процедури, перукарські роботи, манікюр і педикюр, масаж обличчя й тіла, візаж та інші персоналізовані сервіси. Б'юті-послуги є складовою частиною ширшого сектора – індустрії краси, яка включає також виробництво та дистрибуцію косметичних засобів, навчання та сертифікацію персоналу, розробку нових технологій у догляді за зовнішністю, а також розвиток спеціалізованої інфраструктури (Sahota, 2014). В англomовній літературі для позначення цієї сфери часто використовуються терміни “beauty services” або “personal care services”, які стосуються безпосереднього надання естетичних процедур клієнтам (Khan & Tabassum, 2010; Jagannathan et al., 2024). Згідно з підходами західних дослідників, саме послуги на рівні безпосередньої взаємодії із споживачем визначають кінцеву якість сприйняття бренду в індустрії краси та формують основу для розвитку емоційного сервісу як інструменту конкурентної боротьби (Ko & Megehee, 2012). Таким чином, у даній роботі розмежовується використання понять: «б'юті-послуги» стосуються практичного надання послуг кінцевим клієнтам, тоді як «індустрія краси» охоплює весь комплекс економічної та організаційної діяльності у даній галузі.

Проблематика впливу емоційного сервісу на лояльність клієнтів у сфері б'юті-послуг є предметом активних наукових досліджень протягом останніх років. Зокрема, підкреслюється, що використання експерієнційного маркетингу, який апелює до емоційних, сенсорних та інтелектуальних аспектів споживачів, сприяє підвищенню задоволеності клієнтів та зміцненню їхньої лояльності у сегменті люксової косметики. Наголошується, що створення унікального досвіду взаємодії з брендом позитивно впливає на наміри здійснювати повторні покупки та формує загальну прихильність споживачів (Dhillon, et sl., 2021).

У контексті українського ринку наголошується на важливості управління сервісними інноваціями на основі розвитку емоційного інтелекту персоналу. Акцент робиться на тому, що формування емоційних компетенцій сприяє підвищенню якості обслуговування та рівня задоволеності клієнтів. Впровадження програм розвитку емоційного інтелекту покращує взаємодію між працівниками та споживачами послуг, що, у свою чергу, позитивно впливає на формування лояльності клієнтів (Lysytsia, et al., 2021).

Наукові дослідження свідчать про важливість використання демографічної та психографічної сегментації при формуванні маркетингових стратегій, спрямованих на підвищення лояльності споживачів до бренду. Встановлено, що розуміння особливостей різних сегментів цільової аудиторії дозволяє розробляти більш ефективні стратегії взаємодії, які враховують емоційні та поведінкові аспекти клієнтів (Gajanova et al., 2019). У свою чергу, результати сучасних досліджень демонструють, що емоційна цінність продукту істотно впливає на наміри споживачів здійснювати повторні покупки, особливо у сегменті косметики на основі рослинних екстрактів. Це підкреслює важливість формування емоційного зв'язку між брендом і клієнтом як одного з ключових чинників довгострокової лояльності (Wu & Liang, 2025). Водночас, дослідження Ogilvy (2023) наголошує на переосмисленні концепції лояльності в епоху емоційного споживача, підкреслюючи, що провідні бренди акцентують увагу на емоційній взаємодії з клієнтами для створення більш глибоких та цінних відносин. Автори зазначають, що використання емоційного маркетингу сприяє формуванню стійкої прихильності споживачів до бренду. Цю тенденцію підтримують і інші науковці, які акцентують увагу на

зміні сенсорних моделей споживання, вказуючи на те, що в умовах цифрової трансформації саме емоційно забарвлені, ірреальні або віртуалізовані аспекти обслуговування дедалі більше визначають сприйняття розкоші та впливають на формування лояльності (Cunha & Krupskyi, 2023).

Загалом, аналіз сучасних досліджень свідчить про зростаючу роль емоційного сервісу у формуванні лояльності клієнтів у сфері б'юті-послуг. Впровадження стратегій, що враховують емоційні потреби та очікування споживачів, є ключовим фактором успіху на сучасному ринку. Подальші дослідження в цьому напрямку сприятимуть розробці більш ефективних методик взаємодії з клієнтами та підвищенню конкурентоспроможності підприємств індустрії краси.

Емоційний сервіс є одним із ключових чинників, що визначає якість обслуговування у сфері б'юті послуг. На відміну від традиційного підходу до сервісу, який орієнтований виключно на технічне виконання процедури, емоційний сервіс акцентує увагу на створенні позитивного емоційного досвіду для клієнта. Клієнти б'юті-салонів, спа-центрів, косметологічних клінік очікують не лише професійного виконання послуг, а й відчуття комфорту, турботи, індивідуального підходу та приємного емоційного клімату під час візиту. У зв'язку з цим, емоційний сервіс виступає важливим фактором, що впливає на формування враження про бренд, задоволення від отриманої послуги та подальшу поведінку клієнта.

Високий рівень емоційного сервісу забезпечується завдяки цілій низці взаємопов'язаних елементів, серед яких особлива роль належить персоналу закладу. Саме персонал є тим фактором, який формує перше враження клієнта та здатен закласти фундамент подальшої лояльності. Ввічливість співробітників проявляється не лише у стандартних фразах вітання чи прощання, а й у доброзичливому тоні, готовності допомогти та надати вичерпну консультацію. Привітність, яка виражається у ширшій усмішці, підтриманні зорового контакту та доброзичливій невербальній комунікації, створює атмосферу відкритості та довіри, що надзвичайно важливо для клієнта у сфері б'юті послуг, де споживач часто прагне не просто отримати результат, а й відчувати себе особливим (Hashem, et al., 2020).

Не менш важливим є вміння персоналу слухати клієнта. Це означає не просто фіксацію його побажань, а й активне слухання – уважне ставлення до нюансів, здатність уточнювати деталі, демонструючи, що кожен запит сприймається серйозно. Наприклад, клієнт, який прийшов на процедуру, висловлює певні побажання щодо комфорту, температури приміщення або музичного супроводу. Уважне реагування персоналу на ці деталі формує у клієнта відчуття індивідуального підходу та турботи, що посилює його позитивні емоції та, відповідно, лояльність.

Уміння бути уважним до дрібниць проявляється і в інших аспектах: чистота робочих зон, акуратне сервірування косметичних засобів, пропозиція напоїв чи додаткових бонусів – усе це створює у клієнта відчуття преміальності та турботи. Водночас важливою складовою високого рівня сервісу є ширший прояв позитивних емоцій з боку персоналу. Співробітники, які не демонструють байдужості, а щиро радіють спілкуванню з клієнтом, здатні створити дружню, довірливу атмосферу, яка стає запорукою емоційного комфорту відвідувача (Muhammed Rafi & Edakkotte, 2024).

Дослідження у сфері сервісу показують, що емоційне задоволення клієнта безпосередньо впливає на його подальшу поведінку (Khytra, 2021). Позитивні емоції стають визначальним чинником формування прихильності: клієнти частіше повертаються до закладу, повторно звертаючись за послугами, залишають позитивні відгуки в соціальних мережах та на спеціалізованих платформах, а також рекомендують заклад своїм знайомим та близьким. Усі ці поведінкові прояви є яскравим маркером високої лояльності.

Особливої уваги заслуговує аспект прийняття клієнтом рішення про вибір закладу б'юті послуг. На відміну від багатьох інших сфер, де цінова політика чи технічна якість послуги мають вирішальне значення, у сфері краси ключовим критерієм часто виступає атмосфера сервісу, емоційний фон, який супроводжує перебування клієнта у закладі. Відвідувачі не тільки очікують отримати бажаний результат, наприклад, якісну стрижку чи косметичну процедуру, а й прагнуть отримати емоційне

задоволення від процесу. Саме емоційний фактор значною мірою зумовлює їхній вибір: комфорт, увага, турбота, індивідуальний підхід створюють відчуття психологічного благополуччя, яке клієнт підсвідомо прагне повторити (Neo & Kim, 2016).

Особливістю б'юті-сфери є висока конкуренція, що підвищує вимоги до якості обслуговування (Yurpelmi et al., 2023). У таких умовах емоційний сервіс стає тим аспектом, що дозволяє підприємству диференціювати себе від конкурентів. Наприклад, салон краси може пропонувати ідентичний перелік послуг з аналогічною ціною політикою, проте клієнти обирають саме той заклад, де вони відчують себе комфортно, де персонал створює дружню, емоційно теплу атмосферу. Зокрема, персонал, який пам'ятає вподобання клієнта, цікавиться його настроєм, демонструє щире зацікавлення, формує відчуття довіри та прихильності до бренду. У результаті саме емоційна складова послуг сприяє закріпленню клієнта за певним закладом, що є запорукою зростання клієнтської бази.

Лояльність у сфері б'юті послуг розглядається як схильність клієнта не лише регулярно користуватися послугами одного і того ж закладу, а й проявляти прихильність до бренду на емоційному рівні. Лояльний клієнт позитивно сприймає бренд, виявляє готовність пробачати окремі недоліки, активно рекомендує послуги знайомим та близьким, бере участь у програмах лояльності, що значно підвищує конкурентоспроможність підприємства.

Формування лояльності клієнтів за рахунок емоційного сервісу тісно пов'язане із застосуванням персоналізованого підходу, адже саме персоналізація здатна створити для клієнта унікальне, неповторне враження, яке вирізняє заклад серед інших конкурентів. Клієнт підприємств індустрії краси шукає не лише професійного виконання процедур, а й потребує емоційного контакту, відчуття уваги до власних потреб, індивідуального ставлення. Одним із ключових інструментів персоналізації є вміння персоналу звертатися до клієнта на ім'я, що з психологічної точки зору сприяє виникненню довіри та емоційного комфорту. Коли співробітник салону пам'ятає ім'я клієнта, демонструючи увагу до деталей, це формує відчуття, що відвідувач не є для закладу черговим випадковим клієнтом, а навпаки – цінним гостем, до якого ставляться з повагою та теплом (Mittal & Lassar, 1996).

Важливою складовою персоналізованого підходу є врахування індивідуальних побажань клієнта, зокрема специфіки попередніх процедур, особливостей догляду, уподобань у виборі косметичних засобів, температурного режиму під час процедур, наявності алергій чи чутливостей. Запам'ятовуючи ці деталі та враховуючи їх у наступних візитах, персонал демонструє високий рівень зацікавленості в комфорті клієнта, що створює емоційний зв'язок і сприяє формуванню прихильності. Наприклад, якщо майстер заздалегідь знає, що клієнт віддає перевагу певному напою під час очікування чи має конкретні побажання щодо вибору музики або ароматів у приміщенні, це значно підвищує рівень задоволеності сервісом.

Окрему роль у персоналізації відіграє практика нагадування клієнтам про акції, нові послуги або індивідуальні бонуси, засновані на аналізі попередніх візитів. Такий підхід демонструє, що салон не лише надає стандартний набір послуг, а й піклується про довготривалість стосунків із клієнтом, прагнучи зробити його досвід максимально комфортним і вигідним. У сучасних умовах активного використання CRM-систем та програм лояльності персонал має змогу зберігати інформацію про вподобання клієнтів, дати попередніх візитів, отримані послуги, що дозволяє ефективно комунікувати з клієнтом у персоналізованій формі, надсилаючи йому релевантні пропозиції.

Психологічний механізм персоналізованого сервісу полягає в тому, що клієнт відчуває свою значущість та індивідуальність, а відтак формується позитивне емоційне враження про заклад. Це емоційне сприйняття безпосередньо впливає на рівень задоволеності клієнта, його готовність повторно звертатися за послугами, ділитися позитивним досвідом з оточенням. Підтвердженням цього є численні маркетингові дослідження, що демонструють безпосередню залежність між персоналізацією сервісу та клієнтською лояльністю (Coelho & Henseler, 2012; Banyte et al., 2016; Obiegbu & Larsen, 2024).

Також важливо враховувати ті трансформації, яких зазнає

споживча поведінка під впливом цифрових технологій. Наголошується, що сучасні діджитал-інструменти, зокрема таргетована реклама, персоналізовані повідомлення та SMM, відкривають нові можливості для емоційного залучення клієнтів у б'юті-сфері. Цифрові комунікації сприяють створенню відчуття індивідуального ставлення, що значно посилює прихильність клієнтів і підвищує ймовірність повторного візиту (Park & Hong, 2024). Дослідження також показують, що інтеграція цифрових технологій у моделі споживання сприяє персоналізації сервісу та адаптації бізнесу до нових очікувань клієнтів, що особливо важливо в індустрії краси через її емоційно-сенсорний характер послуг (Vorobiova et al., 2023).

Водночас із технологічною трансформацією галузі, актуалізується й питання соціальної відповідальності салонів краси – аспекту, що залишається недостатньо вивченим в українському науковому дискурсі. З одного боку, очікування клієнтів щодо безпечності, гігієни та професійності зростають. З іншого – правові та етичні наслідки недотримання стандартів можуть бути суттєвими. У цьому сенсі показовим є дослідження Dovzhanyn (2021), яке розглядає кримінальну відповідальність за нанесення шкоди здоров'ю в результаті надання неякісних косметологічних послуг. Автор підкреслює важливість правового регулювання галузі та відповідального ставлення суб'єктів до надання послуг, що зачіпають фізичний і психологічний стан клієнта. І якість надання косметологічних послуг може знижуватися у зв'язку із загальними проблемами із навчанням (Borysiuk et al., 2022).

Соціальна відповідальність у сфері краси не обмежується лише дотриманням правових норм – вона також включає етичні зобов'язання бізнесу перед клієнтами, працівниками та суспільством загалом. Попри наявність окремих досліджень, системне вивчення соціально відповідального підходу до управління б'юті-послугами в Україні все ще залишається обмеженим. Це створює перспективи для подальших наукових досліджень, орієнтованих на формування моделі відповідального сервісу, в якій поєднуються емоційна взаємодія, діджитал-інструменти та етична культура обслуговування.

Загалом, аналіз сучасних досліджень свідчить про зростаючу роль емоційного сервісу у формуванні лояльності клієнтів у сфері б'юті-послуг. Впровадження стратегій, що враховують емоційні потреби та очікування споживачів, є ключовим фактором успіху на сучасному ринку. Подальші дослідження в цьому напрямку сприятимуть розробці більш ефективних методик взаємодії з клієнтами та підвищенню конкурентоспроможності підприємств індустрії краси.

## Методи дослідження

Для досягнення поставленої мети дослідження було обрано емпіричний підхід, що передбачав проведення анкетного опитування серед клієнок салону краси.

Емпіричною базою дослідження став салон краси «Women Place», розташований у місті Одеса. Вибір саме цього закладу був зумовлений його високою популярністю серед локальної цільової аудиторії, активною присутністю у цифровому середовищі, позитивною репутацією серед клієнтів, а також орієнтацією на впровадження сучасних практик емоційного сервісу. Важливим чинником вибору стала також готовність адміністрації закладу підтримати наукове дослідження.

Опитування проводилося серед жінок, які скористалися послугами салону не менше трьох разів протягом останнього календарного кварталу (трьох місяців до моменту проведення дослідження). Такий критерій включення дозволив опитати осіб зі свіжими враженнями та актуальним досвідом взаємодії із сервісним середовищем.

До вибірки увійшло 40 респонденток. Вибіркова сукупність характеризувалася наступним віковим розподілом:

- 18-25 років – 10 осіб,
- 26-35 років – 15 осіб,
- 36-45 років – 9 осіб,
- 46-55 років – 6 осіб.

Така структура дозволила охопити основні вікові сегменти цільової аудиторії індустрії краси.

Збір даних здійснювався методом анонімного анкетування після надання послуг у салоні. Респонденткам пропонувалося



самостійно заповнити анкету у спеціально відведеному приміщенні без присутності персоналу закладу, що мінімізувало ризик упереджених відповідей і сприяло підвищенню об'єктивності результатів.

Анкета містила 12 запитань, які охоплювали соціально-демографічні характеристики респонденток, частоту їхнього користування послугами салонів краси, оцінку важливості окремих компонентів емоційного сервісу, а також рівень задоволення від взаємодії із персоналом. Серед ключових запитань, що були використані для побудови рисунків 1 і 2, можна виділити:

«Чи враховує персонал ваші індивідуальні побажання під час надання послуг?» (відповіді за п'ятибальною шкалою Лайкерта: від «завжди» до «ніколи»),

«Як ви оцінюєте важливість персоналізованого підходу при виборі салону краси?» (оцінювання від 1 до 5 балів),

«Наскільки позитивно ви сприймаєте отримання персоналізованих повідомлень про послуги та акції?» (оцінювання від 1 до 5 балів),

«Оцініть важливість наступних чинників сервісу: чистота приміщень, зовнішній вигляд персоналу, кольорова гама інтер'єру, музичне оформлення, ароматерапія» (оцінювання у відсотках для кожного чинника окремо).

Використання різних шкал оцінювання пояснюється особливостями досліджуваних явищ. Для фіксації загальної орієнтації респонденток (ставлення, задоволення) застосовувалася п'ятибальна шкала Лайкерта, що дозволяє отримати структуровані ординальні дані. Для оцінки відносної важливості конкретних невербальних чинників пропонувалося здійснити оцінювання у відсотках (від 0 до 100), що забезпечило більшу кількісну чутливість результатів і можливість їх візуалізації у вигляді гістограм.

Під час побудови графіків використовувалися усереднені значення оцінок для кожного чинника. Хоча шкала Лайкерта зазвичай аналізується через розподіл частот або медіанні значення, використання відсоткової шкали для оцінки невербальних аспектів дозволило обґрунтовано застосувати середнє арифметичне для подальшої графічної інтерпретації.

Таким чином, обрана методика дослідження дозволила отримати достовірні емпіричні дані, що відповідають поставленим завданням та забезпечують належний рівень валідності для аналітичних висновків.

## Результати та обговорення

На основі зібраних анкетних даних було здійснено кількісний і якісний аналіз оцінок респонденток щодо значущості окремих елементів емоційного сервісу у сфері б'юти-послуг. Отримані результати дозволили ідентифікувати ключові чинники, що впливають на загальне сприйняття обслуговування та лояльність клієнтів, а також проаналізувати особливості емоційного реагування споживачів на різні аспекти сервісного середовища. Основні емпіричні висновки наведено у наступному розділі.

Результати показали, що 85% опитаних відзначили важливість індивідуального підходу для прийняття рішення про повторне відвідування салону. Також 78% респондентів підкреслили, що отримання персональних повідомлень про акції викликає у них позитивні емоції та зміцнює прихильність до закладу. Це дослідження дозволило зробити висновок, що персоналізація обслуговування є вагомим чинником формування лояльності клієнтів та підвищення конкурентоспроможності б'юти-бізнесу, що можна побачити на Рисунку 1.

Отже, формування лояльності клієнтів за рахунок емоційного сервісу тісно пов'язане із застосуванням персоналізованого підходу. Уміння персоналу звертатися до клієнта на ім'я, враховувати індивідуальні побажання, нагадувати про акції або нові послуги на основі попередніх візитів формує відчуття особливої уваги до клієнта. Це стимулює позитивне емоційне сприйняття, що, у свою чергу, підвищує рівень задоволеності та лояльності. Наприклад, за даними опитувань, понад 70% клієнтів готові платити більше за послугу за умови високої якості сервісу та персоналізованого обслуговування.

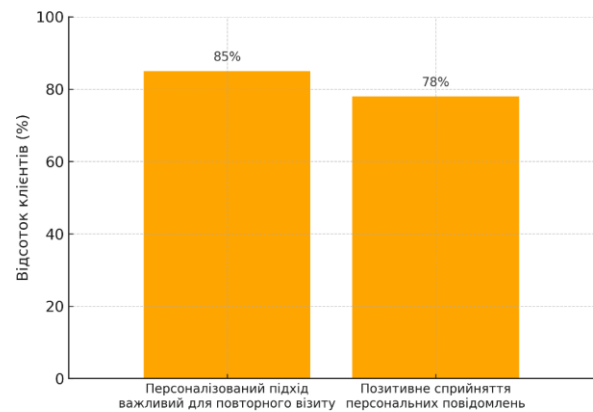


Рисунок 1 — Оцінка впливу персоналізованої комунікації на формування лояльності клієнтів салону «Women Place» (у %) (Джерело: власні дослідження)

Науковці вказують, що персоналізований підхід формує не лише миттєве задоволення клієнта, а й сприяє довгостроковим відносинам (Okeke et al., 2024). Клієнти схильні віддавати перевагу закладам, де вони почуваються комфортно та де їхні індивідуальні потреби враховуються щоразу. Це дозволяє закладу створювати стабільну клієнтську базу, підвищуючи не лише показники прибутковості, а й репутацію на ринку б'юти-послуг. Таким чином, персоналізація виступає одним із найефективніших інструментів підвищення лояльності клієнтів через емоційний сервіс, забезпечуючи комплексне задоволення як практичних, так і психологічних потреб споживачів.

На думку науковців, невербальні чинники відіграють ключову роль у формуванні емоційного сервісу в салонах краси, оскільки вони безпосередньо впливають на підсвідоме сприйняття клієнта та його загальне враження від закладу. Одним із найважливіших аспектів є візуальне оформлення приміщення. Дизайн інтер'єру салону краси має бути ретельно продуманим, адже це простір, де клієнти повинні відчувати себе комфортно, розслаблено і натхненно. Важливо врахувати не тільки естетичний аспект, але й функціональність приміщення, забезпечуючи зручність роботи для персоналу та комфорт для відвідувачів.

Кольорова гама інтер'єру відіграє ключову роль у формуванні емоційного стану клієнтів салонів краси. Правильно підібрані кольори можуть створювати атмосферу спокою, енергії або затишку, впливаючи на настрій та поведінку відвідувачів. Відтінки синього та зеленого, наприклад, асоціюються зі спокоєм та гармонією, сприяють розслабленню та відчуттю безпеки. Ці кольори часто використовуються в зонах відпочинку або спа-просторах салонів краси, де клієнти прагнуть релаксації та відновлення. З іншого боку, червоний та оранжевий кольори є більш енергійними та стимулюючими, вони можуть підвищувати рівень енергії та активності. Такі відтінки доречно застосовувати в зонах, де проводяться більш динамічні процедури або в місцях, де необхідно підняти настрій клієнтів.

При виборі кольорової гами для інтер'єру салону краси важливо враховувати не лише психологічний вплив кольорів, але й загальну концепцію закладу та очікування цільової аудиторії. Наприклад, пастельні тони можуть підкреслити елегантність та вишуканість салону, тоді як яскраві насичені кольори можуть привернути увагу молодіжної аудиторії, яка шукає сучасні та модні рішення. Крім того, варто враховувати освітлення приміщення, оскільки природне та штучне світло можуть змінювати сприйняття кольорів. Правильне поєднання кольорів та освітлення здатне створити бажану атмосферу та підсилити позитивні емоції клієнтів (Kim et al., 2020).

Музичне оформлення є ще одним важливим аспектом невербального впливу в салонах краси. Музика здатна створювати певний настрій, впливати на емоційний стан та навіть фізичне самопочуття клієнтів. М'які, спокійні мелодії сприяють розслабленню, знижують рівень стресу та тривожності, що особливо важливо під час процедур, спрямованих на релаксацію. Навпаки, більш ритмічні та енергійні композиції можуть додати бадьорості, підняти настрій та стимулювати активність.

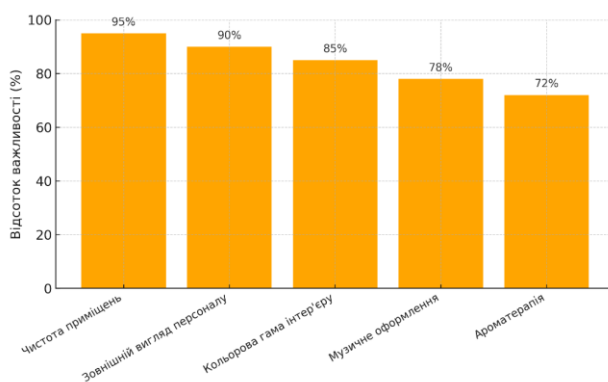
Вибір музичного супроводу повинен відповідати концепції салону та уподобанням його клієнтів, створюючи гармонійне поєднання з іншими елементами інтер'єру.

Ароматерапія є потужним інструментом впливу на емоційний стан клієнтів. Використання легких та приємних ароматів може покращити настрій, сприяти загальному розслабленню та навіть поліпшити самопочуття. Наприклад, аромати лаванди відомі своїми заспокійливими властивостями, тоді як цитрусові запахи можуть підвищувати тонус та надавати енергії. Використання ароматичних свічок, дифузорів або ефірних олій у приміщеннях салону може створити унікальну атмосферу, яка запам'ятається клієнтам та асоціюватиметься з приємними відчуттями.

Чистота та охайність приміщень є базовими вимогами, які клієнти сприймають як показник професіоналізму та турботи про їхній комфорт. Охайний та професійний вигляд співробітників підсилює довіру клієнтів та їхнє відчуття, що вони знаходяться в надійних руках. Комплексний вплив цих невербальних чинників формує у клієнтів відчуття гармонії, спокою та естетичного задоволення, що підсилює їхній емоційний зв'язок із брендом (Olamilekan & Dastane, 2014).

Реальний приклад успішного використання невербальних чинників емоційного сервісу демонструє салон краси «G.Bar»<sup>1</sup>. Цей заклад приділяє значну увагу візуальній ідентифікації бренду, дизайнерському оформленню інтер'єру та створенню унікальної атмосфери, що забезпечує високу впізнаваність і привабливість для клієнтів. Мережа «G.Bar» була заснована у 2015 році в Києві та сьогодні репрезентує міжнародну франчайзингову систему б'юті-барів. Станом на 2024 рік мережа об'єднує 55 салонів, що функціонують у 13 країнах світу. В Україні «G.Bar» представлений у таких містах, як Київ, Одеса, Львів, Харків, Дніпро та інших. Масштаб діяльності бренду ілюструється десятками тисяч виконаних косметологічних послуг, що свідчить про сталий попит та ефективність обраної стратегії емоційної взаємодії із клієнтами. Комплексне використання невербальних елементів - стилістики простору, корпоративних кольорів, візуальних і тактильних вражень - стало одним із ключових чинників формування лояльності споживачів та посилення брендової ідентичності у висококонкурентному середовищі індустрії краси.

На рисунку 2 наведено розподіл оцінок респонденток щодо важливості окремих компонентів невербального обслуговування у салоні краси. Дані свідчать про те, що всі запропоновані клієнтками мають помітний вплив на емоційне сприйняття, однак їх суб'єктивна значущість варіюється.



**Рисунок 2 — Рівень значущості невербальних компонентів емоційного сервісу за оцінками клієнтів салонів краси (у %)**  
(Джерело: власні дослідження)

За результатами опитування клієнток салону краси, найважливішим невербальним чинником обслуговування була визначена чистота приміщень, на важливості якої наголосили 95% респонденток. Отримані дані узгоджуються з науковими дослідженнями, де встановлено, що гігієнічні та санітарні умови виступають визначальними чинниками у формуванні довіри до

закладів сфери послуг (Khan & Tabassum, 2010). Підтвердженням ролі чистоти як базового чинника, що впливає не лише на рівень задоволення, а й на ймовірність повторних візитів клієнтів, слугують також результати інших досліджень (Mangarín & Gonzaga, 2021). Високий рівень сприйняття важливості цього чинника серед респонденток може свідчити про підвищену чутливість клієнтів до питань безпеки та санітарних стандартів, що є характерним для постпандемічного періоду.

На другому місці за важливістю серед опитаних респонденток (90%) опинився зовнішній вигляд персоналу. Отримані результати узгоджуються з науковими дослідженнями, у яких встановлено, що охайний і професійний зовнішній вигляд працівників формує враження надійності та компетентності у споживачів (Chun et al., 2023; Chun & Park, 2023). Також підтверджено, що візуальне сприйняття персоналу суттєво впливає на бажання клієнтів здійснювати повторні візити до закладу сфери обслуговування (Park & Park, 2022). Таким чином, результати нашого дослідження підтверджують високу значущість зовнішнього вигляду персоналу як одного з ключових елементів невербальної комунікації у сфері послуг індустрії краси.

Кольорова гама інтер'єру посіла третє місце за рівнем важливості серед опитаних респонденток (85%). Отримані результати узгоджуються з даними наукових досліджень, які показують, що кольорове оформлення простору суттєво впливає на емоційне сприйняття клієнтів, сприяючи виникненню відчуття спокою або енергійності залежно від вибраної палітри (Kim & Park, 2023). Відповідно до інших досліджень, вдале поєднання кольорів в інтер'єрі сприяє створенню гармонійного середовища, що, у свою чергу, підвищує рівень задоволеності клієнтів (Al-Adilee, 2024). У контексті отриманих даних можна припустити, що високі оцінки цього чинника свідчать про важливу роль середовищного дизайну у забезпеченні емоційного комфорту споживачів послуг сфери краси.

Музичне оформлення отримало 78% позитивних оцінок серед респонденток, що є дещо нижчим показником порівняно з іншими дослідженими чинниками, але водночас свідчить про його вплив на загальне враження від сервісу. Наукові дослідження підтверджують, що музика у сервісному середовищі чинить вплив на когнітивні та емоційні реакції клієнтів, сприяючи як розслабленню, так і активізації залежно від обраного стилю звучання (Morin et al., 2007). Також встановлено, що музичний супровід, який відповідає очікуванням цільової аудиторії, є важливим засобом емоційної взаємодії між брендом і споживачем (Fink et al., 2017). Таким чином, результати нашого дослідження підтверджують значущість музичного супроводу у формуванні клієнтського досвіду, хоча сприйняття цього чинника виявилось менш інтенсивним порівняно із візуальними характеристиками середовища.

Найнижчі оцінки серед досліджуваних чинників отримала ароматерапія, яка набрала 72% позитивних відповідей. Такий результат може частково пояснюватися тим, що запахи сприймаються менш усвідомлено порівняно із візуальними чи аудіальними стимулами. Проте наукові дослідження підтверджують позитивний вплив ароматичних композицій на загальне сприйняття сервісного середовища (Kafaei et al., 2025). Крім того, встановлено, що правильне застосування ароматів сприяє підвищенню рівня задоволеності клієнтів та формуванню позитивних емоційних вражень (Sirirat et al., 2025). Таким чином, попри відносно нижчий рівень усвідомленої важливості серед опитаних, ароматерапія зберігає потенціал як ефективний інструмент емоційної підтримки у сервісному середовищі закладів індустрії краси.

Узагальнюючи результати, можна стверджувати, що невербальні елементи сервісного середовища - як візуальні, так і сенсорні - відіграють ключову роль у формуванні задоволеності клієнтів. Порівняння з результатами попередніх досліджень дозволяє підтвердити релевантність отриманих даних та окреслити напрямки для вдосконалення сервісного дизайну в індустрії краси. Це особливо важливо з огляду на те, що елементи естетики обслуговування тісно пов'язані з формуванням економічної культури споживача, як частини його професійного та соціального самоствердження (Stasiuk, 2009).

<sup>1</sup> G×Bar. (n.d.). G×Bar Одеса. <https://gbar.com.ua/ua/odessa>

## Висновки

Результати дослідження підкреслюють важливість емоційного сервісу у сфері б'юті-послуг. Клієнти таких закладів очікують не лише професійного виконання процедур, але й відчуття комфорту, турботи та індивідуального підходу під час візиту. Емоційний сервіс стає ключовим фактором, що впливає на формування враження про бренд, задоволення від отриманої послуги та подальшу поведінку клієнта.

Високий рівень емоційного сервісу забезпечується завдяки взаємопов'язаним елементам, серед яких особлива роль належить персоналу закладу. Ввічливість, привітність та вміння слухати клієнта формують перше враження та закладають фундамент лояльності. Уважне ставлення до деталей, таких як чистота робочих зон, акуратне сервірування косметичних засобів та пропозиція напоїв, створює відчуття преміальності та турботи.

Дослідження підтверджують, що емоційне задоволення клієнта безпосередньо впливає на його подальшу поведінку. Позитивні емоції стають визначальним чинником формування прихильності: клієнти частіше повертаються до закладу, залишають позитивні відгуки та рекомендують його знайомим. Це є яскравим маркером високої лояльності.

У сфері б'юті-послуг, де конкуренція є високою, емоційний сервіс дозволяє підприємству диференціювати себе від конкурентів. Клієнти обирають заклади, де вони відчують себе комфортно, а персонал створює дружню, емоційно теплу атмосферу. Це сприяє закріпленню клієнта за певним закладом та зростанню клієнтської бази.

## References

- Al-Adilee, S. M. S. (2024). The effect of colors and harmony in the design of interior spaces and a case study of the effect of colors. *European International Journal of Multidisciplinary Research and Management Studies*, 4(12), 157–164. <https://inlibrary.uz/index.php/eijmrms/article/view/61323>
- Banyte, J., Gadeikiene, A., Rutelione, A., & Kaknevičienė, I. (2016). Expression of Personalization while Developing Long-Term Relationships with Service Customers. *Engineering Economics*, 27(4). <https://doi.org/10.5755/j01.ee.27.4.14159>
- Berezivska, O. (2025). Serviceology for hotel and restaurant business enterprises: Opportunities and challenges. *Current Issues of Economic Sciences*, (7). <https://doi.org/10.5281/zenodo.14896587>
- Borysiuk, I., Yaremkevych, R., Sviatenco, T., Striukov, V., & Krupskiy, O. (2022). El impacto de la pandemia de COVID-19 en la educación de los estudiantes de medicina. *Apuntes Universitarios*, 13(1), 164–189. <https://doi.org/10.17162/au.v13i1.1322>
- Chun, S.-K., & Park, E.-J. (2023). The Effect of Hair Salon Visiting Standards on Customer Satisfaction and Revisit of Middle-Aged People. *Journal of the Korean Society of Cosmetology*, 29(5), 1277–1285. <https://doi.org/10.52660/jksc.2023.29.5.1277>
- Chun, S.-K., Lee, J.-H., Yoo, H.-M., & Park, E.-J. (2023). The Effect of Nonverbal Communication of Hair Designer on Customer Satisfaction and Revisit: For Middle-aged People aged 40 to 64 years of age. *Journal of the Korean Society of Cosmetology*, 29(3), 593–604. <https://doi.org/10.52660/jksc.2023.29.3.593>
- Coelho, P. S., & Henseler, J. (2012). Creating customer loyalty through service customization. *European Journal of Marketing*, 46(3/4), 331–356. <https://doi.org/10.1108/03090561211202503>
- Cunha, M., & Krupskiy, O. (2023). When the Sensory World is Set Aside! The New Fantastic World of Luxury. *Economics: Time Realities*, 6(70), 44–53. <https://doi.org/10.15276/etr.06.2023.6>
- Dhillon, R., Agarwal, B., & Rajput, N. (2021). Determining the impact of experiential marketing on consumer satisfaction: A case of India's luxury cosmetic industry. *Innovative Marketing*, 17(4), 62–74. [https://doi.org/10.21511/im.17\(4\).2021.06](https://doi.org/10.21511/im.17(4).2021.06)
- Dovzhanyn, Y. (2021). Criminal liability for health damage as a result of poor-quality cosmetological services. *International Scientific Journal "Internauka"*, 11(166). <https://doi.org/10.25313/2520-2057-2024-11-10454>
- Falkiewicz, S., Wohlgemuth, V., & Bogodistov, Y. (2016). Entrepreneurship: society and resource management. A review of current scientific trends. *European Journal of Management Issues*, 24(6), 3–14. <https://doi.org/10.15421/191601>
- Fink, L. K., Warrenburg, L. A., Howlin, C., Randall, W. M., Hansen, N. Chr., & Wald-Fuhrmann, M. (2021). Viral tunes: changes in musical behaviours and interest in coronamusic predict socio-emotional coping during COVID-19 lockdown. *Humanities and Social Sciences Communications*, 8(1). <https://doi.org/10.1057/s41599-021-00858-y>
- Gajanova, L., Nadanyiova, M., & Moravcikova, D. (2019). The Use of Demographic and Psychographic Segmentation to Creating Marketing Strategy of Brand Loyalty. *Scientific Annals of Economics and Business*, 66(1), 65–84. <https://saeb.feaa.uaic.ro/index.php/saeb/article/view/1115>
- Grandey, A. A. (2000). Emotional regulation in the workplace: A new way to conceptualize emotional labor. *Journal of Occupational Health Psychology*, 5(1), 95–110. <https://doi.org/10.1037/1076-8998.5.1.95>
- Grandey, A. A. (2003). When "the show must go on": Surface acting and deep acting as determinants of emotional exhaustion and peer-rated service delivery. *Academy of Management Journal*, 46(1), 86–96. <https://www.jstor.org/stable/30040678>
- Hashem, T. N., Nimer Ali, D. N., & Allan, D. M. (2020). Influence of emotional marketing on brand loyalty among females in the field of cosmetics: Mediating role of customer satisfaction. *International Journal of Management*, 11(9), 1245–1260. <https://tinyurl.com/5evssr9h>
- Heo, S., & Kim, S. (2016). Influence of Emotional Experience at the Beauty Salon on Store Preference. *Fashion Business*, 20(6), 19–31. <https://doi.org/10.12940/fib.2016.20.6.19>
- Herlina, M. G., & Dewi, J. J. A. (2022). The Impact of Service Quality and Price on Customer Satisfaction in Building Customer Loyalty. In *Proceedings of the 7th North American International Conference on Industrial Engineering and Operations Management, Orlando, Florida, USA* (pp. 601–611).. <https://doi.org/10.46254/na07.20220166>
- Jagannathan, K., Rupashree, R., SakthiPriya, E., Chandrakhanthan, J., Devaram, N., & Sudhakar, K. (2024). "Gen-Z"-Virtual Pick up Behavior "The Evolving Landscape of the Organic Beauty and Personal Care." *Anticipating Future Business Trends: Navigating Artificial Intelligence Innovations*, 117–128. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-63569-4\\_11](https://doi.org/10.1007/978-3-031-63569-4_11)
- Jeon, H., & Park, J. (2021). The Effect of the Beauty Service Quality for HUMANS on the Customer Satisfaction and the Customer Loyalty. *J-Institute*, 6(3), 22–34. <https://doi.org/10.22471/disaster.2021.6.3.22>



- Jin, N., Line, N. D., & Goh, B. (2013). Experiential value, relationship quality, and customer loyalty in full-service restaurants: The moderating role of gender. *Journal of Hospitality Marketing & Management*, 22(7), 679-700. <https://doi.org/10.1080/19368623.2013.723799>
- Kafaei, M., Latifi, M., Burry, J., Ciorciari, J., Aminitabar, A., & Ji, K. (2025). Sensory design with scent: Exploring the impact of ambient smell on emotions and physiological responses in the office environment. *Building and Environment*, 271, 112626. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2025.112626>
- Khan, P., & Tabassum, A. (2010). Service quality and customer satisfaction of the beauty-care service industry in Dhaka: a study on high-end women's parlors. *Journal of Business in Developing Nations*, 12(33). <https://ssrn.com/abstract=2180745>
- Khytra, O. (2021). Peculiarities of impression management application in tourism business. *Tourism and Hospitality Industry in Central and Eastern Europe*, (3), 49-60. <https://doi.org/10.36477/tourismhospcee-3-8>
- Kim, D., Hyun, H., & Park, J. (2020). The effect of interior color on customers' aesthetic perception, emotion, and behavior in the luxury service. *Journal of Retailing and Consumer Services*, 57, 102252. <https://doi.org/10.1016/j.jretconser.2020.102252>
- Kim, D.-E., & Park, E.-J. (2023). The Effect of Beauty Salon Selection Attributes on Customer Emotional Response and Behavioral Intention. *Journal of Health and Beauty*, 17(1), 98–109. <https://doi.org/10.35131/ishb.2023.17.1.98>
- Ko, E., & Megehee, C. M. (2012). Fashion marketing of luxury brands: Recent research issues and contributions. *Journal of Business Research*, 65(10), 1395–1398. <https://doi.org/10.1016/j.jbusres.2011.10.004>
- Kolodkina, Y., & Krupskiy, O. (2024). Analysis of the conditions for starting a small business in the beauty industry: the case of the city of Dnipro. *Challenges and Issues of Modern Science*, 3, 265–273. <https://cims.fti.dp.ua/j/article/view/217>
- Krupskiy, O., Stasiuk, Y., & Huk, O. (2024). Improving business efficiency in cosmetology institutions. *Innovative Economy*, (3), 92-102. <https://doi.org/10.37332/2309-1533.2024.3.12>
- Lee, Y. M., & Rhee, N. H. (2008). A Study on the impact of service quality on service loyalty in the beauty service: The mediating roles of relationship quality and switching cost. *Fashion & Textile Research Journal*, 10(5), 625-635. <https://koreascience.kr/article/JAKO201608450941291.page>
- Lysytsia, N., Martynenko, M., Byelikova, Y., & Polyakova, Y. (2021). Service Innovations Management Based On Emotional Intelligence in Ukraine. *Studies of Applied Economics*, 38(4). <https://doi.org/10.25115/eea.v38i4.3992>
- Makhlouf, S. (2014). *An integrated model of service quality and customer loyalty: Investigating the mediating effects of customer value and customer satisfaction* [Master's thesis, Middle East University]. Middle East University Repository. [https://meu.edu.jo/libraryTheses/58749f3e3004a\\_1.pdf](https://meu.edu.jo/libraryTheses/58749f3e3004a_1.pdf)
- Mangarin, R. A., & Gonzaga, J. C. (2021). Service Quality and Customer Satisfaction among Beauty Salons. *International Journal of Research and Innovation in Social Science*, 5(5), 67–72. <https://dx.doi.org/10.47772/IJRISS.2021.5503>
- Mittal, B., & Lassar, W. M. (1996). The role of personalization in service encounters. *Journal of Retailing*, 72(1), 95–109. [https://doi.org/10.1016/s0022-4359\(96\)90007-x](https://doi.org/10.1016/s0022-4359(96)90007-x)
- Morin, S., Dubé, L., & Chebat, J.-C. (2007). The role of pleasant music in services capes: A test of the dual model of environmental perception. *Journal of Retailing*, 83(1), 115–130. <https://doi.org/10.1016/j.jretai.2006.10.006>
- Muhammed Rafi, K. K., & Edakkotte, S. (2024). Influence of Emotional Marketing and Brand Loyalty of Cosmetics Products. *International Journal for Multidisciplinary Research*, 6(3). <https://doi.org/10.36948/ijfmr.2024.v06i03.22523>
- Obiegbu, C. J., & Larsen, G. (2024). Algorithmic personalization and brand loyalty: An experiential perspective. *Marketing Theory*. <https://doi.org/10.1177/14705931241230041>
- Okeke, N. I., Alabi, O. A., Igwe, A. N., Ofodile, O. C., & Ewim, C. P. M. (2024). Customer journey mapping framework for SMES: Enhancing customer satisfaction and business growth. *World Journal of Advanced Research and Reviews*, 24(1), 2004–2018. <https://doi.org/10.30574/wjarr.2024.24.1.3206>
- Olamilekan, O. A., & Dastane, O. (2014). Employee Emotional Competency in Establishing Consumer Satisfaction and Loyalty: Mediate Role of Rapport in Malaysia Spa and Beauty Industry. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2639670>
- Park, E.-Y. (2023). The Effect of Relationship Benefits on Relationship Commitment and Customer Loyalty in the Beauty Service Industry. *Asian Journal of Beauty and Cosmetology*, 21(2), 323–334. <https://doi.org/10.20402/ajbc.2023.0053>
- Park, J.-H., & Park, E.-J. (2022). The Effect of the Appearance of Beauty Workers on the Emotional Response and Behavioral Intention of Customers. *Journal of the Korean Society of Cosmetology*, 28(6), 1201–1209. <https://doi.org/10.22156/CS4SMB.2022.12.01.127>
- Park, Y. W., & Hong, P. (2024). Beauty Reimagined: Navigating the Cosmetic Industry's Digital Transformation. *Cosmetics Marketing Strategy in the Era of the Digital Ecosystem*, 47–74. [https://doi.org/10.1007/978-981-97-3674-4\\_3](https://doi.org/10.1007/978-981-97-3674-4_3)
- Parkhomenko, N., & Denysyuk, O. (2023). Trends in the Development of the World and Ukrainian Markets of Cosmetic Products. *Modern Economics*, 38(1), 125–131. [https://doi.org/10.31521/modecon.v38\(2023\)-19](https://doi.org/10.31521/modecon.v38(2023)-19)
- Sahota, A. (Ed.). (2014). *Sustainability: how the Cosmetics Industry is Greening UP*. John Wiley & Sons. <https://tinyurl.com/esbx9c34>
- Sari, E. K., & Wijaya, S. (2019). The Role of Emotional Brand Attachment and Customer Trust in Enhancing Customer Experience s Effect on Customer Loyalty Towards Beauty Clinics in Surabaya. *Petra International Journal of Business Studies*, 2(1), 18-26. <https://core.ac.uk/download/pdf/227194272.pdf>
- Sirirat, S., Pongsermpol, C., & Moorapun, C. (2025). Scent as a Strategic Element of Hotel Design to enhance Guest Experience. *Journal of Ecohumanism*, 3(8). <https://doi.org/10.62754/joe.v3i8.5704>
- Stasiuk, Y. M. (2009). Formation of the economic culture of a young specialist. *Personality in the Space of Culture: Proceedings of the All-Ukrainian Scientific and Practical Symposium*, 24, 100–102. <https://tinyurl.com/3sufy975>
- Sviderska, S., Zhylinska, O., & Kukhta, P. (2023). Identification of the Factors Influencing the Cosmetic Products Market (Ukraine Case). *Studies in Business and Economics*, 18(1), 328–341. <https://doi.org/10.2478/sbe-2023-0018>
- Tambayong, M. M., & Tan, P. H. P. (2022). The impact of service quality attributes of beauty parlors towards customer loyalty through customer satisfaction and trust. *JPPi (Jurnal Penelitian Pendidikan Indonesia)*, 8(3), 817. <https://doi.org/10.29210/020221574>
- Vorobiova, V. V., Krupskiy, O. P., & Stasiuk, Y. (2023). The Role of Digital Technologies in Modern Trade: A Study of Global Trends and Prospects for Ukraine. *Economic journal Odessa polytechnic university*, 2(24), 44–55. <https://doi.org/10.15276/EJ.02.2023.5>
- Wu, I., & Liang, C. (2025). Embracing New Love: Why Customers Are Loyal to Plant Extract-Based Skin-Care Cosmetics. *Journal of Cosmetic Dermatology*, 24(1). Portico. <https://doi.org/10.1111/jocd.16731>
- Yupelmi, M., Yulastri, A., Effendi, H., & Muskhir, M. (2023). A Comprehensive Exploration of Entrepreneurial Strategies in the Makeup and Beauty Industry: The Role of Social Media Marketing. *The Indonesian Journal of Computer Science*, 12(5). <http://ijcs.net/ijcs/index.php/ijcs/article/view/3439>
- Zharova, L. (2021). Service Sector After-Pandemic Recovery-focus on Ukrainian beauty sector. *Scientific Journal of Bielsko-Biala School of Finance and Law*, 25(2), 24-29. <https://asej.eu/index.php/asej/article/view/576>

# Гнучке лідерство як ключ до ефективного управління проєктними командами

Софія Савельєва , Юлія Стасюк 

**Purpose.** This article aims to provide an in-depth analysis of modern leadership models in project management, with a particular focus on flexibility, emotional intelligence, service orientation, and adaptability to dynamic environments. It explores the leader's role as a central factor in building cohesive, high-performing, and resilient project teams. **Design / Method / Approach.** The study employs comparative analysis, typology of leadership styles, interdisciplinary literature review, and logical-analytical synthesis. It draws on concepts from contemporary management, organizational behavior, and human resource leadership. **Findings.** The research identifies transformational, coaching, servant, and distributed leadership as the most effective approaches for fostering employee engagement, creativity, responsibility, and responsiveness. It outlines key factors influencing leadership model selection, including project type, team structure, and implementation phase. **Theoretical Implications.** The article expands the conceptual understanding of modern leadership in project management, emphasizing the shift in leadership paradigms and the importance of emotional intelligence. **Practical Implications.** The research offers practical recommendations for selecting leadership styles according to project-specific contexts, which may benefit project managers, consultants, and educators. **Originality / Value.** The article integrates multiple leadership models into the project management framework, allowing for a strategically flexible approach to team leadership. **Research Limitations / Future Research.** The study focuses on transformational, servant, and adaptive leadership in project management. Its scope is limited due to the complexity and diversity of leadership theories and the inability to examine all existing styles. To gain a deeper understanding of the effectiveness of various leadership models, it is necessary to conduct empirical validation of the findings across different industries and teams with diverse structures. Additionally, further research should explore the influence of organizational culture, industry specifics, and innovation levels on leadership model selection, particularly in the context of virtual teams and remote leadership. **Article Type.** Conceptual Paper.

## Keywords:

flexible leadership, project management, team collaboration, emotional intelligence, transformational leadership, servant leadership

**Мета.** Метою статті є всебічне дослідження сучасних моделей лідерства в контексті проєктного управління, з акцентом на гнучкість, емоційний інтелект, сервісну орієнтацію та адаптацію до змінного середовища. Розкрито роль лідера як ключового чинника у формуванні згуртованої, результативної та стійкої проєктної команди. **Дизайн / Метод / Підхід.** Застосовано методи порівняльного аналізу, типологізації лідерських підходів, міждисциплінарного огляду літератури та логіко-аналітичного узагальнення. Стаття ґрунтується на концептах сучасного менеджменту, організаційної поведінки та управління людськими ресурсами. **Результати.** Встановлено, що трансформаційне, коучингове, сервісне та розподілене лідерство сприяють підвищенню залученості працівників, креативності, відповідальності та здатності до швидкого реагування на виклики. Визначено фактори, що впливають на вибір ефективної моделі залежно від типу проєкту, структури команди та стадії реалізації. **Теоретичне значення.** Дослідження розширює концептуальне розуміння сучасного лідерства в проєктному менеджменті, акцентуючи на зміні управлінських парадигм і ролі емоційного інтелекту. **Практичне значення.** Обґрунтовано практичні рекомендації щодо вибору лідерських стилів залежно від контексту проєкту, що може бути корисним для менеджерів, консультантів і викладачів. **Оригінальність / Цінність.** У роботі інтегровано різні моделі лідерства в рамках проєктного управління, що дозволяє сформувати стратегічно гнучкий підхід до керівництва командами. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** Дослідження зосереджене на трансформаційному, сервісному та адаптивному лідерстві в управлінні проєктами. Воно обмежене через складність і різноманітність лідерських теорій та неможливість вивчення всіх стилів. Для глибшого розуміння ефективності різних моделей лідерства потрібно провести емпіричну перевірку результатів у різних галузях і командах із різною структурою та дослідити вплив культури організації, індустрії та інноваційності на вибір моделі лідерства, особливо в контексті віртуальних команд і дистанційного керівництва. **Тип статті.** Концептуальна стаття.

## Ключові слова:

гнучке лідерство, управління проєктами, командна взаємодія, емоційний інтелект, трансформаційне лідерство, сервісне лідерство

## Flexible Leadership as the Key to Effective Project Team Management

### Contributor Details:

Sofia Savelyeva, Undergrad. Stud., Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, [savelyeva.s.v@365.dnu.edu.ua](mailto:savelyeva.s.v@365.dnu.edu.ua)

Yuliia Stasiuk, Sr. Lect., Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, [stasiuk\\_yu@365.dnu.edu.ua](mailto:stasiuk_yu@365.dnu.edu.ua)

Received: 2025-05-13

Revised: 2025-05-16

Accepted: 2025-05-22



Copyright © 2025 Authors.

This work is licensed under a Creative

Commons Attribution 4.0 International License.

У сучасному середовищі проєктного управління, що характеризується високою динамікою, цифровою трансформацією та зростаючою складністю завдань, особлива увага приділяється ефективній роботі команд, здатних до гнучкої адаптації, синхронної взаємодії та спільного досягнення цілей. Ключову роль у цьому процесі відіграє лідер – особа, відповідальна за координацію діяльності, створення психологічно сприятливого середовища та підтримку єдності команди. Від рівня розвитку його комунікативної компетентності, здатності розподіляти функції та підтримувати мотивацію залежить безпосередня ефективність проєкту (Mainga, 2017; Abramov & Stasiuk, 2024; Siddiqui et al., 2024).

Останні дослідження демонструють переорієнтацію парадигми управління проєктами на гібридні моделі лідерства, які інтегрують як традиційні, так і адаптивні методи. Поєднання каскадних та agile-методологій виявляється ефективним для реагування на виклики сталого розвитку та цифрової економіки (Martyniak & Bakushevych, 2024). Впровадження системних моделей у публічному секторі, зокрема в прикордонних службах, свідчить про актуальність класичних управлінських підходів у специфічних інституційних умовах (Demchyshyn et al., 2023). У проєктному середовищі зростає значення технологічних інновацій, дистанційного управління та фокусу на психічному благополуччі членів команди (Tarasyuk, 2023). У цьому контексті особливої ваги набуває інноваційне лідерство як модель, що поєднує різноманітні стилі управління та орієнтується на розвиток креативності, мислення змін і відкритості до новачків (Yilmaz, 2024). Сукупність цих підходів підкреслює важливість адаптивного управління, що базується на емоційному інтелекті, технологічній гнучкості та партнерській взаємодії.

Лідерські моделі, що застосовуються в управлінні проєктами, демонструють еволюційний зсув від авторитарного контролю до стилів, заснованих на емпатії, підтримці й служінні команді. Поступово домінують моделі, які враховують індивідуальні особливості учасників, стимулюють їхню ініціативність і створюють психологічно комфортне середовище. У цьому контексті важливою є емоційна гнучкість лідера та його здатність адаптувати управлінські підходи залежно від командної динаміки й умов проєкту. Найпродуктивніші проєктні групи відзначаються високим рівнем довіри, відкритістю до зворотного зв'язку й різноманітністю досвіду та способів мислення, що є критичними факторами ефективного управління в умовах невизначеності (Karlsen & Nazar, 2024; Lakhdar et al., 2024). Саме такі чинники формують основу сучасного результативного лідерства в проєктному контексті.

Попри широку представленість теми лідерства у науковій літературі, існує певна прогалина в систематизації сучасних стилів саме в контексті проєктних команд, з урахуванням таких змінних, як структура команди, етап реалізації проєкту, цифрові інструменти та рівень міждисциплінарності (Lakhdar et al., 2024; Imam & Zaheer, 2021). Залишається обмеженим також емпіричний аналіз впливу гнучких моделей лідерства на результативність в умовах дистанційного управління, що є особливо актуальним після пандемічних змін у корпоративному середовищі (Krupskiy et al., 2022).

Таким чином, актуальність дослідження полягає в необхідності концептуального осмислення, типологізації та практичного обґрунтування гнучких моделей лідерства в контексті проєктного управління. У фокусі уваги – взаємозв'язок між стилем лідерства, специфікою проєкту, командною структурою та динамікою зовнішнього середовища. Дослідження має на меті доповнити наукову дискусію про роль сучасного лідера як модератора змін і фасилітатора командного потенціалу в гібридному цифровому просторі.

## Мета та завдання дослідження

Метою дослідження є комплексне теоретичне обґрунтування та аналітичне узагальнення сучасних моделей лідерства в контексті проєктного управління, зосереджене на виявленні потенціалу гнучких підходів до лідерства для підвищення ефективності командної взаємодії, адаптації до змін та досягнення стратегічних цілей у VUCA-середовищі.

Для досягнення поставленої мети у дослідженні визначено такі завдання:

- проаналізувати теоретичні основи та еволюцію підходів

до лідерства в управлінні проєктами;

- систематизувати ключові моделі лідерства (трансформаційне, сервісне, адаптивне, коучингове, розподілене) та охарактеризувати їх особливості в контексті проєктної діяльності;
- визначити управлінські ситуації та фактори, що впливають на доцільність застосування різних лідерських стилів залежно від типу проєкту, структури команди, стадії реалізації та зовнішніх умов;
- узагальнити практичні підходи до впровадження гнучкого лідерства в проєктних командах з метою підвищення їхньої ефективності та стійкості до викликів.

## Методи дослідження

Методологічна основа дослідження базується на поєднанні логіко-аналітичного, порівняльного та міждисциплінарного підходів. Основна мета полягала у створенні системної типології лідерських моделей, релевантних для управління проєктами командами в умовах VUCA-середовища. Для досягнення дослідницьких цілей було реалізовано такі методологічні етапи:

1. Теоретичний аналіз літератури та еволюції лідерських підходів. Здійснено міждисциплінарний контент-аналіз наукових джерел (2020–2025 pp.), що охоплюють менеджмент, організаційну поведінку, психологію, цифрове лідерство. Усього опрацьовано 48 джерел, відібраних за ключовими словами: project leadership, adaptive leadership, distributed teams, VUCA environment.

2. Систематизація та типологізація лідерських моделей. Проведено якісну класифікацію за ознаками: управлінська функція, стиль взаємодії, роль у прийнятті рішень, інструменти впливу. Типологізацію здійснено на основі порівняльного методу, доповненого експертним інтерпретуванням функцій лідера (див. табл. 1).

3. Кореляція стилів лідерства з проєктними параметрами. Для структурування зв'язків між чинниками застосовано матричний підхід: зіставлення змінних середовища з управлінськими реакціями. Створено таблицю відповідностей між стилем лідера та особливостями контексту (див. табл. 2).

4. Аналітичне узагальнення управлінських викликів і стратегій лідерства. Використано логіко-аналітичне узагальнення на основі публікацій, що аналізують постпандемічне управління, віддалену роботу, інклюзивні підходи до мотивації. Додатково інтегровано підхід Root Cause Analysis (RCA) для окреслення причинно-наслідкових зв'язків у дисфункціональній поведінці команд (Vivek & Krupskiy, 2024b).

У межах дослідження не проводилось емпіричного збору даних, однак було застосовано рефлексивний підхід до аналізу існуючих кейсів і практик проєктного лідерства в міжнародному та українському контексті. Це дозволило сформулювати аналітичну модель гнучкого лідерства, релевантну для динамічного й цифрового управлінського середовища.

## Результати

Управління проєктами в сучасному динамічному середовищі потребує не лише ефективного планування та ресурсного забезпечення, а й здатності керівника об'єднувати команду навколо спільної мети, адаптуватися до змін і підтримувати високу мотивацію учасників (Ponomarev et al., 2022).

Роль лідера має вирішальне значення для успішного досягнення цілей проєкту. Враховуючи різноманітність проєктів за типом, масштабом і галузевою специфікою, використання одного універсального стилю лідерства часто виявляється недостатньо ефективним. У зв'язку з цим дедалі більше підкреслюється важливість гнучкості керівника, здатного змінювати свій підхід відповідно до особливостей команди, стадії реалізації проєкту та поточних умов. Такий підхід передбачає комбінування різних лідерських стилів (табл. 1) для забезпечення максимальної ефективності управління. Стилі лідерства, наведені в табл. 1, можуть ефективно поєднуватися в межах однієї команди для посилення мотивації, залучення учасників та досягнення високих результатів у проєкті.

Концепція лідерства служіння була вперше представлена Робертом К. Грінліфом у його есеї «The Servant as Leader» у 1970 році. У цій роботі Грінліф запропонував новий підхід до



лідерства, де основна увага приділяється служінню іншим, а не використанню влади для досягнення особистих цілей. Він підкреслював важливість емпатії, слухання та побудови спільноти як ключових аспектів ефективного лідерства (Greenleaf, 1973).

**Таблиця 1 – Порівняльний аналіз стилів лідерства**  
(Джерело: Zaghmout & Harrison, 2025)

Стиль лідерства	Характеристика	Функція лідера
Трансформаційне	Мотивує команду до перевищення стандартних результатів, формуючи нові цінності та бачення.	Виступає рушієм змін, надихає команду, створює простір для інновацій і розвитку.
Служіння	Ставить у пріоритет потреби колективу, підтримує особистий ріст і добробут співробітників.	Допомагає команді розвиватися, сприяє емпатії та спільному прийняттю рішень.
Ситуаційне	Гнучко адаптує стиль керування до рівня досвіду, мотивації та самостійності команди.	Оцінює ситуацію в команді та добирає відповідний стиль впливу для досягнення результату.
Спільне	Лідерство розподіляється між членами команди, підтримується колективне прийняття рішень.	Стимулює децентралізацію лідерства, активує потенціал кожного учасника команди.
Розподілене	Лідерські обов'язки виконують кілька осіб одночасно відповідно до їхніх можливостей і ролей.	Сприяє розвитку ініціативи на всіх рівнях, формує системну підтримку лідерських дій.
Надхнення	Лідер заряджає команду своєю енергією, пристрасстю та баченням майбутнього.	Мотивує прикладом, формує спільне бачення і стимулює ентузіазм у команді.
Коучингове	Зосереджене на розвитку професійних і особистісних якостей співробітників через наставництво.	Працює як ментор, забезпечує персональну підтримку, дає зворотний зв'язок для росту.

Розподілене лідерство розглядається як підхід, що передбачає розподіл лідерських функцій та відповідальностей між різними членами організації відповідно до їхніх ролей, досвіду та конкретних ситуаційних обставин. Така модель відходить від централізованої структури управління, натомість визнає лідерський потенціал кожного учасника команди, що дозволяє зменшити ієрархічні бар'єри, сприяти більшій участі в прийнятті рішень, формуванню спільного бачення цілей та посиленню відчуття відповідальності серед співробітників. У результаті підвищується адаптивність і мотивація, що є критично важливим у динамічному проєктному середовищі (Zaghmout & Harrison, 2025).

Спільне лідерство розширює принципи розподіленого лідерства, визнаючи потенціал кожного члена команди до лідерства відповідно до його досвіду та завдань. Такий підхід сприяє обміну знаннями, колективному вирішенню проблем і зміцненню згуртованості команди, що покращує успіх проєкту (Vorobiova & Stasiuk, 2024).

Надихаюче лідерство передбачає формулювання чіткого бачення, яке вселяє ентузіазм і пристрассть у команду, створюючи сприятливе середовище для розвитку інноваційності. Лідери цього стилю використовують підприємницьку енергію, підтримують творче мислення, інтуїцію та адаптацію до змін, сприяючи стійкому розвитку та ефективному управлінню інноваційними проєктами.

Успішне управління проєктом значною мірою залежить від того, наскільки обрана лідерська модель відповідає специфіці конкретного проєкту та контексту його реалізації. Культурні норми відіграють ключову роль у визначенні ефективних стилів лідерства в різних суспільствах (Blyznyuk & Blyznyuk, 2024). Організаційні фактори, такі як бережливе впровадження, підтримуючі структури та ефективність команди, впливають на підходи до лідерства (Etemadi et al., 2022). Хоча моделі раціонального вибору домінують у дослідженнях лідерства, емпіричні дані свідчать про те, що лідери часто поведуться ірраціонально, що вимагає розробки нових моделей для пояснення нерациональних факторів (Gunawan & Sucipto,

2023). Зовнішні фактори, такі як нормативно-правова база, очікування зацікавлених сторін та ринкові умови, також створюють труднощі для лідерів у процесах прийняття рішень (Bevara & Nudurupati, 2024). Ефективність стилів лідерства варіюється залежно від культури, причому автократичне лідерство має культурні обмеження, тоді як трансформаційне лідерство може бути ефективним у різних культурних умовах (Krupskiy & Stasiuk, 2010). Ці багатогранні впливи підкреслюють складність вибору та впровадження відповідних моделей лідерства в організаціях.

Тип проєкту є важливим чинником, що визначає стиль управління. Від характеру діяльності залежить динаміка процесів, рівень гнучкості, необхідність в інноваціях або, навпаки, дотримання чітких процедур. Це впливає на те, чи буде доцільним демократичний, трансформаційний або більш директивний стиль лідерства.

Структура команди також відіграє ключову роль. Залежно від досвіду, автономності та організаційної побудови команди, змінюються вимоги до лідера: від потреби в чітких інструкціях і контролі – до довіри, делегування повноважень і підтримки розвитку учасників.

Культура організації визначає очікування щодо ролі лідера (Bayer et al., 2020). У середовищі з ієрархічною структурою домінують формалізовані підходи, тоді як в інноваційних чи мультикультурних компаніях більше значення мають відкритість, адаптивність та емоційний інтелект керівника.

Ще одним важливим аспектом є роль візуальних комунікативних засобів, зокрема коміксів, у формуванні організаційної культури. Сучасні медіаінструменти можуть бути ефективними каналами трансляції лідерських цінностей і поведінкових норм. Таке візуальне закріплення культури команди підтримує стабільність у проєктному середовищі, де лідер виконує роль носія спільного бачення й ментальної моделі взаємодії (Hudoshnyk & Krupskiy, 2023).

Стадія реалізації проєкту зумовлює зміну лідерських стратегій упродовж життєвого циклу. На початкових етапах необхідна чіткість і контроль, у процесі виконання – ефективна комунікація та мотивація, а на завершенні – здатність до аналізу, підбиття підсумків і визнання результатів команди.

Щоб систематизувати зазначені фактори та їх вплив на управлінські підходи, у таблиці 2 наведено узагальнену порівняльну характеристику ключових змінних, що формують вибір лідерської моделі в проєктному контексті.

**Таблиця 2 – Взаємозв'язок між сучасними факторами проєктного середовища та вибором лідерської моделі**  
(Джерело: розроблено авторами)

Фактор	Ключові характеристики	Наслідки для вибору лідерської моделі
Тип проєкту	Визначає рівень складності, необхідність у гнучкості або процедурності, інноваційності	Впливає на доцільність застосування демократичного, трансформаційного або директивного стилю
Структура команди	Варіюється за досвідом, автономністю, формалізованістю внутрішніх взаємодій	Обумовлює потребу в чітких інструкціях, делегуванні, наставництві або розвитку
Організаційна культура	Залежить від ієрархічності, відкритості до змін, мультикультурного середовища	Формує очікування щодо стилю управління, рівня відкритості, емоційної чутливості
Стадія життєвого циклу проєкту	Ініціювання, реалізація, завершення	Визначає зміну акцентів у лідерстві: від контролю до координації та рефлексії

Таке узагальнення дозволяє виокремити не лише ключові параметри, що впливають на стилістичну поведінку лідера, а й встановити логічні зв'язки між управлінським контекстом та поведінковими очікуваннями від керівника. Такий аналітичний інструмент сприяє формуванню цілісного підходу до вибору ефективної лідерської моделі, залежно від внутрішніх і зовнішніх умов реалізації проєкту, та може слугувати основою для розробки адаптивних управлінських стратегій.

## Обговорення

У сучасному середовищі проєктної діяльності лідери стикаються з численними викликами, що вимагають гнучкості, стратегічного мислення та розвитку нових компетентностей. Класичні підходи до управління більше не гарантують успіху в умовах високої турбулентності, технологічних зрушень і трансформації робочого простору.

Робота в умовах VUCA-середовища (volatility, uncertainty, complexity, ambiguity) вимагає від лідера не лише швидкої адаптації до змін, а й уміння приймати рішення в умовах невизначеності. Здатність зберігати бачення і надавати команді чіткий напрямок розвитку, коли зовнішні обставини постійно змінюються, стала критично важливою. Віддалене управління та віртуальні команди стали новою нормою, що змінила способи комунікації, делегування та контролю. Лідери більше не можуть покладатися лише на фізичну присутність і спостереження – натомість зростає потреба у розвитку цифрових навичок, довіри в команді, здатності підтримувати мотивацію та ефективно управляти результатами на відстані.

Історично в управлінні переважали авторитарні моделі, орієнтовані на жорстку ієрархію та централізований контроль. Згодом виникли демократичні та ліберальні стилі, що передбачали більш гнучке ставлення до учасників процесу та їхню активну участь у прийнятті рішень. Проте сьогодні на перший план виходять новітні моделі лідерства – трансформаційна, адаптивна, сервісна – які спрямовані на підтримку команди, розвиток потенціалу кожного учасника та досягнення синергії в командній роботі.

Авторитарне лідерство – система управління, за якої лідер самостійно приймає всі рішення, бере на себе відповідальність за можливі наслідки цих рішень. Авторитарний лідер характеризується відповідним жорстким стилем управління, домінуванням процедур контролю, використанням мобілізаційних механізмів (Dunbar, 2024; Lonati & Van Vugt, 2024). Авторитарний стиль зазвичай демонструє непогані результати в проєктах з чітко структурованими завданнями та обмеженими термінами, особливо у сфері виробництва, будівництва чи військових розробок. Завдяки централізованому прийняттю рішень вдається оперативно реагувати на проблеми, уникати непотрібних дискусій та дотримуватись графіка. Водночас, тривале використання цього стилю часто викликає вигорання працівників, зниження ініціативи та відсутність гнучкості, що в критичних моментах може знизити якість результату.

Демократичний стиль лідерства передбачає активну участь команди в обговоренні важливих питань і спільному прийнятті рішень (Imran et al., 2025). Керівник у такому стилі не нав'язує свою думку, а навпаки – заохочує підлеглих висловлювати власну позицію, ділитися з ними повноваженнями й підтримує ініціативність. Остаточне рішення, як правило, ухвалюється лише після врахування думок усіх учасників процесу. Демократичний стиль сприяє високій залученості команди, поліпшенню внутрішньої комунікації та гнучкому розв'язанню задач. У проєктах, де потрібна креативність або постійна адаптація до змін (наприклад, у маркетингових кампаніях, IT-стартапах, наукових дослідженнях), цей підхід демонструє високу ефективність. Хоча ризик затягування ухвалення рішень є, участь усіх учасників у плануванні й реалізації дозволяє досягти більш збалансованого і стійкого результату.

Ліберальний стиль лідерства передбачає високу ступінь самостійності для підлеглих, яким надається свобода в ухваленні рішень і виконанні завдань, тоді як керівник обмежується загальними вказівками та періодичним контролем за процесом роботи (Krasniqi & Hajdari, 2024). Ліберальний стиль може бути успішним у командах, де кожен член має високий рівень професійної автономії та мотивації. Наприклад, у вільних творчих колективах, дослідницьких лабораторіях або серед фрілансерів. У таких умовах відсутність жорсткого контролю дозволяє розкрити потенціал працівників, однак за слабкої самодисципліни цей стиль може призвести до розфокусування, зниження продуктивності та затримок у виконанні задач.

Сучасні підходи до лідерства зміщуються в бік моделей, орієнтованих на людей та команду, відходячи від традиційних ієрархічних структур (Jayanagara, 2024). Тепер від лідерів очікується зосередження на співпраці, комунікації та сприянні

інноваціям для підвищення ефективності команди та успіху організації (Ünal, 2022; Byszcz, 2024). Підкреслюється важливість емоційного інтелекту та адаптації до змінних потреб співробітників, таких як гнучкий графік роботи (Sony & Mekoth, 2016). Теорія емерджентного командного лідерства припускає, що сприйняття лідерства членами команди суттєво впливає на їхню мотивацію, лояльність та результативність (Ribbens et al., 2024). Лідерство після COVID вимагає уваги до таких питань, як професійне вигорання співробітників та баланс між роботою та особистим життям (Krupskiy et al., 2022). Ефективні сучасні лідери використовують такі навички, як співпраця, коучинг, культурне формування, навчання та розширення прав і можливостей, щоб підвищити залученість та продуктивність співробітників (Zada, 2022). Ці підходи до лідерства, що розвиваються, вимагають постійного вдосконалення навчання та розвитку лідерських якостей для вирішення викликів цифрової економіки та змін у динаміці робочого місця (Makedon et al., 2022).

В умовах ускладнення управлінського середовища дедалі важливішим стає інтегрування емоційного інтелекту з технологічною гнучкістю в лідерській практиці. Особливої актуальності набуває розуміння взаємодії між EI (emotional intelligence) і AI (artificial intelligence) як ключового чинника трансформації лідерства в цифрову епоху. Такий підхід забезпечує адаптивність, інноваційність і ефективну комунікацію в умовах гібридного та динамічного середовища (Vivek & Krupskiy, 2024a).

Зміни в мотиваційних підходах також вимагають переосмислення ролі керівника. Сучасні працівники очікують не лише фінансового стимулювання, а й визнання, розвитку, автономії та участі в прийнятті рішень. Емпатійне лідерство, створення сприятливого мікроклімату в команді, підтримка особистих цілей і гнучких умов праці стали важливими елементами ефективного управління.

Потреба в міждисциплінарних навичках висуває нові вимоги до лідера як до інтегратора різних знань, культур та підходів. Управління командою, що складається з фахівців різних галузей, вимагає від лідера системного мислення, комунікаційної гнучкості та здатності працювати в умовах багатовекторності. Такі навички, як емоційний інтелект, критичне мислення та культурна чутливість, набувають все більшого значення (Imam & Zaheer, 2021).

З огляду на викладене, очевидно, що сучасний лідер проєктної команди повинен володіти не лише технічними знаннями в галузі управління, а й широким спектром поведінкових, емоційних і комунікативних компетентностей. Кожен з окреслених викликів вимагає відповідної управлінської реакції, що трансформує роль лідера з адміністратора у стратегічного модератора змін. У таблиці 3 систематизовано основні зовнішні виклики, характерні для проєктного середовища, а також наведено ключові вимоги до сучасного лідера, які зумовлюють його здатність забезпечити ефективність управлінського процесу в умовах багатфакторної складності.

Наведена таблиця репрезентує спробу концептуалізувати взаємозв'язок між викликами зовнішнього середовища та відповідними управлінськими вимогами до лідера проєктної команди. Такий підхід дозволяє не лише структурувати складну реальність проєктного управління, а й окреслити практичні орієнтири для розвитку лідерських компетентностей у VUCA-контексті. Таблиця виконує функцію аналітичної матриці, що інтегрує емпіричні спостереження та узагальнення актуальних управлінських практик. Вона також може слугувати методологічною основою для подальших досліджень, зокрема в частині операціоналізації навичок, критично необхідних для ефективного керівництва проєктами в умовах невизначеності, цифровізації та міждисциплінарної взаємодії.

Окрему увагу заслуговує питання ситуативної ефективності гнучких лідерських моделей. Практика доводить, що адаптивне застосування кількох стилів лідерства в межах одного проєкту, з урахуванням зміни внутрішніх і зовнішніх умов, підвищує не лише продуктивність, а й командну стійкість до стресу, невизначеності та змішаних управлінських форматів. Наприклад, поєднання коучингового підходу на етапі формування команди з трансформаційним стилем у фазі активного розвитку дозволяє одночасно забезпечити особистісне зростання учасників і стратегічне бачення цілей.

**Таблиця 3 – Ключові чинники ефективності лідера в умовах трансформаційного проєктного управління (Джерело: розроблено авторами)**

Виклик	Характеристика виклику	Ключова управлінська вимога до лідера	Очікуваний ефект
Висока динаміка зовнішнього середовища	Часті зміни в нормативно-правових, ринкових та технологічних умовах	Адаптивність, здатність приймати рішення в умовах невизначеності	Гнучке управління ресурсами та швидке реагування
Дистанційна або гібридна форма роботи	Зниження ефективності комунікації, втрата неформальних зв'язків	Ефективна цифрова комунікація, емпатія, підтримка згуртованості	Підтримка командної єдності й продуктивності
Технологічна складність проєктів	Використання нових ІТ-платформ, інструментів ШІ, автоматизація	Технокомпетентність, цифрова грамотність, здатність інтегрувати інновації	Підвищення ефективності реалізації проєктів
Психологічне виснаження працівників	Високий рівень стресу, емоційне вигорання	Емоційний інтелект, уважність до благополуччя команди	Збереження мотивації та зниження ризику втрат персоналу
Вимога до інноваційності	Необхідність креативних підходів до вирішення проблем	Лідерство, що стимулює творчість, довіра до ініціативи членів команди	Генерація нових ідей, конкурентоспроможність проєкту
Культурне різноманіття команди	Участь представників з різним професійним, національним чи віковим бекграундом	Кроскультурна компетентність, толерантність, відкритість	Уникнення конфліктів і максимізація потенціалу різноманіття

Більше того, в умовах інтенсивної цифровізації управлінських процесів, ефективні лідери стають посередниками між людськими цінностями та алгоритмічними інструментами, вміло використовуючи можливості ШІ для оптимізації управлінських рішень, не втрачаючи при цьому етичної складової взаємодії. Це можна розглядати як трансформацію самого поняття лідерства – від управління до фасилітації і модерації колективного інтелекту в проєктах (Vivek & Krupskyi, 2024a).

Систематизація управлінських викликів і відповідей на них підкреслює потребу у постійному вдосконаленні управлінської культури в організаціях. Гнучке лідерство потребує не лише зміни стилю, а й переосмислення ролі керівника як носія спільного бачення, фасилітатора групових процесів і культурного інтегратора.

Підготовка лідерів повинна включати моделі навчання, що дозволяють відпрацьовувати комбіновані стилі управління у змінних контекстах. Це передбачає тренінги зі сценарного моделювання, розвиток емоційної чутливості та вивчення кейсів з проєктної практики. Упровадження такого підходу дозволить сформувати лідерів нового типу – стратегічно мислячих, етично орієнтованих і гнучко адаптивних.

## Висновки

У результаті проведеного дослідження було концептуально обґрунтовано доцільність застосування гнучких моделей лідерства в управлінні проєктами командами в умовах високої динаміки та невизначеності. Проаналізовано еволюцію управ-

лінських підходів і систематизовано лідерські стилі, що демонструють найбільшу релевантність до сучасного проєктного середовища — трансформаційне, коучингове, сервісне, ситуаційне, спільне та розподілене лідерство.

Встановлено, що ефективне управління проєктами потребує не фіксованого стилю, а здатності лідера адаптувати свою поведінку до типу проєкту, структури команди, стадії реалізації й організаційного контексту. Саме ситуативне комбінування стилів забезпечує гнучке реагування на виклики та сприяє формуванню стійкої, згуртованої та результативної команди.

Особливою актуальності набуває інтеграція емоційного інтелекту та цифрової грамотності в лідерську практику, що дозволяє ефективно функціонувати в умовах гібридної роботи, дистанційного керівництва й міждисциплінарної взаємодії. Зміна очікувань з боку працівників, посилення значущості ментального благополуччя, а також потреба в інноваціях трансформують роль керівника з адміністратора у стратегічного фасилітатора змін.

Практичне значення дослідження полягає в тому, що запропонована типологія лідерських моделей і матриця відповідності управлінських стратегій контекстним чинникам можуть бути використані як інструмент для самодіагностики управлінських практик, розробки навчальних програм та вдосконалення систем підготовки лідерів проєктних команд.

Подальші дослідження доцільно спрямувати на емпіричну перевірку ефективності гнучкого лідерства у різних галузях та середовищах, зокрема в умовах цифрових екосистем, мультикультурних організацій і високотехнологічних стартапів. Також перспективним напрямом є аналіз впливу організаційної культури, рівня інноваційності та етапу цифрової трансформації на вибір лідерського стилю в проєктному управлінні.

## Обмеження дослідження

Попри наукову цінність і практичну спрямованість отриманих результатів, дослідження має низку обмежень, які варто враховувати при інтерпретації висновків та плануванні подальших наукових розвідок.

Насамперед, дослідження має концептуальний характер і не включає емпіричного аналізу. Узагальнення побудовані на теоретичному аналізі літератури, систематизації існуючих моделей лідерства та логіко-аналітичному зіставленні управлінських ситуацій із відповідними стилями. Це обмежує можливість перевірки гіпотез на практиці та вимагає подальшої операціоналізації запропонованих підходів у прикладних дослідженнях.

По-друге, географічний і галузевий контекст не був чітко диференційований. Моделі лідерства, що аналізувалися, здебільшого узагальнені і не враховують специфіку окремих секторів (наприклад, охорони здоров'я, ІТ, державного управління) або культурних особливостей країн, де функціонують проєктні команди. Це створює потенційний виклик для універсального застосування сформульованих рекомендацій.

По-третє, інтерактивний вимір лідерства, зокрема взаємодія між лідером і членами команди в реальному часі, був проаналізований лише опосередковано. У роботі не розглядалися фактори, пов'язані з міжособистісною динамікою, впливом харизми, мікроклімату або неформального лідерства, які можуть суттєво впливати на ефективність командної взаємодії.

Нарешті, важливо зазначити, що дослідження не охоплює кількісної оцінки впливу конкретних стилів лідерства на результативність проєктів. Відсутність метрик або статистичних моделей робить аналіз корисним передусім як методологічну та стратегічну основу для подальших емпіричних робіт.

## References

- Abramov, D., & Stasiuk, Y. (2024). Analysis of the leader's role in ensuring project success: Style, adaptability, and emotional intelligence [In Ukrainian]. *Challenges and Issues of Modern Science*, 3, 180–187. <https://cims.fti.dp.ua/j/article/view/208>
- Bayer, O., Krupskyi, O., & Bondarenko, E. (2020). Subordinate evaluations of high-performance managers. *Leadership & Organization Development Journal*, 41(7), 927–938. <https://doi.org/10.1108/LODJ-02-2019-0080>
- Bevara, S. R., & Nudurupati, S. S. (2024). Navigating organisational influence: Drivers of leadership and decision making. *Journal of Information and Optimization Sciences*, 45(6), 1681–1704. <https://doi.org/10.47974/jios-1648>
- Blyznyuk, T., & Blyznyuk, O. (2024). Contemporary Theories of Leadership: Cross-cultural Analysis. *Ekonomika ta suspiil'stvo*, (66). <https://doi.org/10.32782/2524-0072/2024-66-42>
- Byczyk, M. (2024). Changes in teamwork and new leadership characteristics, triggered by the work form changes. *Scientific Papers of Silesian University of Technology. Organization and Management Series*, 2024(198), 81–96. <https://doi.org/10.29119/1641-3466.2024.198.5>



- Demchysyn, V., Oleshko, D., Balahur, L., & Minyayluk, V. (2023). Approaches to the development of a functional model of project management in the State Border Guard Service of Ukraine. *Aktual'ni pitannâ u sučasnij nauci*, 1(7). [https://doi.org/10.52058/2786-6300-2023-1\(7\)-158-169](https://doi.org/10.52058/2786-6300-2023-1(7)-158-169)
- Dunbar, E. (2024). A Typology of Authoritarian Leadership. In *The Psychology of Authoritarian Leaders: Strongmen, Crooks, and Celebrities* (pp. 67-113). Cham: Springer Nature Switzerland. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-71122-0\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-031-71122-0_3)
- Etemadi, M., Hamzehpoor, M., Nawaser, K., Hanifah, H., & Zadeh, A. V. (2022). Identification and prioritisation of factors affecting lean leadership model. *International Journal of Management Practice*, 15(3), 364. <https://doi.org/10.1504/ijmp.2022.122616>
- Greenleaf, R. K. (1973). *The servant as leader*. Robert K. Greenleaf Center. <https://n2t.net/ark:/13960/t0sr7pq39>
- Gunawan, A., & Sucipto, I. (2023). Persistence Rational Choice Pada Pemimpin Dalam Organisasi; Slr Dan Bibliometric. *Journal of Economic, Bussines and Accounting (COSTING)*, 7(1), 2733–2738. <https://doi.org/10.31539/costing.v7i1.8510>
- Hudoshnyk, O. V., & Krupskiy, O. P. (2023). Media Possibilities of Comics: Modern Tools for the Formation and Presentation of Organizational Culture [In Ukrainian]. *European Journal of Management Issues*, 31(1), 40–49. <https://doi.org/10.15421/192304>
- Imam, H., & Zaheer, M. K. (2021). Shared leadership and project success: The roles of knowledge sharing, cohesion and trust in the team. *International Journal of Project Management*, 39(5), 463–473. <https://doi.org/10.1016/j.ijproman.2021.02.002>
- Imran, M., Li, J., Bano, S., & Rashid, W. (2025). Impact of Democratic Leadership on Employee Innovative Behavior with Mediating Role of Psychological Safety and Creative Potential. *Sustainability*, 17(5), 1879. <https://doi.org/10.3390/su17051879>
- Jayanagara, O. (2024). The evolution of leadership in the modern professional landscape: shifting paradigms and their impacts. *Feedforward: Journal of Human Resource*, 4(1), 61. <https://doi.org/10.19166/ff.v4i1.8198>
- Karlsen, E. H., & Nazar, M. (2024). How cultural diversity affects communication and collaboration within global high-performance project teams? *Procedia Computer Science*, 239, 491–497. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2024.06.197>
- Krasniqi, I., & Hajdari, R. (2024). Leadership Styles and Their Impact on Decision-Making Effectiveness in Organizations. *Quality - Access to Success*, 25(201), 225–235. <https://doi.org/10.47750/QAS/25.201.24>
- Krupskiy, O. P., & Stasiuk, Y. M. (2010). Personality in the space of economic culture [In Ukrainian]. In *Proceedings of the II Sevastopol International Scientific and Practical Symposium*, 45–46. <https://e.surl.li/xjqvnt>
- Krupskiy, O. P., Stasiuk, Y. M., Hromtseva, O. V., & Lubenets, N. V. (2022). The Influence of Emotional Labor of Family Doctors on their Well-Being and Job Satisfaction. *European Journal of Management Issues*, 30(4), 215–223. <https://doi.org/10.15421/192218>
- Lakhdar, C., Abdelkader, K., & Haimouda, D. O. (2024). Modeling the Relationship between Some Leadership Styles on the Cohesion of the Educational Group using PLS modeling – a Field Study on a Sample of Primary Education Teachers in the City of Messaad. *European Journal of Management Issues*, 32(4), 249–258. <https://doi.org/10.15421/192416>
- Lonati, S., & Van Vugt, M. (2024). Ecology, culture and leadership: Theoretical integration and review. *The Leadership Quarterly*, 35(1), 101749. <https://doi.org/10.1016/j.leaqua.2023.101749>
- Mainga, W. (2017). Examining project learning, project management competencies, and project efficiency in project-based firms (PBFs). *International Journal of Managing Projects in Business*, 10(3), 454–504. <https://doi.org/10.1108/ijmpb-04-2016-0035>
- Makedon, V., Krasnikova, N., Krupskiy, A., & Stasiuk, Y. (2022). Arrangement of digital leadership strategy by corporate structures: A review. *Economic Studies (Ikonomicheski Izsledvania)*, 31(8), 19–40. [https://www.iki.bas.bg/Journals/EconomicStudies/2022/2022-8/02\\_Nataliya-Krasnikova.pdf](https://www.iki.bas.bg/Journals/EconomicStudies/2022/2022-8/02_Nataliya-Krasnikova.pdf)
- Martyniak, I., & Bakushevych, I. (2024). Hybrid models of project management in the context of sustainable development and the digital economy. *Sustainable Economic Development*, 3(50), 21–26. <https://doi.org/10.32782/2308-1988/2024-50-4>
- Ponomarev, O., Chebotarev, M., Kharchenko, A., & Hrinchenko, M. (2022). Leadership in project management. *Theory and Practice of Social Systems Management*, (2), 113–122. <http://tipus.khpi.edu.ua/article/view/260456>
- Ribbens, G., Abraham, M., & Cumming, A. (2024). Team Leadership. <https://doi.org/10.4324/9781003475569>
- Siddiqui, A., Qureshi, B., & Shaikat, M. (2024). Project Manager's Competencies as Catalysts for Project Success: The Mediating Role of Functional Manager Involvement and Stakeholder Engagement. *International Journal of Organizational Leadership*, 13(First Special Issue 2024), 53–78. <https://doi.org/10.33844/ijol.2024.603416>
- Sony, M., & Mekoth, N. (2016). The relationship between emotional intelligence, frontline employee adaptability, job satisfaction and job performance. *Journal of Retailing and Consumer Services*, 30, 20–32. <https://doi.org/10.1016/j.jretconser.2015.12.003>
- Tarasjuk, H. M. (2024). Development of project management: Basic methodologies and trends [In Ukrainian]. *Economics, Management and Administration*, 4(106), 26–32. [https://doi.org/10.26642/ema-2023-4\(106\)-26-32](https://doi.org/10.26642/ema-2023-4(106)-26-32)
- Ünal, Z. M. (2022). Need for Leadership in Times of Crises. *Leadership and Management Strategies for Creating Agile Universities*, 45–64. <https://doi.org/10.4018/978-1-7998-8213-8.ch004>
- Vivek, R., & Krupskiy, O. P. (2024a). EI & AI In Leadership and How It Can Affect Future Leaders. *European Journal of Management Issues*, 32(3), 174–182. <https://doi.org/10.15421/192415>
- Vivek, R., & Krupskiy, O. P. (2024b). Exploring Synergy: Integrating Qualitative Research Methods with Root Cause Analysis for Holistic Problem Understanding. *European Journal of Management Issues*, 32(4), 259–271. <https://doi.org/10.15421/192422>
- Vorobiova, V. V., & Stasiuk, Y. M. (2024). Features of leadership adaptation to global cultural differences. *Economics and Management 2024: Prospects of Integration and Innovative Development*, 8, 90–92. <https://tinyurl.com/bdfwvdm8j>
- Yilmaz, A. (2024). Innovative leadership in the context of international management models. *Naukovi Perspektivi*, 2(44). [https://doi.org/10.52058/2708-7530-2024-2\(44\)-630-643](https://doi.org/10.52058/2708-7530-2024-2(44)-630-643)
- Zada, I. (2022). The Modern Leadership Ingredients for the Post-COVID. *International Business Research*, 15(9), 43. <https://doi.org/10.5539/ibr.v15n9p43>
- Zaghmout, B., & Harrison, C. (2025). Distributed leadership: A systematic literature review. *Strategy & Leadership*, 53(3), 299–320. <https://doi.org/10.1108/SL-10-2024-0119>

# Інтеграція емоційного інтелекту та нейропсихологічних підходів у кризовий менеджмент освіти

Юлія Старова 

**Purpose.** Theoretical substantiation and practical modeling of the integration of psychological resources of emotional intelligence and neuro-approaches into the crisis management system in education. The focus is on identifying effective tools to support participants in the educational process under conditions of social instability, war, emotional exhaustion, and professional burnout. **Design / Method / Approach.** Interdisciplinary study combining psychological analysis, conceptual modeling, systemic educational management, teacher surveys, and systemic intervention modeling. **Findings.** The research substantiates integrating emotional intelligence (for psycho-emotional stability) and neuropractices (for internal resource activation) into educational crisis management. A proposed model integrates cognitive-emotional regulation, body-oriented techniques, and reflective practice for a safe educational environment. **Theoretical contribution.** Clarifies educational crisis management framework, expands emotional intelligence use as systemic psycho-pedagogical support, and reveals neuropsychological practices' potential in regulating educator stress responses. **Practical implications.** Results applicable for educational managers, tutors, and teacher professional development. Tools help reduce emotional burnout, increase stress resilience, and enhance crisis decision-making. **Originality / Value.** Innovative integration of psychological and neuropsychological tools into educational management. Uniquely presents emotional intelligence as a strategic resource for educational management under crisis. **Research limitations / Future research.** Applied study, limited by small pilot sample and short observation period. Future research: long-term assessment, model scaling, adaptation across diverse educational institutions. **Type of article.** Applied Research.

## Keywords:

emotional intelligence, crisis management, education, neuropractices, psychological support, emotional self-regulation

**Мета.** Теоретичне обґрунтування та практичне моделювання інтеграції психологічних ресурсів емоційного інтелекту й нейропідходів у систему кризового менеджменту в освіті. Фокус – пошук ефективних інструментів підтримки учасників освітнього процесу в умовах соціальної нестабільності, воєнних дій, емоційного виснаження та професійного вигорання. **Дизайн / Метод / Підхід.** Дослідження використовує міждисциплінарний підхід, що поєднує методи психологічного аналізу, концептуальне моделювання, системний підхід до управління в освіті, а також якісні методи: анкетування педагогів, системне моделювання інтервенцій. **Результати.** Обґрунтовано необхідність інтеграції емоційного інтелекту як регулятора психоемоційної стабільності та нейропрактик як активатора внутрішніх ресурсів у практику кризового менеджменту в освіті. Представлено модель взаємодії компонентів: когнітивно-емоційної регуляції, тілесно-орієнтованих технік, рефлексивної практики для формування безпечного освітнього середовища. **Теоретичне значення.** Уточнено понятійно-категоріальний апарат кризового менеджменту в освітньому контексті, розширено підходи до застосування емоційного інтелекту як системної складової психолого-педагогічної підтримки. Розкрито потенціал нейропсихологічних практик у регуляції стресових реакцій освітян. **Практичне значення.** Результати можуть бути використані освітніми менеджерами, тьюторами, а також у програмах підвищення кваліфікації педагогів. Запропоновані інструменти сприятимуть зниженню емоційного вигорання, підвищенню стресостійкості та ефективності управлінських рішень у кризових ситуаціях. **Оригінальність / Цінність.** Дослідження є новаторським у контексті інтеграції психологічних та нейропсихологічних інструментів в управлінську практику освіти. Уперше представлено модель, де емоційний інтелект розглядається не лише як особистісна якість, а як стратегічний ресурс освітнього менеджменту в умовах кризи. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** Дослідження має прикладний характер. Обмеження – невелика вибірка та короткочасність спостереження. Перспективи – довготривале впровадження й адаптація моделі в різних типах закладів освіти. **Тип статті.** Прикладне дослідження.

## Ключові слова:

емоційний інтелект, кризовий менеджмент, освіта, нейропрактики, психологічна підтримка, емоційна саморегуляція

## Integration of Emotional Intelligence and Neuropsychological Approaches into Educational Crisis Management

### Contributor Details:

Yuliia Starova, Cand. Psychol. Sc., Separate Structural Unit "Humanitarian Pedagogical Professional College of Mukachevo State University": Mukachevo, UA, [starovanemesh@ukr.net](mailto:starovanemesh@ukr.net)

Received: 2025-05-11

Revised: 2025-05-21

Accepted: 2025-06-04



Copyright © 2025 Authors.

This work is licensed under a Creative

Commons Attribution 4.0 International License.

У сучасному глобальному контексті освіта функціонує в умовах підвищеної турбулентності, що зумовлена взаємодією численних зовнішніх та внутрішніх чинників ризику: збройні конфлікти (Abramov & Stasiuk, 2024; Vivek, & Krupskiy, 2024), пандемії (Voitenko, 2021a; Zavorodnia et al., 2023), економічна нестабільність, а також зростання рівня психоемоційного вигорання серед педагогічних працівників (Taranenko & Popravko, 2021; Abramov, D., & Stasiuk, 2024; Koshelieva et al., 2023; Lee, 2024). Ці явища істотно трансформують традиційні уявлення про ефективне управління в освіті, висуваючи нові вимоги до професійної компетентності освітніх керівників, зокрема в частині їх здатності до кризового менеджменту та психологічної підтримки колективів. Дослідження останніх років засвідчують стрімке зростання наукового інтересу до ролі емоційного інтелекту як детермінанти управлінської ефективності в кризових умовах (Sposito et al., 2023; Vivek & Krupskiy, 2024; Kharchenko & Semenikhina, 2024). Емоційна саморегуляція, емпатійність, здатність до адаптації та конструктивної комунікації визнані ключовими характеристиками лідера нового покоління (Abramov & Stasiuk, 2024; Niameshchuk & Cherkasov, 2024; Khassawneh et al., 2022). Паралельно спостерігається зростаючий інтерес до інтеграції нейронаукових підходів у сферу освітнього управління, зокрема до використання нейропсихологічних технік як засобів відновлення психоемоційного ресурсу освітян (Goleman et al., 2013; Barinua et al., 2022). Попри зазначену динаміку, наукова література фіксує дефіцит комплексних досліджень, які б інтегрували потенціал емоційного інтелекту та нейропрактик у структурі кризового менеджменту в освіті. Переважна більшість існуючих публікацій має або фрагментарний характер, або зосереджена на теоретичних аспектах без достатнього практичного моделювання та емпіричної верифікації запропонованих інтервенцій (Taranenko & Popravko, 2021; Sheviakov, 2024). Отже, залишається нерозв'язаною проблема створення стійких управлінських моделей, здатних не лише забезпечити адаптивність освітніх закладів у кризових ситуаціях, а й підтримати психічне здоров'я учасників освітнього процесу. Таким чином, наукова новизна дослідження полягає в теоретичному обґрунтуванні та практичному моделюванні інтеграції емоційного інтелекту й нейропсихологічних інструментів у систему кризового управління в освіті. Запропонований підхід виходить за межі традиційних стратегій менеджменту, розглядаючи емоційний інтелект не лише як особистісну рису, а як стратегічний ресурс, що може бути цілеспрямовано розвинутий та використаний у професійній діяльності освітніх керівників.

## Мета та завдання дослідження

Мета дослідження – обґрунтувати доцільність інтеграції елементів емоційного інтелекту та нейропідходів у систему кризового менеджменту в освіті, розробити модель їх інтеграції у практику управління кризовими станами та окреслити психопрактичні орієнтири для подальшого впровадження в освітніх закладах. Для досягнення мети дослідження було сформульовано такі завдання:

1. Проаналізувати науково-теоретичні підходи до розуміння кризового менеджменту, емоційного інтелекту та нейропідходів у сучасній освітній психології.
2. Визначити структурні компоненти моделі кризового менеджменту з урахуванням психоемоційних чинників.
3. Моделювання інтегративної системи підтримки освітян в умовах соціальної нестабільності та стресових навантажень.
4. Верифікація ефективності розроблених підходів на основі якісних методів дослідження.
5. Визначити можливості застосування практик розвитку емоційної саморегуляції та нейропрактик у роботі з педагогами в умовах кризи.
6. Запропонувати психопрактичні орієнтири для освітян як елементи психологічної інтервенції у межах кризового менеджменту.

## Методологія

Дослідження має практичну спрямованість і базується на якісних методах аналізу, що дозволяють сформулювати

обґрунтовані психопрактичні орієнтири для впровадження елементів емоційного інтелекту та нейропідходів у систему кризового менеджменту в освіті. У процесі роботи були застосовані такі методи:

1. Аналіз наукових джерел із психології криз, емоційного інтелекту, нейропсихології та менеджменту в освіті. Це забезпечило концептуальну базу для подальшої розробки психопрактичних інструментів підтримки педагогів у кризових ситуаціях.

2. Метод порівняльного аналізу – для зіставлення підходів до розвитку емоційної саморегуляції, зокрема класичних (когнітивно-поведінкових) і сучасних нейропідходів, що дозволило виявити ефективні психотехніки, придатні до адаптації в освітньому середовищі.

3. Метод систематизації – використаний для упорядкування зібраного матеріалу та структурування моделей впровадження запропонованих практик у контексті роботи педагогічних колективів.

4. Проектно-аналітичний метод – дозволив сформулювати психопрактичні рекомендації як потенційні елементи психологічної інтервенції в межах кризового менеджменту.

У межах даної роботи ми прагнули не лише теоретично осмислити можливості інтеграції елементів емоційного інтелекту та нейропсихологічних підходів у практику кризового менеджменту в освітньому середовищі, але й здійснити апробацію ключових ідей у реальному педагогічному контексті. З огляду на практикоорієнтований характер дослідження, нами було обрано якісний підхід із використанням елементів пілотного дослідження, експертного оцінювання та фокус-групового обговорення. Такий дизайн дозволив виявити основні потреби педагогів у сфері емоційної саморегуляції та оцінити сприйняття ними потенціалу новітніх підходів до подолання кризових явищ у професійній діяльності.

Дослідження здійснювалося на базі ВСП «Гуманітарно-педагогічний фаховий коледж Мукачівського державного університету» в Закарпатській області, де функціонують психологічна служба та освітні програми з акцентом на психолого-педагогічну підготовку. До участі у дослідженні було залучено дев'ять фахівців освітньої сфери, які погодилися дати розгорнуті відповіді на запитання анкети відкритого типу та взяти участь у фокус-груповому обговоренні. До вибірки увійшли представники адміністративної, педагогічної ланки та працівники психологічної служби. Основним критерієм добору респондентів була їхня професійна залученість до процесів прийняття рішень у кризових умовах (зокрема в період пандемії, воєнного стану, реформування освіти) та наявність досвіду роботи зі студентською молоддю у психоемоційно напружених обставинах. Інструментарій дослідження включав дві наступні ключові форми:

1. *Анкетування відкритого типу*, яке охоплювало п'ять тематичних блоків, зокрема:

- усвідомлення кризових факторів у професійній діяльності;
- особисті стратегії емоційної стабілізації;
- досвід застосування психоемоційних технік у педагогічній практиці;
- обізнаність з основами нейропсихології та ставлення до її використання;
- бачення бар'єрів та ресурсів для впровадження інновацій у сфері емоційного самоменеджменту.

2. *Фокус-групове обговорення*, яке дало змогу уточнити, поглибити й осмислити результати анкетування, а також виявити ставлення педагогів до використання елементів емоційного інтелекту як профілактики професійного вигорання та реагування на кризові виклики. Обговорення проводилося в межах двох сесій по 45 хвилин кожна в очно-дистанційному форматі. Модерацію здійснював практичний психолог коледжу. Відповіді фіксувалися у формі конспективних записів із наступним тематичним аналізом, що дав змогу ідентифікувати основні смислові кластери у висловлюваннях учасників.

На етапі обробки даних було застосовано метод тематичного кодування, який дозволив узагальнити повторювані мотиви у відповідях респондентів. Зокрема, було виділено такі ключові категорії:

- внутрішнє напруження та емоційна втома як фонові



чинники діяльності в умовах нестабільності;

- потреба у простих, практично застосовних техніках саморегуляції;
- насторожене або обережне ставлення до новітніх (зокрема, нейропсихологічних) підходів через брак відповідної підготовки;
- позитивне сприйняття ідеї формування емоційного інтелекту як частини професійної компетентності педагога.

Оскільки дослідження має пілотний характер, його результати не претендують на широку репрезентативність, однак дозволяють сформулювати первинні висновки щодо практичної доцільності запропонованих підходів і потребують подальшої емпіричної перевірки в розширеному контексті. Обрана методологія забезпечила комплексний підхід до вивчення теми, поєднуючи теоретичний аналіз із практичними орієнтирами, придатними до подальшого впровадження в освітню практику.

## Результати дослідження та їх обговорення

Аналіз анкетних даних та матеріалів фокус-групи дозволив виокремити кілька ключових напрямів, у яких проявляються труднощі, ресурси та ставлення педагогічних працівників до використання інноваційних підходів у сфері кризового менеджменту, зокрема до практик емоційної саморегуляції та елементів нейропсихологічної підтримки. У результаті тематичного аналізу відповідей респондентів було ідентифіковано п'ять домінантних тематичних кластерів, які найчастіше зустрічалися в матеріалах:

1. Хронічне емоційне напруження та психоемоційна втома. Близько 80% учасників згадали про тривалий досвід роботи в умовах високої емоційної напруги, пов'язаної з військовою, інформаційною нестабільністю та постійними змінами в системі освіти.

2. Брак ресурсів для емоційної стабілізації. У 7 з 9 відповідей фіксувалася недостатність часу, знань або інституційної підтримки для впровадження навіть базових стратегій саморегуляції у повсякденну практику.

3. Інтерес до психологічної підтримки – на рівні інтуїції. Хоча більшість респондентів не мають системного уявлення про емоційний інтелект або нейропсихологічні підходи, вони демонструють готовність опанувати елементи таких технік, особливо за умови доступного навчального супроводу.

4. Визнання потреби у структурованій профілактиці емоційного вигорання. Всі учасники зазначили важливість постійного психоемоційного супроводу для учасників освітнього процесу, особливо в умовах перманентних криз.

5. Обережне ставлення до інновацій. Частина респондентів висловлювала побоювання щодо «медиалізації» або «психологізації» управлінських процесів, вбачаючи ризик у тому, що нові методики можуть виявитися складними для впровадження без достатньої підготовки персоналу. З метою ілюстрації та систематизації отриманих результатів, нижче наведено узагальнену таблицю:

Таблиця 1 – Систематизація даних

Тематичний кластер	Частота згадувань	Якісна характеристика
Емоційне напруження і виснаження	8	Високий рівень стресу, втома, тривожність
Брак часу/ресурсів на саморегуляцію	7	Перевантаження
Зацікавлення практиками підтримки	6	Інтерес до нових знань, відкритість
Потреба в системній психоемоційній підтримці	9	Універсальне визнання потреби
Обережне ставлення до нових підходів	5	Потреба в роз'ясненнях, матеріалах

Отримані дані свідчать про те, що в умовах постійної кризи (війна, реформа освіти, пандемія) педагоги опиняються у стані підвищеного емоційного навантаження, не маючи достатніх інструментів для його подолання. Позитивною тенденцією є зростання інтересу до психологічних і нейропсихологічних підходів у підтримці емоційної стійкості. Це співвідноситься з висновками досліджень Lee (2024), де підкреслюється, що розвиток емоційної саморегуляції в професійному

середовищі прямо корелює з профілактикою вигорання та підвищенням адаптивності працівників. Подібні результати наведені й у дослідженні української авторки Savchenko (2014), яка акцентує на потребі впровадження психолого-педагогічної підтримки у професійний розвиток педагогів. Як зауважують Stasiuk et al. (2024), інновації в галузі емоційного інтелекту вимагають не лише мотивації, але й структурованої підтримки з боку інституцій.

Слід зазначити, що дослідження має певні методологічні обмеження. По-перше, воно не є репрезентативним у статистичному сенсі: вибірка була обмежена дев'ятьма респондентами, що, проте, відповідає логіці якісного пілотного дослідження. По-друге, оцінювання здійснювалося на основі самооцін, що не дозволяє повною мірою контролювати вплив соціальної бажаності на відповіді. Незважаючи на вказані обмеження, результати дають підстави для висновків щодо актуальності теми та напрямів подальших досліджень, зокрема в контексті міждисциплінарного підходу до підтримки психоемоційного благополуччя працівників освітньої сфери в умовах кризи.

## Кризовий менеджмент в освіті: виклики сьогодення

Система освіти функціонує в умовах постійної турбулентності, викликаній як глобальними трансформаціями, так і локальними потрясіннями. Останнє десятиліття позначене низкою масштабних кризових явищ, що суттєво вплинули на освітнє середовище: пандемія COVID-19, повномасштабна війна в Україні, політична та економічна нестабільність, цифрова перебудова освітніх процесів. Ці події створюють багатовекторний тиск на учасників освітнього процесу, вимагаючи від керівництва та педагогічного персоналу швидкої адаптації до змін, гнучкого реагування на виклики та вміння діяти в умовах невизначеності.

Освітній менеджмент набуває ознак антикризового управління, яке полягає в постійному спостереженні, установленні та локалізації проблемних явищ, які відбуваються в освітньому середовищі закладу освіти; запобіганні кризових ситуацій та умінні визначати необхідні ресурси для стабілізації діяльності педагогічного колективу (Zlyvkov & Lukomska, 2019; Karamushka et al., 2021). Оскільки освітній менеджмент відзначається як система управління, яка скерована на надання якісної освіти й ефективне застосування ресурсів в освітньому закладі, то його основним завданням є забезпечення найкращих умов для навчання та розвитку здобувачів освіти, підвищення якості навчання, оптимізації ресурсів та вирішення проблем, що виникають в освітньому процесі.

Особливо гостро криза проявляється у сфері психоемоційного стану педагогів. Дані сучасних психологічних досліджень (Shaw et al., 2021; Tytarenko et al., 2022; Koshelieva et al., 2023) підтверджують зростання рівня професійного вигорання, тривожності, емоційної виснаженості та втрати мотивації серед освітян. Ці явища є прямим наслідком високого навантаження, емоційної нестабільності середовища та браку інституційної підтримки. Військові дії та пов'язана з ними невизначеність посилюють хронічний стрес, формують відчуття безпорадності, а в окремих випадках – симптоматику посттравматичного стресового розладу. Водночас ефективне управління кризовими ситуаціями в освіті неможливе без врахування психологічного виміру цих викликів. Підтримка психоемоційного благополуччя працівників освіти має стати ключовим компонентом кризового менеджменту. Це передбачає не лише адміністративні рішення, а й інтеграцію психологічних практик, спрямованих на збереження та відновлення професійного ресурсу педагогів. У сучасних умовах такою підтримкою можуть виступати інтервенції, що базуються на розвитку емоційного інтелекту та застосуванні нейропсихологічних підходів, які відкривають нові горизонти для адаптивного реагування в кризових обставинах.

## Роль емоційного інтелекту в кризовому лідерстві

У кризових умовах ефективність управління освітніми процесами значною мірою залежить не лише від професійної компетентності лідера, але й від його здатності розуміти, регулювати та конструктивно використовувати емоції – як власні, так і членів команди. Саме ці здібності формують основу

емоційного інтелекту (EI), який дедалі частіше розглядається як ключовий фактор у сучасних концепціях лідерства (Landry, 2019; Zlyvkov & Lukomska, 2019; Tytarenko et al., 2022; Koshelieva et al., 2023).

Модель емоційного інтелекту (Goleman et al., 2013) виділяє п'ять основних складових: самосвідомість, саморегуляція, мотивація, емпатія та соціальні навички. У контексті кризового лідерства ці компоненти набувають особливої ваги. Самосвідомість дозволяє лідеру розпізнавати власні емоційні реакції на стресові фактори, що знижує ймовірність імпульсивних рішень. Саморегуляція є запорукою збереження стабільності та емоційної зрілості під тиском. Емпатія сприяє побудові довірливих стосунків із підлеглими, особливо в ситуаціях підвищеної вразливості.

Педагогічні колективи в умовах кризи очікують від керівника не лише чіткого управління, але й емоційної присутності, здатності до співпереживання, підтримки та етичного лідерства. Керівник з високим рівнем EI здатен створити безпечне психологічне середовище, в якому знижується тривожність, активізується внутрішній ресурс працівників і підвищується стійкість до стресу. Це, у свою чергу, сприяє збереженню професійної продуктивності колективу навіть за умов зовнішніх потрясінь.

Окремо варто зазначити, що вітчизняні дослідження (Savchenko, 2014; Karamushka et al., 2021) підтверджують позитивну динаміку впливу програм розвитку емоційної компетентності на ефективність управлінської діяльності в закладах освіти. Отже, інтеграція компонентів емоційного інтелекту в систему підготовки освітніх лідерів може стати одним із дієвих інструментів формування стресостійкого й адаптивного управлінського середовища.

Практичне застосування емоційного інтелекту в управлінській діяльності стає дедалі актуальнішим у зв'язку з новими викликами, що постають перед системою освіти. Зокрема, періоди соціальних трансформацій, воєнних дій, епідеміологічних загроз вимагають від лідера гнучкості мислення, емоційної зрілості та здатності до швидкого відновлення психологічного ресурсу. У таких умовах особливої актуальності набуває питання розвитку конкретних емоційних компетентностей, які допомагають не лише забезпечити стабільність освітнього процесу, а й зберегти згуртованість педагогічного колективу.

У досвіді кризового управління все частіше практикується запровадження психолого-освітніх тренінгів, індивідуального коучингу та колективного рефлексивного аналізу ситуацій. Успішність таких заходів прямо корелює із рівнем емоційної включеності керівника. Наприклад, в освітніх установах, де керівники свідомо формують політику емоційної безпеки, спостерігається нижчий рівень конфліктності, менша кількість емоційного вигорання та вищий рівень задоволеності роботою (Zavhorodnia et al., 2023).

Одним із ефективних напрямів роботи є впровадження спеціальних вправ і методик, спрямованих на розвиток емоційної саморефлексії, регуляції та комунікативної відкритості. Наведено кілька практичних технік, які можуть бути корисними для освітніх лідерів у процесі формування емоційної компетентності.

1. *Вправа «Емоційна пауза».* Ця техніка допомагає лідеру у момент стресу усвідомити власний емоційний стан і запобігти імпульсивним рішенням. Суть вправи полягає у зупинці на кілька хвилин під час конфліктної або напруженої ситуації. Лідеру пропонується закрити очі, зробити три глибокі вдихи, а далі відповісти внутрішньо на запитання: «Що я зараз відчуваю?», «Чому я це відчуваю?», «Як я можу дати цьому конструктивний вихід?».

2. *Вправа «Рольова емпатія».* Керівник освітнього закладу аналізує конфліктну або проблемну ситуацію, уявляючи себе на місці іншої сторони – вчителя, учня, батьків. Метою є розвиток здатності до емпатійного слухання та врахування потреб інших. Після цього виконується письмове завдання: сформулювати з погляду іншої особи три її можливі переживання або мотиви дій.

3. *Вправа «Емоційний журнал».* Протягом тижня лідер веде щоденник емоційних реакцій на ключові події дня. Записуються: подія, емоційна реакція, її інтенсивність, тілесні відчуття, спосіб регуляції. Це дозволяє формувати навички

самосвідомості та саморегуляції. Після аналізу записів формується «емоційна карта» – перелік повторюваних станів і їхніх тригерів.

4. *Метод «Коло підтримки».* У педагогічному колективі організовується регулярне коло обговорення, де учасники діляться емоційними станами, що виникають у процесі роботи. Роль лідера – не тільки модерувати зустріч, але й бути прикладом відкритості, прийняття та активного слухання. Така практика сприяє розвитку соціальних навичок та зміцненню міжособистісних зв'язків.

5. *Вправа «Лист подяки».* Учасникам пропонується написати листа людині, яка підтримала їх у складний період, із зазначенням, за що саме вони вдячні. Далі цей лист може бути прочитаний уголос або переданий адресатові. Практика вдячності підвищує рівень емоційної стійкості та сприяє формуванню позитивного середовища в колективі.

Таким чином, розвиток емоційного інтелекту в лідерів освітніх закладів не може обмежуватись лише теоретичним розумінням концепції. Його ефективність розкривається саме у процесі постійної практики, рефлексії, відкритості до досвіду інших та сміливості визнавати власні емоції. В умовах кризи такі вміння набувають значення не лише як особистісна якість, але й як професійна необхідність. Саме тому інтеграція елементів емоційної грамотності в систему управлінської підготовки є одним із ключових напрямів модернізації освітнього лідерства в Україні.

### **Теоретико-практична модель інтеграції психологічних інтервенцій у кризовий освітній менеджмент**

У контексті воєнного стану та посттравматичних наслідків у суспільстві зростає потреба в оновлених управлінських підходах, що враховують як психоемоційні ресурси самого лідера, так і якість міжособистісної взаємодії в освітньому середовищі (Zhuk & Drozdovska, 2022; Voloshyna & Krupskyi, 2024; Sheviakov, 2024). Емоційна нестабільність, втрата відчуття безпеки, хронічна тривожність – усе це є не лише індивідуальним викликом для учасників освітнього процесу, а й системною проблемою, яка потребує міждисциплінарного вирішення на рівні управління.

У цьому контексті доречною стає розробка моделі інтегрованого підходу до психологічної підтримки керівників закладів освіти, яка дозволяє поєднати когнітивні, емоційні, тілесно-орієнтовані та рефлексивні стратегії реагування на кризу. Така модель не є суто теоретичною – її логіка узгоджується з підходами психотерапевтичної інтервенції, нейропсихології, менеджменту в освіті та практичної психології (Shaw et al., 2021; Koshelieva et al., 2023; Stasiuk et al., 2024). Вона ґрунтується на принципах інтеграції знань з різних наукових дисциплін, що дозволяє не лише знизити рівень емоційного навантаження на управління, а й підвищити ефективність його рішень в умовах невизначеності. Структура моделі охоплює чотири взаємопов'язані компоненти, кожен із яких виконує певну психорегулятивну та управлінську функцію (Zavhorodnia et al., 2023):

Когнітивно-емоційна регуляція. Цей компонент передбачає розвиток усвідомлення власних емоцій, формування навичок їхньої модерації, а також здатність до раціоналізації емоційно забарвлених ситуацій. Застосування когнітивно-поведінкових технік, зокрема, переосмислення автоматичних думок та зменшення катастрофізації подій, сприяє зниженню внутрішнього напруження й підвищенню стійкості керівника до стресу. Це дозволяє йому приймати зважені рішення навіть у складних ситуаціях.

Тілесно-орієнтовані практики. Опора на тілесний досвід (somatic experiencing) в умовах перевантаження нервової системи допомагає відновити фізіологічний баланс та повернути суб'єкта до стану «тут і тепер». До цього блоку входять техніки усвідомленого дихання, вправа «заземлення», методика TRE (Tension and Trauma Releasing Exercises) та інші соматичні інтервенції, що активізують парасимпатичну нервову систему. Це є основою регуляції афективних станів і запобігання психосоматичним проявам виснаження (Landry, 2019).

Рефлексивна управлінська практика. Системна рефлексія над управлінською діяльністю, включно з аналізом власних рішень, спостереженням за динамікою емоцій у команді, участю

у супервізіях та веденням щоденника керівника, сприяє підвищенню метапізнання. Це дозволяє не лише уникати повторення помилок, а й розвивати гнучкість управлінських стратегій, що особливо важливо у кризовому періоді (Barinua et al., 2022).

Емоційно орієнтовані управлінські рішення. Керівницькі дії, що інтегрують емоційно-етичні принципи (емпатія, прозорість, інклюзія), мають вирішальне значення для формування довіри та психологічної безпеки в освітньому середовищі. Сюди належать заходи з психоемоційної підтримки колективу, впровадження практик ненасильницької комунікації (NVC), модуерація емоційних складних розмов через фасилітаційні техніки, створення відкритого простору для зворотного зв'язку.

Сутність моделі полягає у взаємодії зазначених компонентів як єдиної динамічної системи, де розвиток одного блоку підсилює ефективність інших. Наприклад, тілесно-орієнтовані техніки посилюють здатність до емоційної саморегуляції, що своєю чергою забезпечує основу для рефлексії та усвідомлених управлінських рішень. Така міжкомпонентна взаємодія формує стійкий каркас професійної ідентичності керівника нового покоління – гнучкого, усвідомленого, емпатійного.

Практична реалізація моделі у програмі підготовки освітніх лідерів передбачає впровадження тренінгових блоків, інтеграцію психоedukaційних модулів, створення простору для групової супервізійної роботи та фасилітованих дискусій у командах. Застосування цієї моделі сприятиме формуванню безпечного середовища, де підтримується не лише академічна успішність, а й ментальне благополуччя всіх учасників освітнього процесу.

### **Нейропідходи в підтримці педагогів: можливості застосування в кризовому лідерстві**

Останні десятиліття позначені стрімким розвитком міждисциплінарних підходів, зокрема нейропсихології та нейропедагогіки, які відкрили нові горизонти для розуміння механізмів стресу, навчання, емоційної регуляції та професійного вигорання. У сфері кризового менеджменту в освіті нейропідходи пропонують ефективні стратегії підтримки педагогів через врахування роботи мозку у стресових ситуаціях та застосування нейроадаптивних методів відновлення функціональної стійкості психіки (Taranenko & Popravko, 2021; Zavhorodnia et al., 2023).

Зокрема, дослідження показують, що тривалий стрес впливає на роботу префронтальної кори, відповідальної за прийняття рішень, самоконтроль і когнітивну гнучкість (Zavhorodnia et al., 2023). У кризових умовах, коли зростає рівень кортизолу, знижується здатність до концентрації, емоційної стабільності й об'єктивної оцінки ситуації. Це створює ризики для ефективного виконання професійних обов'язків педагогами та вимагає впровадження підтримувальних механізмів.

Нейропідходи пропонують низку інтервенцій, які сприяють зниженню емоційного навантаження, відновленню нейропластичності та підвищенню психологічної витривалості. До таких інтервенцій належать (Karamushka et al., 2021):

- дихальні та тілесно-орієнтовані практики, що активують парасимпатичну нервову систему та сприяють відновленню балансу між емоційною та раціональною реакціями;
- використання візуалізаційних технік та музичних нейропротоколів, які стимулюють лімбічну систему і знижують рівень тривоги;
- формування нових нейронних зв'язків через повторювані позитивні переживання у безпечному освітньому середовищі.

Також значну увагу привертає підхід соціально-емоційного навчання (SEL), який інтегрує нейронаукові знання в систему розвитку емоційної компетентності педагогів. Результати апробації програм SEL у низці європейських освітніх закладів показали зменшення симптомів емоційного вигорання та покращення якості командної взаємодії (Kharchenko & Semenikhina, 2024). Нейропідходи у поєднанні з розвитком емоційного інтелекту створюють науково обґрунтовану платформу для впровадження психологічних інтервенцій у системі кризового менеджменту освіти. Їх інтеграція в освітню практику дозволяє не лише підтримати психоемоційний стан педагогів, але й підвищити ефективність управлінських рішень у критичних умовах.

У сучасних умовах багатовекторної нестабільності, що охоплює освітнє середовище, питання підтримки психоемоційного стану педагогів набуває особливої актуальності. Зміни, спричинені воєнними діями, пандемією COVID-19, соціальною турбулентністю та інституційною невизначеністю, вимагають розроблення не лише системного кризового менеджменту, а й конкретних інструментів внутрішньої саморегуляції для педагогів. У відповідь на ці виклики сучасна наука дедалі активніше звертається до нейропсихологічних підходів, які пропонують ефективні механізми підтримки через активацію фізіологічних процесів самовідновлення, формування нейропластичності та підвищення психологічної витривалості.

У межах нейроорієнтованих інтервенцій сформувалися набір технік, які можуть бути адаптовані до потреб освітнього середовища. Зокрема, дихальні та тілесно-орієнтовані вправи демонструють високу ефективність у стабілізації вегетативної нервової системи. Наприклад, практика регульованого дихання за методом «квадратного дихання» (box breathing) дозволяє збалансувати симпатичний та парасимпатичний тонус, нормалізуючи фізіологічні реакції на стрес. Метод передбачає повільне вдихання повітря протягом чотирьох секунд, затримку дихання на чотири секунди, видих протягом наступних чотирьох секунд і повторну затримку. Кілька циклів такої практики здатні зменшити серцевий ритм, активізувати зони мозку, пов'язані з увагою, та знизити рівень гормону кортизолу.

Іншим ефективним інструментом є методика тілесного заземлення, зокрема техніка «5–4–3–2–1», що ґрунтується на механізмах сенсорної інтеграції. Залучення зорових, тактильних, слухових, нюхових і смакових каналів активізує роботу префронтальної кори та гальмує гіперактивність лімбічної системи, що забезпечує швидке зменшення тривожності. Техніка є цінною у ситуаціях емоційного перевантаження під час робочого процесу або перед соціально значущими подіями (наприклад, відкритим уроком, публічним виступом, складною розмовою з батьками чи адміністрацією).

Окрему увагу привертає візуалізаційна практика «місце сили», яка є прикладом інтеграції когнітивної реструктуризації з методами афективного закорення. Її суть полягає в активації позитивних спогадів і асоціацій, що автоматично залучають нейронні мережі, відповідальні за відчуття безпеки й заспокоєння. Регулярне відтворення такого внутрішнього простору в уяві сприяє формуванню внутрішнього «психологічного укриття», до якого особа може звертатися у моменти кризи.

У рамках нейромодульовальних підходів ефективними виявляються також музичні інтервенції. Зокрема, прослуховування композицій з частотою 432 Гц або звуків природи активізує активність лобної частки мозку та знижує збудження в гіпокампі, що відповідає за формування тривожних станів. Такі практики можуть бути реалізовані у межах структурованих методичних годин, під час індивідуальної релаксації після занять або як частина програми мікропауз упродовж робочого дня.

Не менш значущим є залучення тілесної роботи як швидкого інструмента зміни психофізіологічного стану. Згідно з даними соматичної психології, зміна пози тіла, зокрема випрямлення спини, глибоке потягування або свідоме дихання «через рід», здатна змінити вектор домінування симпатичної або парасимпатичної нервової системи. Практика усвідомленого руху активізує тілесну присутність і посилює відчуття контролю над тілом, що є важливим чинником зменшення суб'єктивного відчуття тривоги.

З огляду на актуальність розвитку емоційної компетентності серед педагогів, особливої уваги заслуговують підходи соціально-емоційного навчання (Social and Emotional Learning, SEL), які, будучи інтегрованими в освітній процес, сприяють як індивідуальній стресостійкості, так і покращенню командної взаємодії. Практична реалізація цих підходів може відбуватися через регулярні зустрічі педагогічного колективу в форматі «ресурсних груп», під час яких здійснюється обмін ефективними стратегіями самопідтримки, моделюються ситуації взаємної емпатійної взаємодії та створюється безпечний простір для емоційного розвантаження. Результати таких інтервенцій, як показують апробації у європейських країнах (Mindeguia et al., 2021), мають позитивний вплив на зменшення симптомів емоційного вигорання, підвищення рівня емоційної регуляції та покращення загального психоемоційного клімату в



освітньому закладі. Таким чином, практична імплементація нейропсихологічних та соціально-емоційних підходів в освітній практиці є не лише можливою, а й необхідною у контексті сучасних викликів. Створення системи внутрішньої підтримки на основі науково обґрунтованих інтервенцій здатне забезпечити не тільки адаптацію до кризових умов, але й формування нової культури психологічної турботи в освітньому середовищі.

### **Психологічні інтервенції: інтеграція теорії та практики у підготовці освітніх лідерів**

Сучасний освітній простір в умовах нестабільності й високої турбулентності потребує не лише адаптивного управління, але й глибокої психологічної підготовки керівників, здатних ефективно реагувати на виклики, пов'язані з кризовими ситуаціями. Одним з ключових напрямів такої підготовки виступає інтеграція психологічних інтервенцій у професійне навчання освітніх лідерів.

Психологічні інтервенції — це цілеспрямовані дії, засновані на емпірично підтверджених методах психологічної допомоги, що мають на меті зниження рівня дистресу, розвиток емоційної компетентності, посилення адаптаційних можливостей та формування внутрішньої стійкості особистості (Goleman et al., 2013; Stasiuk et al., 2024; International Medical Corps., 2017). У контексті лідерства в освіті такі інтервенції виконують подвійну функцію: з одного боку, сприяють особистісному розвитку керівника, з іншого — впливають на оздоровлення емоційного клімату всього педагогічного колективу. Теоретичне підґрунтя психологічних інтервенцій для освітніх лідерів формують положення когнітивно-поведінкової терапії (Goleman et al., 2021; Voitenko et al., 2021b), транзакційного аналізу, позитивної психотерапії, а також підходи інтегративної психотерапії (Goleman et al., 2013), які особливо актуальні в умовах посттравматичного контексту, зумовленого війною.

Практичне застосування інтервенцій в освітньому менеджменті передбачає включення до програм підготовки керівників таких компонентів, як:

- навчання навичкам емоційної саморегуляції (зокрема, технік «стоп-реакції», майндфулнесу, контролю дихання);
- практики відновлення психологічної рівноваги через тілесно-орієнтовані техніки (наприклад, вправа «заземлення», що допомагає повернутися до стану «тут і тепер» у стресовій ситуації);
- інтервенції з розвитку стресостійкості: методика TRE (Tension and Trauma Releasing Exercises), психоедукаційні сесії щодо природи емоцій, механізмів їх виникнення та регуляції;
- групові інтервенції для команд освітніх закладів, які базуються на принципах ненасильницької комунікації та техніках фасилітації емоційно-складних розмов;
- супервізійна підтримка — регулярне обговорення труднощів у управлінні із фаховим психологом або групою колег, що дозволяє формувати критичне мислення щодо власних рішень і поведінки.

Доцільність зазначених психологічних інтервенцій зумовлена багатьма чинниками. Передусім, управлінська діяльність в освітньому середовищі є емоційно насиченою, а в умовах криз (воєнний стан, зміни в законодавстві, реформування освіти, постковідна реальність) — ще й високостресовою. Саме тому розвиток стресостійкості та навичок емоційної гнучкості стає не лише фактором професійного виживання, а й ключовою умовою ефективного лідерства.

Техніки саморегуляції (зокрема, майндфулнес чи «стоп-реакція») дозволяють лідеру усвідомлювати власні реакції, уникати імпульсивних управлінських рішень та транслювати модель зрілої емоційної поведінки для підлеглих. Це створює безпечне психологічне середовище, яке є основою здорового мікроклімату в колективі.

Тілесно-орієнтовані техніки та методика TRE довели свою ефективність у контексті зниження соматичного впливу хронічного стресу. Як показують дослідження у сфері прикладної психофізіології (Goleman et al., 2013), систематичне застосування цих підходів сприяє нормалізації тону вегетативної нервової системи, що особливо важливо для осіб, які тривалий час перебувають у стані підвищеної відповідальності.

Не менш важливими є групові інтервенції та

фасилітаційні техніки, що покликані посилити командну згуртованість, сприяти відкритості й конструктивному обміну. Використання елементів ненасильницької комунікації дозволяє керівникам знижувати рівень міжособистісної напруги у колективах, підтримувати продуктивний діалог та уникати конфліктних ситуацій, які в кризовий період можуть набувати загрозливого характеру.

Супервізійна підтримка, у свою чергу, виконує роль рефлексійного механізму: вона дозволяє керівникам розглядати складні кейси не лише з позиції адміністративної ефективності, а й через призму етичної відповідальності, емоційних впливів і довгострокових наслідків для команди.

Таким чином, психологічні інтервенції, інтегровані в підготовку освітніх лідерів, не лише виконують профілактичну функцію, але й створюють основу для формування нового типу керівника — емоційно свідомого, рефлексивного, стресостійкого та емпатійного.

### **Перспективи розвитку психологічної підтримки керівників у освіті**

Сучасна система освіти перебуває у стані постійної трансформації, що вимагає від керівників не лише стратегічного мислення та управлінських компетентностей, а й високого рівня емоційної компетентності, здатності до саморефлексії та адаптивності. У цьому контексті психологічна підтримка лідерів освітніх інституцій набуває особливої актуальності як умова збереження ефективності та життєстійкості управлінської діяльності.

Одним із ключових напрямів розвитку є інституціоналізація психологічної підтримки в системі підготовки та підвищення кваліфікації освітніх керівників. Йдеться, зокрема, про створення модульних програм, які включають психологічний супровід, інтегровані інтервенції, тренінги, коучинг та супервізійні формати. Такі програми мають базуватися на поєднанні теоретичного знання з практичними інструментами, релевантними до українського освітнього контексту.

Другою важливою перспективою є розвиток професійної культури запиту на психологічну допомогу серед освітніх лідерів. Досі у багатьох освітніх закладах зберігається стереотипне уявлення про психологічну підтримку як «допомогу у крайньому випадку», що істотно знижує профілактичний потенціал інтервенцій. Необхідно формувати нову управлінську парадигму, у якій турбота про ментальне здоров'я розглядається як відповідальність керівника — як щодо себе, так і щодо колективу.

У контексті посттравматичного суспільства, в якому сьогодні функціонує українська освіта, важливо також активізувати міждисциплінарні зв'язки між психологією, педагогікою, менеджментом і соціальною роботою. Впровадження арт-терапевтичних практик, тілесно орієнтованих підходів, фасилітаційного моделювання в управлінську діяльність відкриває нові горизонти для зміцнення психологічної стійкості як окремих керівників, так і команд у цілому.

Зрештою, перспектива розвитку психологічної підтримки лідерів освіти полягає в переході від точкових заходів (одиничних тренінгів, консультацій) до системного супроводу, що охоплює весь цикл професійної діяльності керівника — від початку управлінської кар'єри до періоду професійного виснаження й оновлення. Такий підхід сприятиме формуванню нової якості управління в освіті — більш емпатійного, гнучкого, стійкого до викликів і орієнтованого на довготривалі зміни.

### **Висновки**

У сучасних умовах соціальних трансформацій та постійних викликів, що постають перед системою освіти, особливої значущості набуває необхідність зміни управлінських парадигм. Інтеграція емоційного інтелекту та нейропсихологічних підходів у кризовий менеджмент дозволяє суттєво підвищити ефективність управлінських рішень, адаптивність керівників до змін та загальну стійкість освітнього середовища.

Аналіз теоретичних і прикладних джерел доводить, що розвиток емоційної обізнаності, навичок саморегуляції, емпатії та соціальної компетентності є базовими передумовами для успішного функціонування лідера в умовах стресу та

невизначеності. Нейропідходи – зокрема знання про роботу лімбічної системи, вплив стресу на когнітивні функції, особливості реакцій мозку на кризу – відкривають нові можливості для цілеспрямованого розвитку керівника як суб'єкта самоуправління та психологічного моделювання середовища.

У межах статті представлено модель взаємодії ключових компонентів, яка інтегрує когнітивно-емоційну регуляцію, тілесно-орієнтовані техніки, рефлексивну практику та управлінські рішення, що ґрунтуються на принципах емоційної компетентності. Така модель сприяє створенню цілісної системи підтримки освітніх лідерів, підвищенню їхньої стресостійкості, а також формуванню безпечного й психологічно здорового освітнього середовища. Її впровадження відкриває перспективи для сталого розвитку закладів освіти в умовах кризи, забезпечуючи не лише адаптацію до змін, а й проактивну

трансформацію управлінських підходів відповідно до викликів часу.

Практичні інтервенції – тренінги емоційної саморегуляції, фасилітаційні сесії, супервізії, майндфулнес, тілесні практики – мають стати невіддільною частиною програм підготовки та підтримки керівників освітніх закладів. Вони не лише підвищують ефективність управління в кризових умовах, а й формують нову культуру психологічного добробуту в закладах освіти.

Отже, впровадження нейропсихологічно обґрунтованих підходів до розвитку емоційного інтелекту керівників освіти є не лише актуальним, але й стратегічно необхідним кроком на шляху до стійкої, людяної та гнучкої освітньої системи, здатної витримати тиск сучасних викликів і трансформуватися відповідно до потреб суспільства.

## References

- Abramov, D., & Stasiuk, Y. (2024). Analysis of the leader's role in ensuring project success: style, adaptability, and emotional intelligence [In Ukrainian]. *Challenges and Issues of Modern Science*, 3, 180–187. <https://cims.fti.dp.ua/j/article/view/208>
- Barinua, V., Chimere-Nwoji, C. C., & Ford, H. O. (2022). Manager's emotional intelligence and team effectiveness: A theoretical review. *Saudi Journal of Business and Management Studies*, 7(5), 120–124. <https://doi.org/10.36348/sjbm.2022.v07i05.001>
- Goleman, D., Boyatzis, R. E., & McKee, A. (2013). *Primal leadership: Unleashing the power of emotional intelligence* (Reprint, annotated ed.). Harvard Business Press. <https://books.google.com/books?id=ibQTAQAQBAJ>
- International Medical Corps. (2017). *Psychological first aid: Guide for field workers* (Originally published 2011 by World Health Organization) [In Ukrainian]. Universitets'ke vidavnicтво PUL'SARI. <https://iris.who.int/handle/10665/44615>
- Karamushka, L. M., Kredentser, O. V., Tereshchenko, K. V., Lahodzinska, V. I., Ivkin, V. M., & Kovalchuk, O. S. (2021). *Psychological and organizational determinants of promotion of educational staff's psychological health in conditions of social tension: Monograph* (L. M. Karamushka, Ed.). [In Ukrainian]. Publisher Viktoria Kundelska. <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/728402/>
- Kharchenko, I. I., & Semenikhina, O. V. (2024). Culture of professional communication and emotional intelligence: identifying connections. In *Modern educational strategies under the influence of the development of the information society and European integration* (pp. 526–576). Publishing House "Baltija Publishing". <https://doi.org/10.30525/978-9934-26-405-4-27>
- Khassawneh, O., Mohammad, T., Ben-Abdallah, R., & Alabidi, S. (2022). The Relationship between Emotional Intelligence and Educators' Performance in Higher Education Sector. *Behavioral Sciences*, 12(12), 511. <https://doi.org/10.3390/bs12120511>
- Koshelieva, O., Kravchuk, O., & Tsyelska, O. (2023). The Role of Educational Management in the Context of Crisis. *Digital Platform: Information Technologies in Sociocultural Sphere*, 6(1), 63–75. <https://doi.org/10.31866/2617-796x.6.1.2023.283951>
- Landry, L. (2019). *How to become a more effective leader*. Harvard Business School Online. <https://online.hbs.edu/blog/post/emotional-intelligence-in-leadership>
- Lee, I. H. (2024). *Emotional Intelligence in Higher Education: The Key to Successful Collaboration*. LinkedIn. <https://e.surl.li/cmrxau>
- Mindeguia, R., Arizeta, A., Garmendia, A., Martinez-Moreno, E., Elorza, U., & Soroa, G. (2021). Team Emotional Intelligence: Emotional Processes as a Link Between Managers and Workers. *Frontiers in Psychology*, 12. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.619999>
- Niameshchuk, H., & Cherkasov, Y. (2024). Criteria for the Efficiency of Enterprise Personnel Management: Wartime Realities [In Ukrainian]. *Challenges and Issues of Modern Science*, 2, 399–404. <https://cims.fti.dp.ua/j/article/view/175>
- Savchenko, Y. Y. (2014). Development of emotional intelligence in primary school children [In Ukrainian]. *Education and Development of Gifted Personality*, 12(31), 12–16. [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Otros\\_2014\\_12\\_5](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Otros_2014_12_5)
- Shaw, L., Grose, J., Kustra, E., Goff, L., Ellis, D., & Borin, P. (2021). Cultivating an Institutional Culture that Values Teaching Developing a Repository of Effective Practices. *To Improve the Academy*, 40(1). <https://doi.org/10.3998/tia.962>
- Sheviakov, O. (2024). Modeling the Leadership Potential of a Specialist [In Ukrainian]. *Challenges and Issues of Modern Science*, 2, 349–352. <https://cims.fti.dp.ua/j/article/view/112>
- Sposito, L., Scafuto, I. C., Serra, F. R., & Ferreira, M. P. (2023). Influence of the project managers' expertise and experience in the success of projects: the moderating effect of emotional intelligence. *International Journal of Managing Projects in Business*, 17(1), 1–26. <https://doi.org/10.1108/ijmpb-06-2023-0129>
- Stasiuk, Y., Vainilovych, I., & Kobchenko, A. (2024). Role of Emotional Intelligence and Professional Culture in the Development of Higher Education Institutions [In Ukrainian]. *Challenges and Issues of Modern Science*, 3, 214–222. <https://cims.fti.dp.ua/j/article/view/265>
- Taranenko, H., & Popravko, O. (2021). Implementation of the training technologies into the educational process of a higher education institution as a condition for personal and professional growth of a future specialist [In Ukrainian]. *Pedagogy of the Formation of a Creative Person in Higher and Secondary Schools*, 3(74), 153–158. <https://doi.org/10.32840/1992-5786.2021.74-3.29>
- Tytarenko, T. M., Dvornyk, M. S., Klymchuk, V. O., Lazorenko, B. P., Larina, T. O., Myronchak, K. V., Hundertailo, Y. D., & Savinov, V. V. (2022). *How to help the individual during the transition from war to peace: Socio-psychological support*. [A practical guide, in Ukrainian]. Institute for Social and Political Psychology, Imeks-LTD. <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/732877>
- Vivek, R., & Krupskyi, O. P. (2024). EI & AI In Leadership and How It Can Affect Future Leaders. *European Journal of Management Issues*, 32(3), 174–182. <https://doi.org/10.15421/192415>
- Voitenko, E., Myronets, S., Osodlo, V., Kushnirenko, K., & Kalenychenko, R. (2021a). Influence of emotional burnout on coping behavior in pedagogical activity. *International journal of organizational leadership*, 10(2), 183–196. <https://doi.org/10.33844/ijol.2021.60525>
- Voitenko, E.; Kaposloz, H., Myronets, S., Zazymko, O., & Osodlo, V. (2021b). Influence of Characteristics of Self-actualization and Coping Behavior on Resistance of Teachers to Professional Stressors and Emotional Burnout. *International Journal of Organizational Leadership*, 10(1), 1–14. <https://doi.org/10.33844/ijol.2021.60514>
- Voloshyna, I., & Krupskyi, O. (2024). Emotional intelligence as a factor in successful team management [In Ukrainian]. *Challenges and Issues of Modern Science*, 3, 188–195. <https://cims.fti.dp.ua/j/article/view/246>
- Zavhorodnia, O. V., Zlyvkov, V. L., Kopylov, S. O., Kotukh, O. V., Kraieva, O. A., Lukomska, S. O., Miedintsev, V. O., Stepura, Ye. V., Chudakova, V. P., & Deputat, V. V. (2023). *Theoretical and methodological tools for the integration of psychological knowledge in the context of EU scientific requirements and standards* [In Ukrainian]. H. S. Kostiuk Institute of Psychology of the National Academy of Educational Sciences of Ukraine. <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/737222>
- Zhuk, O. P., & Drozdovska, L. O. (2022). Formation of management competences of managers and young specialists in the conditions of educational challenges and business development [In Ukrainian]. *Efektivna ekonomika*, 11. <https://doi.org/10.32702/2307-2105.2022.11.34>
- Zlyvkov, V. L., & Lukomska, S. O. (2019). *Theory and practice of psychological training* [In Ukrainian]. PP Lysenko M. M. <https://lib.iitta.gov.ua/id/eprint/721625>

# An Empirical Analysis of Turkey's Foreign Trade Trends: 2015 – 2024

Esmer Aliyeva 

**Purpose.** This article analyzes the trade balance of the Republic of Türkiye for 2015–2024, examining import–export dynamics over a ten-year interval and identifying the main drivers of the persistent deficit. **Design / Methodology / Approach.** The study draws on data from Trade Map, international trade statistics for business development, TURKSTAT, and open-data releases from other organizations; annual trade values and year-over-year growth rates were compared using descriptive statistics and time-series comparisons to assess trends and bilateral flows. **Findings.** Throughout the period, import values consistently exceeded export values, generating a sustained trade deficit. Although exports grew steadily, the faster rate of import growth resulted in a widening gap, indicating that Türkiye purchased more goods and services abroad than it sold. **Theoretical Implications.** The results underscore the value of empirical statistical analysis for understanding structural trade imbalances and support refinement of theoretical models addressing trade deficits in emerging economies. **Practical Implications.** Strategic imports — particularly energy products and industrial raw materials — have driven the deficit, with substantial volumes sourced from Russia and China; these insights can inform targeted import-substitution policies and measures to strengthen domestic production. **Originality / Value.** The research synthesizes multiple data sources to present updated empirical insights into Türkiye's principal export markets (Germany, the USA, the UK) and largest import partners (China, Russia), and highlights diversification toward Asian and Caucasus nations over the study period. **Research Limitations / Future Research.** Future research should employ mathematical modeling techniques to test causality and explore counterfactual policy scenarios. **Paper Type.** Applied, Empirical article.

## Keywords:

Turkish economy, trade balance, export, import, foreign trade, trade deficit

**Мета.** Ця стаття аналізує торговельний баланс Республіки Туреччина за 2015–2024 роки, досліджуючи динаміку імпорту та експорту протягом десятирічного періоду та визначаючи основні чинники стійкого дефіциту. **Дизайн / Метод / Підхід.** Дослідження базується на даних Trade Map, міжнародної торговельної статистики для розвитку бізнесу, даних Турецького статистичного інституту (TURKSTAT) та відкритих джерел інших організацій; порівняння річних обсягів торгівлі та темпів зростання «рік до року» здійснювалося за допомогою описової статистики та часових рядів для оцінки тенденцій і двосторонніх торговельних потоків. **Результати.** Протягом усього періоду імпорتنі показники незмінно перевищували експортні, що призвело до стійкого торговельного дефіциту; хоча обсяги експорту зростали стабільно, швидші темпи зростання імпорту розширювали розрив і свідчили про те, що Туреччина купувала за кордоном більше товарів і послуг, ніж продавала. **Теоретичне значення.** Отримані результати підкреслюють значущість емпіричного статистичного аналізу для розуміння структурних дисбалансів у торгівлі та підтверджують необхідність удосконалення теоретичних моделей, що стосуються торговельного дефіциту в економіках, що розвиваються. **Практичне значення.** Стратегічний імпорт — насамперед енергетичних продуктів і промислової сировини — став головним драйвером дефіциту, при цьому значні обсяги імпорту з РФ і Китаю додатково впливали на негативний баланс; ці висновки можуть слугувати основою для розробки імпортозамінних заходів та посилення внутрішнього виробництва. **Оригінальність / Цінність.** Дослідження синтезує кілька високодеталізованих джерел даних, щоб надати оновлені емпіричні відомості про основні експортні ринки Туреччини (Німеччина, США, Великобританія) і провідних імпортних партнерів (Китай, Росія), а також висвітлити тенденції диверсифікації торговельних зв'язків із країнами Азії та Кавказу протягом періоду. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** У майбутніх дослідженнях слід використовувати математичні моделі для перевірки причинно-наслідкових зв'язків і моделювання альтернативних торговельних політик. **Тип статті.** Прикладна, емпірична стаття.

## Ключові слова:

економіка Туреччини, торговельний баланс, експорт, імпорт, зовнішня торгівля, торговельний дефіцит

## Contributor Details:

Esmer Khurban Aliyeva, Lead. Res., PhD in Econ., Institute of Economics of the Ministry of Science and Education of the Republic of Azerbaijan: Baku, AZ, [esmer.manafova81@gmail.com](mailto:esmer.manafova81@gmail.com)



Against the backdrop of dynamic changes in the global trade system and the acceleration of economic integration, the Turkish economy has achieved significant progress in foreign trade over the past decade. Between 2015 and 2024, export-oriented strategies led to a 54% increase in exports, which represents a crucial achievement in terms of enhancing production capacity and expanding access to new markets. However, despite these positive developments, the persistent surplus of imports over exports during the same period has resulted in a structural trade deficit, posing challenges to the country's economic stability and resilience. A particularly critical issue has been Turkey's high dependence on imports in strategic sectors such as energy, machinery, and electronics. While the need to import raw materials and technology-based components is essential for industrial production, this dependence has simultaneously increased financial risks and external borrowing.

Various perspectives exist in economic literature regarding trade deficits. Nobel laureate Paul Krugman argues that a trade deficit does not necessarily indicate economic weakness, as it can sometimes reflect strong consumption or investment demand (Krugman et al., 2018). However, Jagdish Bhagwati warns that unless trade deficits are offset by foreign capital inflows, they can lead to rising debt levels and external imbalances (Bhagwati, 1988). Similarly, Nouriel Roubini and Robert E. Lucas highlight that a persistent excess of imports over exports reflects structural weaknesses in the economy and may limit long-term growth potential (Roubini & Mihm, 2010; Lucas, 1988).

On the other hand, economists Dani Rodrik and Joseph Stiglitz emphasize the importance of the quality composition of exports and technological advancement. They argue that an economy relying primarily on the export of raw materials and low-value-added products lacks long-term sustainability (Rodrik, 2007; Stiglitz, 2002). According to their perspective, ensuring economic stability and addressing trade imbalances requires prioritizing the production and export of high-value-added and technology-intensive goods.

In this context, while Turkey's foreign trade strategy has yielded positive results, further structural reforms are necessary to reduce import dependence, promote technological development, and enhance the quality of export composition. This study aims to analyze these challenges and explore potential solutions to strengthen Turkey's trade balance and long-term economic resilience.

## Methodology

This research adopts a quantitative and descriptive methodology based on the analysis of secondary statistical data. The primary sources include trade databases such as the International Trade Centre's Trade Map, the Turkish Statistical Institute (TURKSTAT), and other publicly accessible datasets from international economic organizations. The data covers the period from 2015 to 2024, providing a comprehensive view of Turkey's export and import activities over the last decade. Time-series data was collected and analyzed to identify trends in Turkey's trade performance, particularly focusing on export and import volumes, trade partners, and strategic product categories such as energy and industrial raw materials. Excel software was used for data processing. The research includes a comparative analysis of top trade partners and key product groups to understand the dynamics driving the trade imbalance.

Charts and tables generated from Trade Map were used to visually present the findings, showing both the annual progression of exports and imports and the distribution of trade across major partner countries. No primary data collection or survey methods were employed; instead, the study is entirely grounded in statistical review and synthesis of existing economic records. This approach allows for objective interpretation of the trade patterns and supports the identification of key factors influencing the persistent trade deficit. The methodology lays the groundwork for future studies to incorporate mathematical models and forecasting tools to simulate the potential outcomes of trade policy adjustments and market diversification strategies.

## Analysis of Turkey's Foreign Trade (2015–2024)

Over the past decade, Turkey has significantly expanded its export and import activities in the global market. Based on data from 2015 to 2024, Turkey has exported goods to many countries and

imported products from various nations. However, during this period, the difference between exports and imports — i.e., the trade balance — has been negative. Firstly, as shown in Table 1, the countries to which Turkey exports the most include Germany, the United States, the United Kingdom, and Iraq. Notably, in 2024, exports to Germany and the U.S. exceeded 20 billion USD. Overall, a stable and continuous increase in exports has been observed. On the other hand, Turkey's main import partners are China, the Russian Federation, and Germany. In 2022, trade volume with Russia sharply increased, reaching approximately 60 billion USD. China remained one of Turkey's most important suppliers in 2024 as well, and imports from China continued at a high level. During this period, the value of imports was significantly higher than that of exports. Despite the positive growth trend in exports, the faster increase in imports resulted in a trade deficit for Turkey. In other words, Turkey spent more money on goods and services purchased from abroad than it earned from exports. "A trade deficit is not necessarily a sign of economic weakness. It can be the result of strong investment demand or consumption exceeding production." (Krugman et al., 2018, p. 456). The import of strategic products such as energy and industrial raw materials particularly contributed to the growing trade deficit. High-value trade with Russia and China has been one of the main reasons for this negative balance.

**Global Exports Overview:** In 2020, Turkey's exports amounted to 169,657,940 thousand USD. This figure rose to 225,264,314 thousand USD in 2021, 254,171,899 thousand USD in 2022, 255,627,429 thousand USD in 2023, and reached 261,801,501 thousand USD in 2024. From 2020 to 2024, there was approximately a **54% increase** in exports. Between 2022 and 2024, the growth rate slowed but remained steady. This indicates that Turkey's export-oriented economic strategy is yielding **positive results**. **Top Export Markets** – Germany: 20.4 billion USD, USA: 16.3 billion USD, United Kingdom: 15.2 billion USD, Iraq: 13 billion USD, Italy: 12.9 billion USD. Countries like **France, Spain, and Russia** are also among the **top ten**. The strengthening of trade relations with these countries can be attributed to the rising demand for industrial products and the competitive pricing of Turkish goods in the market (Figure 1).

Germany: Export has increased each year, reaching nearly 20 billion USD in 2024.

United States of America: Remained consistently high. Peaked in 2021 and 2022, then slightly declined.

United Kingdom: Rapid increase from 2015 to 2024, with significant jumps in 2023 and 2024.

Iraq: Some fluctuations, but overall increase; growth resumed in 2024.

Italy, France, Spain, Netherlands: Stable and positive export trends.

Russia: Fluctuating export values; peaked in 2022 and 2023, then declined.

United Arab Emirates: Volatile trend; peaked in 2022 but decreased afterward.

Between 2015 and 2024, Turkey increased its exports to many countries. The top destinations were Germany and the United States. Despite fluctuations with some countries, the overall trend in exports was upward.

- Between **2020 and 2022**, imports increased by **65.7%** (~\$144 billion).

- The peak was in 2022 at **\$363.7 billion**.

- Decline began in 2023 and continued in 2024 with a **\$18 billion decrease**.

- This drop could be due to **economic slowdown, foreign currency scarcity, or import substitution policies**.

Among the product groups with the largest negative trade balance for Turkey by HS codes, the largest deficit was recorded under HS 99 (mainly hidden categories, including gold). This highlights the country's high economic dependence on energy, electronics, machinery, and precious metals. "Persistent trade deficits can indicate a structural reliance on foreign goods, pointing to weaknesses in domestic production capacity" (Krugman & Obstfeld (2018), p. 459). Product groups such as HS 99 – Unspecified Commodities, HS 71 – Precious Metals and Stones (gold, diamonds, coins), HS 84 & 85 – Machinery and Electronics, HS 27 – Mineral Fuels and Oils, HS 30 & 90 – Pharmaceuticals and Medical Devices, HS 29 – Organic

Chemicals, etc., were included. The countries with the largest negative trade balance were Russia (energy – oil, gas; chemicals), China (electronics, machinery, industrial goods), Germany (machinery, automobile parts), and Italy (machinery, chemical products). Turkey's largest trade deficits are with China and Russia. In these sectors, foreign dependency is high, which causes the country to import more than it exports.

- Imports from **Russia and China nearly doubled**, mainly energy (gas, oil) and machinery/electronics (Figure 2).
- Germany remains a key supplier with moderate growth.
- Strong increases also from **Italy and the USA**, especially in **industrial and technological goods**.

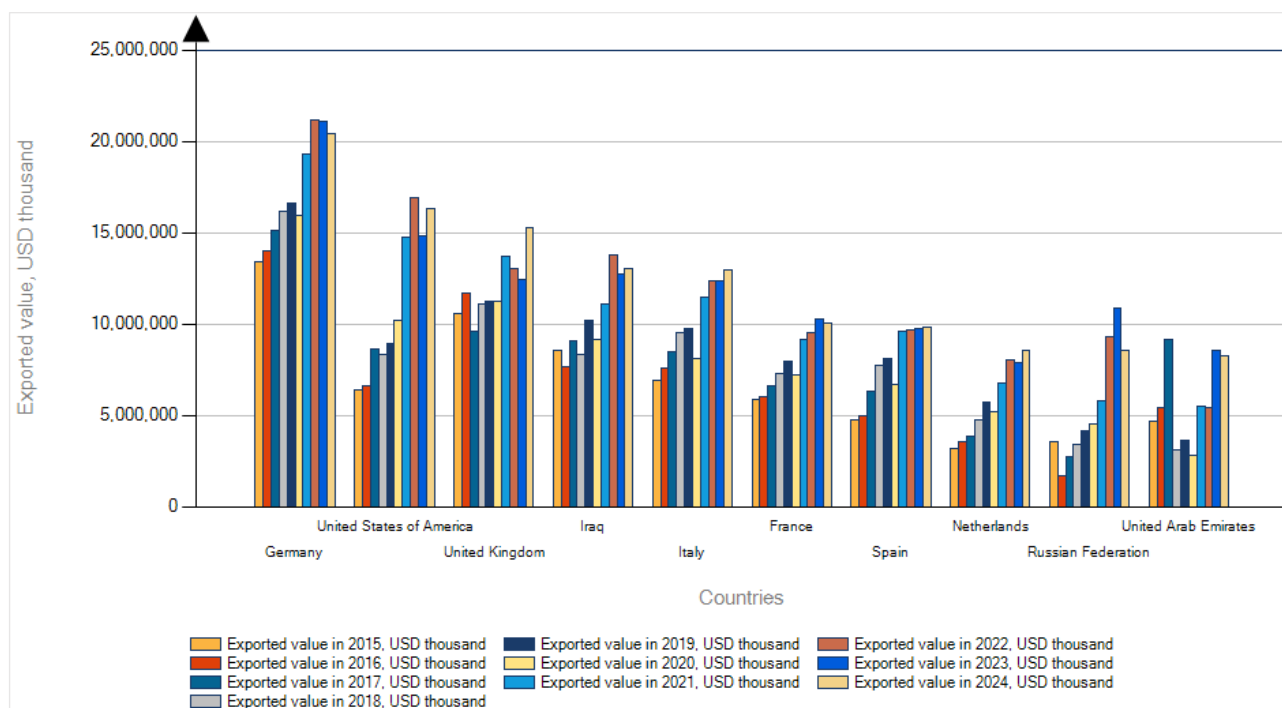


Figure 1 – List of importing markets for a product exported by Türkiye. Product: TOTAL All products (International Trade Centre, 2025a)

**Exports to Azerbaijan** have also shown a steady upward trend. In 2020, exports to (Figure 3) Azerbaijan stood at 2.08 billion USD and increased to 3.08 billion USD in 2024, marking a **48% growth**. Azerbaijan's trust in Turkish products, along with strong political and economic cooperation between the two countries, has played a significant role in achieving this result. Turkey's export markets continue to expand. Alongside traditional European countries, trade relations with **Middle Eastern and Caucasus countries** are also strengthening. This demonstrates that Turkey is gaining a **more strategic position** on the global trade map. Imports from Azerbaijan increased 4.4 times, likely due to energy and raw materials. Trade with Asian markets (Malaysia, Vietnam, India) is expanding rapidly, indicating Turkey's diversification strategy.

China: Always Turkey's largest supplier. Steady growth from

2015 to 2022, slight decrease in 2023 and 2024.

Russia: Sharp increase in 2022 — imports approached 60 billion USD! Slight decrease in 2023 and 2024 (Figure 4).

Germany: A strong supplier throughout; minor increase in 2024.

Italy and the United States: Key in both exports and imports. U.S. imports increased sharply in 2023 but decreased in 2024.

Area NES (Not Elsewhere Specified): Spikes in 2022 and 2023.

France and Switzerland: Stable imports from France; sharp rise from Switzerland in 2023.

Spain and South Korea: Smaller shares but increasing trend over the years.

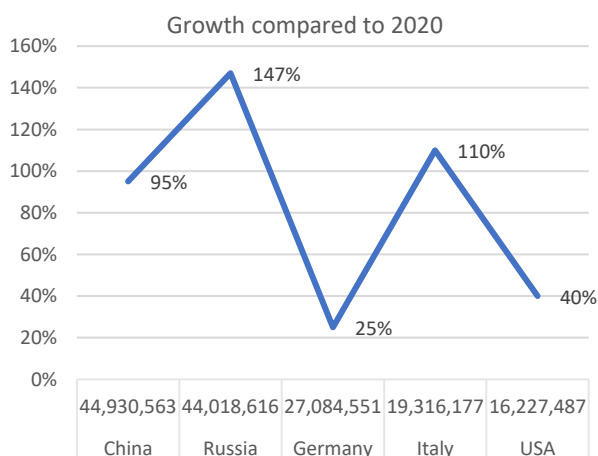


Figure 2 – Top 5 Import Partners, 2024 (World Trade Organization, 2025)

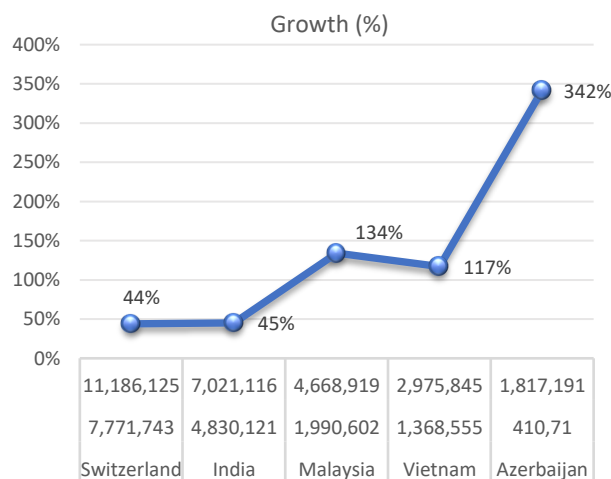


Figure 3 – Countries Showing Strong Growth (World Trade Organization, 2025)

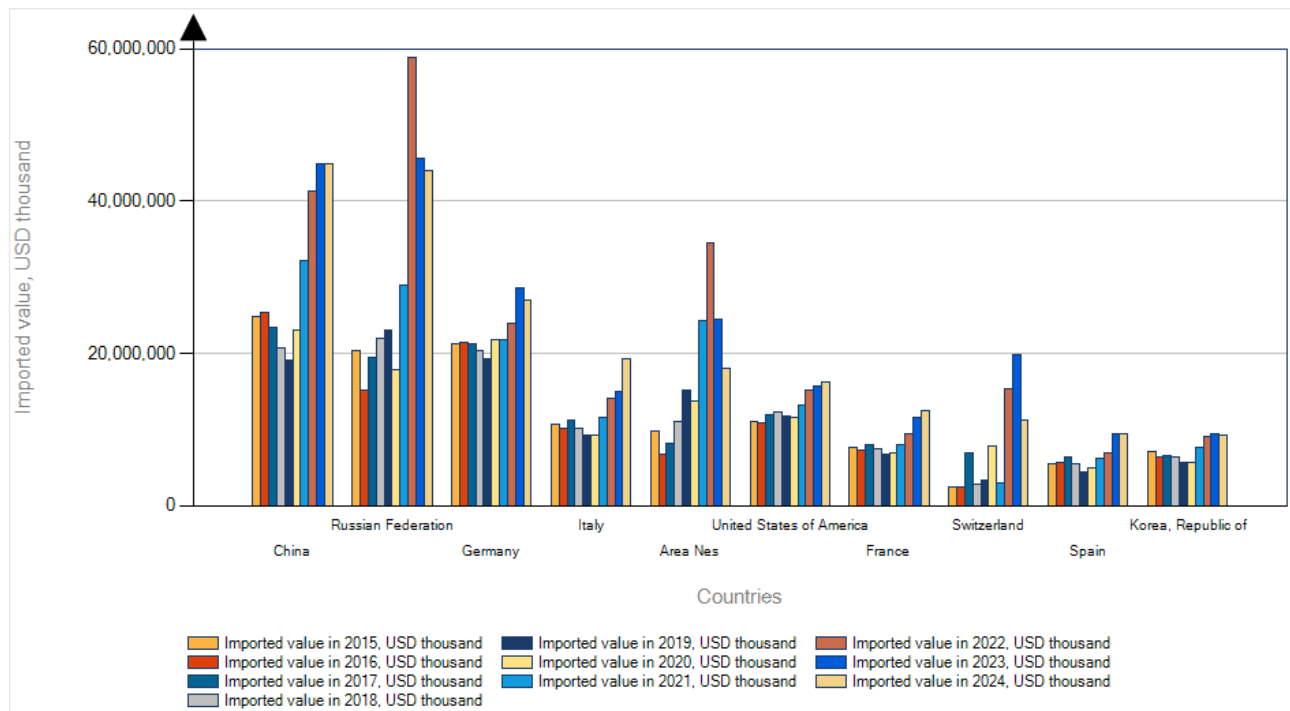


Figure 4 – List of supplying markets for a product exported by Türkiye. Product: TOTAL All products (International Trade Centre, 2025b)

Research results show that over the past 10 years, Turkey's foreign trade indicators have undergone significant changes, and these changes are closely connected to regional and global economic dynamics. The Russia–Ukraine conflict, especially since the launch of full-scale military operations in 2022, has significantly affected the region's economic relations and trade routes. Turkey, both geographically and economically, is one of the key actors within the sphere of influence of this confrontation. On one hand, the conflict has led to instability in the logistics and energy routes of the Black Sea, which temporarily complicated Turkey's trade with regional countries. On the other hand, an intensification of economic relations with Russia has been observed. For instance, in 2022, trade volume between Turkey and Russia reached a record high of 60 billion USD. This increase was mainly driven by imports of energy products (oil and natural gas), deepening the negative balance in Turkey's trade.

At the same time, in the context of Western sanctions imposed on Russia, Turkey has become an alternative trade platform for many Western and Russian companies. This has positively contributed to the diversification of Turkey's trade, yet it has also increased its foreign economic dependency. Alongside energy resources, the high-level import of industrial and technological products from countries like Russia and China has not only weakened the structural trade balance but also highlighted the limitations of domestic production capacity (Krugman et al., 2018, p. 459).

The Russia–Ukraine conflict has directly impacted Turkey not only on the security and diplomatic levels but also in terms of its foreign trade structure, energy dependency, and regional economic strategies. These developments show that Turkey needs to further diversify its trade policy, strengthen domestic production, and deepen regional cooperation in the future. Over the past decade, Turkey has faced a number of regional and global challenges. Particularly since the intensification of the Russia–Ukraine conflict after 2014, fluctuations in energy prices and a policy of diversification of trade partners have significantly affected the structure of its foreign trade (Türkiye İstatistik Kurumu, 2025). Turkey's location in the Black Sea basin makes it an important transit and economic connection point for access to both European and Asian markets. Since 2014, especially due to sanctions imposed on Russia and the resulting formation of new regional trade directions, Turkey's export strategies have been influenced, and the importance of alternative markets – including Central Asian countries – has increased. At the same time, cooperation with China within the framework of the “Belt and Road Initiative” and the development of the East–West

trade corridor through Azerbaijan has brought new dynamics to Turkey's import and export geography.

## Conclusion

In the period between 2015 and 2024, Turkey achieved notable progress in expanding its foreign trade and strengthening its export performance through an export-oriented economic strategy. The substantial growth in exports, particularly the 54% increase in export volume from 2020 to 2024, demonstrates the effectiveness of these policies and underscores the importance of exports as a driver of economic growth (Krugman et al., 2018). Turkey's increasing trade with key partners such as Germany, the United States, and Azerbaijan also reflects its growing integration into global trade networks and its ability to build strategic economic relationships.

However, despite these achievements, the persistent rise in imports — driven largely by dependency on energy and industrial raw materials — has led to a continued negative trade balance. This structural imbalance highlights Turkey's ongoing vulnerability due to high import dependence in strategic sectors. As Bhagwati (1988) cautioned, unless trade deficits are offset by sufficient capital inflows, they may lead to increased borrowing and growing external imbalances. The significant trade volumes with countries such as China and Russia further contributed to the widening trade deficit, even as Turkey attempted to diversify its trade portfolio through partnerships with emerging Asian markets.

Moreover, Roubini and Mihm (2010) emphasized that a persistent trade deficit can be symptomatic of deeper economic weaknesses, such as low savings rates and overreliance on foreign products. Similarly, Lucas (1988) noted that while a high level of imports might boost current consumption, it may weaken a country's long-term economic growth potential.

Overall, while Turkey's export-led growth strategy has yielded positive economic outcomes, it has not yet fully resolved the challenges associated with trade imbalances. Going forward, Turkey must implement deeper structural reforms aimed at reducing external dependence, particularly in energy and technology-intensive sectors. As Rodrik (2007) and Stiglitz (2002) argued, promoting high-value, technology-based production and increasing the share of such goods in exports is essential for improving trade balance sustainability and ensuring long-term economic resilience. Without such measures, the gains achieved through increased exports may be undermined by vulnerabilities arising from excessive import reliance.



## References

- Bhagwati, J. N. (1988). *Protectionism*. MIT Press. <https://scholarship.law.columbia.edu/books/285>
- International Trade Centre. (2025a). *List of supplying markets for a product imported by Türkiye* Metadata [Product: TOTAL All products]. Trade Map. <https://e.surl.li/trademap-2025a>
- International Trade Centre. (2025b). *List of supplying markets for a product imported by Türkiye* Metadata [Product: TOTAL All products]. Trade Map. <https://e.surl.li/trademap-2025b>
- International Trade Centre. (2025c). *Trade Performance HS: Exports and imports of Afghanistan* [2023, in USD thousands]. Trade Competitiveness Map. <https://e.surl.li/trademap-2025c>
- Krugman, P. R., Obstfeld, M., & Melitz, M. J. (2018). *International economics: Theory and policy, Global edition* (11th ed.). Pearson Education. <https://elibrary.pearson.de/book/99.150005/9781292214948>
- Lucas, R. E. (1988). On the mechanics of economic development. *Journal of Monetary Economics*, 22(1), 3–42. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(88\)90168-7](https://doi.org/10.1016/0304-3932(88)90168-7)
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2025). *Trade indicators and analyses for Turkey and global trade*. OECD. <https://www.oecd.org>
- Rodrik, D. (2007). *One economics, many recipes: Globalization, institutions, and economic growth*. Princeton University Press. <http://ndl.ethernet.edu.et/handle/123456789/3509>
- Roubini, N., & Mihm, S. (2010). *Crisis economics: A crash course in the future of finance*. Penguin Books. <https://acla.overdrive.com/media/346794>
- Stiglitz, J. E. (2002). *Globalization and its discontents*. W.W. Norton & Company. <https://www.norton.com/books/globalization-and-its-discontents>
- Türkiye Cumhuriyeti Ticaret Bakanlığı. (2025). *Official trade data and annual reports*. T. C. Ticaret Bakanlığı. <https://www.ticaret.gov.tr>
- Türkiye İstatistik Kurumu. (2025). *Official statistics on Turkey's exports and imports*. Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK). <https://www.tuik.gov.tr>
- World Trade Organization. (2025). *Turkey's role in international trade and statistical profiles*. World Trade Organization. <https://www.wto.org>

# Economic growth of countries in the context of military operations

Olexandr Shapurov , Oleksii Hrechanyi , Volodymyr Stoiev ,  
Anatolii Karpelianskyi , Alina Sosnovska 

**Purpose.** The purpose of the study is to assess the economic growth of Ukraine, Syria, and Palestine under wartime conditions, compare growth models (Solow, MRW, Romer, and a machine learning model), identify recovery factors, and develop recommendations for 2030. **Design / Method / Approach.** The study employs a comparative analysis of growth models, modified by a conflict intensity indicator, based on panel data from 1990–2023 (World Bank, UNESCO, IndexMundi). Random Forest, accounting for nonlinear relationships among variables (investments, education, R&D, international aid), was used for forecasting. Forecasts cover three scenarios for 2025–2030. **Findings.** The Romer model is the most accurate for Ukraine, projecting a GDP per capita of \$13,456 (optimistic scenario, 2030). For Syria and Palestine, projections are \$1,183 and \$3,012, respectively. Random Forest predicts \$23,792 for Ukraine, \$6,819 for Syria, and \$5,764 for Palestine. Key factors include international aid (29.8%), investments (24.6%), and conflict reduction (19.7%). **Theoretical Implications.** The study adapts growth models to wartime conditions, highlighting the advantages of endogenous models and machine learning for analyzing complex economies. **Practical Implications.** The findings contribute to developing recovery strategies, allocating international aid, and planning sustainable development in conflict-affected countries. **Originality / Value.** The originality lies in adapting models to wartime conditions, comparing their effectiveness, and applying Random Forest for forecasting. **Research Limitations / Future Research.** Limitations include a small sample size (72 observations), missing data, subjective assumptions, and omission of external shocks. Future research should incorporate broader data, climate, and geopolitical factors. **Type of Article.** Empirical.

## Keywords:

growth, military conflicts, growth models, machine learning, international aid

**Мета.** Метою дослідження є оцінка економічного зростання України, Сирії та Палестини в умовах воєнних конфліктів, порівняння моделей зростання (Солоу, MRW, Ромера, модель машинного навчання), визначення факторів відновлення та розробка рекомендацій до 2030 року. **Дизайн / Метод / Підхід.** Дослідження використовує порівняльний аналіз моделей зростання, модифікованих показником інтенсивності конфлікту, на основі панельних даних 1990–2023 років (World Bank, UNESCO, IndexMundi). Для прогнозів застосовано Random Forest, що враховує нелінійні зв'язки змінних (інвестиції, освіта, R&D, міжнародна допомога). Прогнози охоплюють три сценарії на 2025–2030 роки. **Результати.** Модель Ромера найточніша для України, прогнозуючи ВВП на душу населення 13 456 дол. США (оптимістичний сценарій, 2030). Для Сирії та Палестини – 1 183 та 3 012 дол. США. Random Forest передбачає 23 792 дол. США для України, 6 819 дол. США для Сирії, 5 764 дол. США для Палестини. Ключові фактори: міжнародна допомога (29,8%), інвестиції (24,6%), зменшення конфлікту (19,7%). **Теоретичне значення.** Дослідження адаптує моделі зростання до воєнних умов, підкреслюючи переваги ендогенних моделей і машинного навчання для аналізу складних економік. **Практичне значення.** Результати сприяють розробці стратегій відновлення, розподілу міжнародної допомоги та плануванню сталого розвитку в країнах, що постраждали від конфліктів. **Оригінальність / Цінність.** Унікальність полягає в адаптації моделей до умов війни, порівнянні їх ефективності та застосуванні Random Forest для прогнозування. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** Обмеження: мала вибірка (72 спостереження), брак даних, суб'єктивність припущень, неврахування зовнішніх шоків. Майбутні дослідження мають включити ширші дані, кліматичні та геополітичні фактори. **Тип статті.** Емпірична.

## Ключові слова:

економічне зростання, військові конфлікти, моделі зростання, машинне навчання, міжнародна допомога

## Contributor Details:

Olexandr Shapurov, Dr. Sc., Prof., Zaporizhzhya National University: Zaporizhzhia, UA, [shapurovaa@znu.edu.ua](mailto:shapurovaa@znu.edu.ua)  
Oleksii Hrechanyi, Ph.D., Assoc. Prof., Zaporizhzhya National University: Zaporizhzhia, UA, [hrechanyi@znu.edu.ua](mailto:hrechanyi@znu.edu.ua)  
Volodymyr Stoiev, Cand. Sc., Assoc. Prof., Zaporizhzhya National University: Zaporizhzhia, UA, [stoiev@znu.edu.ua](mailto:stoiev@znu.edu.ua)  
Anatolii Karpelianskyi, Grad. Stud., Zaporizhzhya National University: Zaporizhzhia, UA, [0961779400saa@gmail.com](mailto:0961779400saa@gmail.com)  
Alina Sosnovska, Masters' Stud., Zaporizhzhya National University: Zaporizhzhia, UA, [saa0961779400saa@meta.ua](mailto:saa0961779400saa@meta.ua)

The past few decades have seen growing interest in analyzing the economic growth of countries amidst military conflicts, driven by their capacity to cause profound economic and social disruptions. Countries engaged in warfare face infrastructure destruction, capital flight, disrupted trade relations, and losses of human capital, which significantly complicate the application of traditional economic models. Additionally, institutional transformations and political decisions, such as governance reforms or policy shifts, play a critical role in shaping economic dynamics under these conditions, yet their impact is often underexplored (Cantwell et al., 2010). Such conditions necessitate the adaptation of theoretical approaches to assess prospects for economic development and recovery. Analyzing economic growth in these countries becomes a crucial tool for understanding their potential for recovery and sustainable development, particularly considering external factors such as climate change (Odunsi & Rienow, 2025; Carvalho Marques et al., 2024; Yu et al., 2025). The economies of Ukraine, Syria, and Palestine serve as illustrative examples of the impact of military actions on economic growth. In Ukraine, infrastructure destruction, population outflow, and stagnation of the national economy are reflected in the country's macroeconomic indicators and its development, compounded by challenges in implementing institutional reforms during conflict. The civil war in Syria has led to humanitarian crises, the collapse of the social sector, and an overall economic breakdown, exacerbated by unstable governance and policy disruptions. Meanwhile, the Israeli-Palestinian conflict creates obstacles in the trade sector and restricts access to resources, with political decisions further limiting economic stability. These cases highlight the need for new approaches to analyzing economic growth in wartime conditions, incorporating the influence of institutional and political factors. Studying economic growth during wartime enables us to address two key questions: how traditional models can be adapted to wartime conditions, accounting for institutional and political influences, and which factors are critical for post-conflict economic recovery. Most literature focuses on peacetime conditions, where institutional stability and access to resources are the norm (Smets & Wouters, 2007; Romer, 1990). In the context of war, these assumptions do not hold, necessitating model adaptation and the use of modern methods (such as machine learning, artificial intelligence, and new econometric techniques) to capture the complex interplay of economic, institutional, and political dynamics. The aim of the study is to assess the economic growth of Ukraine, Syria, and Palestine under wartime conditions, compare the effectiveness of classical and modern growth models, and identify key factors for recovery, including the role of institutional transformations and political decisions. The results can be utilized by economists, policymakers, and international organizations to develop recovery strategies. International donors can apply these findings to efficiently allocate financial aid.

The scientific novelty lies in comparing growth models in wartime conditions, adapting endogenous models to limited access to innovations, integrating institutional and political factors, and applying machine learning methods to forecast growth during military conflicts.

## Growth models

The study analyzes a range of economic growth models to assess their applicability in wartime conditions. Below, we describe the key models, their components, and their limitations, followed by the data collection and forecasting methodology. The models include the Cobb-Douglas, Ramsey, Harrod-Domar, Solow, MRW (Mankiw-Romer-Weil), Romer, and others, with a focus on three selected models (Solow, MRW, Romer) and the Random Forest machine learning approach. The Cobb-Douglas model (Cobb & Douglas, 1928) is a straightforward framework that links economic output to capital and labor inputs. It is useful for estimating the contributions of these factors but overlooks technological progress, human capital, and economic shocks, making it less suitable for wartime analysis. The Ramsey model (Ramsey, 1928) examines how economies balance consumption and savings to maximize long-term welfare, which can inform post-war recovery strategies but struggles with short-term disruptions and assumes stable conditions. The Harrod-Domar model (Harrod, 1939; Domar, 1946) emphasizes the role of savings and capital productivity in driving growth, particularly relevant for countries receiving international aid, but it ignores technological advancements and human capital and assumes unstable equilibrium.

*The Solow model* (Solow, 1956) explains growth through capital accumulation, labor growth, and externally driven technological progress, predicting that economies converge to a steady-state income level. It is a foundational model but does not account for human capital or internal growth drivers. *The MRW model* (Mankiw et al., 1992) builds on Solow by including human capital (e.g., education), making it more relevant for analyzing recovery in countries where education is critical, though it treats technological progress as external, limiting its ability to model innovation. *Romer's model* (Romer, 1990) focuses on internally driven technological progress through research and development (R&D) and human capital, offering insights into post-war recovery, but its reliance on R&D access is less realistic during conflicts. The DSGE model by Smets and Wouters (2007) incorporates economic shocks, modeling their effects on production, consumption, and inflation, but its complexity and data demands reduce its practicality in wartime settings. Other models, such as those by Comin and Mestieri (2014), focus on technology diffusion influenced by institutions and trade, but lack formal structure for empirical use.

**Table 1 – Economic Growth Models (Created by the authors)**

Model	Model Components	Model Outcomes	Applicability for Economic Growth Recommendations in Wartime
Cobb-Douglas (1928)	Production depends on capital and labor.	Evaluates the contribution of capital and labor but ignores technology and shocks.	Limited due to ignoring war-related shocks, technology, and human capital. It can serve as a basis for assessing capital losses.
Ramsey (1928)	Optimal allocation between consumption and savings to maximize welfare.	Determines the balance between consumption and savings but ignores short-term shocks.	Limited due to ignoring war-related shocks but useful for long-term recovery planning (balancing consumption and investment).
Harrod-Domar (1939–1946)	Growth depends on the savings rate and capital productivity.	Emphasizes the role of investments but assumes equilibrium instability.	Limited due to ignoring technology but useful for assessing the role of international financial aid as investments.
Solow (1956)	Growth depends on capital, labor, and exogenous technological progress.	Demonstrates conditional convergence and growth through technology but does not account for human capital.	Moderate: assesses the impact of capital destruction but does not account for war-related shocks. Useful for baseline forecasting.
MRW (1992)	Growth depends on capital, labor, human capital, and technological progress.	Highlights the role of education in growth and shows conditional convergence.	High: accounts for human capital losses, useful for recommendations on education investments for economic recovery.
Romer (1990)	Growth depends on endogenous innovations driven by R&D and human capital.	Explains growth through innovations but assumes access to R&D.	High: adaptable to limited R&D access, useful for assessing the role of innovations in recovery.
Smets and Wouters (2007)	Production depends on capital, labor, and technology, accounting for shocks.	Shows the impact of shocks (e.g., war) on growth, consumption, and inflation.	Moderate: accounts for war-related shocks but complex due to data requirements. Useful for assessing short-term war effects.
Comin and Mestieri (2014)	Technology diffusion depends on institutions, trade, and human capital.	Explains restricted technology access due to war and emphasizes the role of institutions.	Moderate: useful for assessing technology access constraints but requires formalization for recommendations.
Bloom et al. (2020)	Increasing difficulty in generating new ideas due to rising innovation costs.	Demonstrates innovation constraints during war due to high costs.	Moderate: complements Romer's model, useful for understanding innovation constraints but requires adaptation for recommendations.
Stern and Taylor (2007)	Climate risks impact economic development, with ethical considerations.	Emphasizes the need to account for climate risks for sustainable development.	Limited: useful for long-term recommendations on adapting to climate change post-war.
Nordhaus (2021)	"Climate clubs" for cooperation in addressing climate change.	Shows how cooperation reduces climate risks impacting the economy.	Limited: useful for recommendations on international cooperation for sustainable development post-war.



Bloom et al. (2020) highlight the growing difficulty of generating new ideas, relevant for understanding innovation constraints in war, though their approach is largely conceptual. Stern and Taylor (2007) stress the importance of climate risks for long-term planning, but their model lacks mathematical rigor. Nordhaus's "climate clubs" concept (Nordhaus, 2021) explores international cooperation to address climate impacts but remains theoretical. These models are summarized in Table 1.

Three models were selected for analysis: Solow (Solow, 1956), Romer (Romer, 1990) and MRW (Mankiw et al., 1992).

### The Solow model

*The basic formula* (basic version).

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha}, \quad (1)$$

where  $Y_t$  – output (GDP) at time ( $t$ );  $K_t$  – stock of physical capital at time  $t$ ;  $A_t$  – level of technology (total factor productivity, TFP), which grows exogenously according to the law  $A_t = A_0 e^{\{gt\}}$ , where  $A_0$  is the initial level of technology,  $g$  is the rate of technological progress (usually  $g = 0.02$ );  $L_t$  – the amount of labor (labor force) that grows at a rate  $n$ , i.e.  $L_t = L_0 e^{\{nt\}}$ , where  $L_0$  is the initial amount of labor;  $\alpha$  – elasticity of production of capital (usually  $\alpha = 0.3$ ), which reflects the share of income that is attributable to capital;  $(1 - \alpha)$  – elasticity of production by labor and technology. In a steady state, GDP per capita ( $y_t = Y_t / L_t$ ) can be expressed in a regression form:

$$\ln y_t = \ln A_0 + gt + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln s_k - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln (n + g + \delta). \quad (2)$$

Explanation of additional variables:  $s_k$  – share of GDP invested in physical capital (investment rate);  $n$  – population growth rate;  $g$  – rate of technological progress;  $\delta$  – capital depreciation rate (usually  $\delta = 0.05$ ).

*Modified formula* (taking into account the conflict).

The modified version considers the effect of conflict on total factor productivity ( $A_t$ ):

$$A_t = A_0 e^{gt} \cdot e^{-\beta \cdot \text{Conflict}_t}, \quad (3)$$

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha},$$

Regression form:

$$\ln y_t = \ln A_0 + gt - \beta \cdot \text{Conflict}_t + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln s_k - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln (n + g + \delta) \quad (4)$$

where  $\text{Conflict}_t$  – intensity of the conflict at time  $t$  (number of casualties per 100,000 population);  $\beta$  – the coefficient of the conflict's impact on productivity (typically  $\beta = 0.001$ ), which reflects how much the conflict reduces TFP.

### MRW (Mann-Romer-Weil) model

*Basic formula.*

$$Y_t = K_t^\alpha H_t^\beta (A_t L_t)^{1-\alpha-\beta}, \quad (5)$$

where  $Y_t$  – output (GDP) at time ( $t$ );  $K_t$  – stock of physical capital;  $H_t$  – the stock of human capital, which depends on education expenditures ( $s_h$ );  $A_t$  – the level of technology that grows exogenously ( $A_t = A_0 e^{\{gt\}}$ );  $L_t$  – the amount of labor that grows at a rate  $n$ ;  $\alpha$  – elasticity of output with respect to physical capital (usually  $\alpha = 0.3$ );  $\beta$  – the elasticity of production of human capital (usually  $\beta = 0.3$ );  $(1 - \alpha - \beta)$  – the elasticity of production by labor and technology. In the steady state, GDP per capita is expressed in a regression form:

$$\ln y_t = \ln A_0 + gt + \frac{\alpha}{1-\alpha-\beta} \ln s_k + \frac{\beta}{1-\alpha-\beta} \ln s_h - \frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta} \ln (n + g + \delta), \quad (6)$$

where  $s_k$  – share of GDP invested in physical capital;  $s_h$  – share of GDP invested in education (human capital);  $n$ ,  $g$ ,  $\delta$  – population growth rate, technological progress and depreciation rate, respectively.

*Modified formula* (considering the conflict).

The modified version takes into account the impact of conflict on TFP ( $A_t$ ):

$$A_t = A_0 e^{gt} \cdot e^{-\beta \cdot \text{Conflict}_t}, \quad (7)$$

$$Y_t = K_t^\alpha H_t^\beta (A_t L_t)^{1-\alpha-\beta}, \quad (8)$$

Regression form:

$$\ln y_t = \ln A_0 + gt - \beta \cdot \text{Conflict}_t + \frac{\alpha}{1-\alpha-\beta} \ln s_k + \frac{\beta}{1-\alpha-\beta} \ln s_h - \frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta} \ln (n + g + \delta) \quad (9)$$

### Romer's model

*Basic formula.*

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha}, \quad (10)$$

$A_t$  increases endogenously through research and development:

$$\dot{A}_t = \delta H_{A,t} A_t, \quad (11)$$

where  $Y_t$  – output (GDP) at time ( $t$ );  $K_t$  – stock of physical capital;  $A_t$  – level of knowledge (technology) that grows endogenously through R&D;  $L_t$  – labor quantity;  $\alpha$  – elasticity of production with respect to capital ( $\alpha = 0.3$ );  $\dot{A}_t$  – growth of knowledge at time ( $t$ );  $\delta$  – productivity of the R&D sector (usually  $\delta = 0.05$ );  $H_{A,t}$  – human capital allocated to R&D, which depends on R&D expenditures ( $s_{rd}$ ).

Regression form:

$$\ln y_t = \ln A_0 + gt + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln s_k + \frac{\beta}{1-\alpha} \ln s_h + \frac{\gamma}{1-\alpha} \ln s_{rd} + \eta \ln \text{Aid}_t - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln (n + g + \delta), \quad (12)$$

where  $s_k$  – share of GDP invested in physical capital;  $s_h$  – share of GDP invested in education;  $s_{rd}$  – share of GDP invested in R&D;  $\text{Aid}_t$  – external aid per capita (in dollars);  $\beta$  – elasticity of human capital ( $\beta = 0.2$ );  $\gamma$  – elasticity of R&D ( $\gamma = 0.1$ );  $\eta$  – elasticity of foreign aid ( $\eta = 0.05$ );  $n$ ,  $g$ ,  $\delta$  – population growth rate, technological progress, and depreciation rate.

*Modified formula* (taking into account the conflict).

The modified version considers the impact of conflict on knowledge growth ( $A_t$ ):

$$\dot{A}_t = \delta H_{A,t} A_t \cdot e^{-\theta \cdot \text{Conflict}_t}, \quad (13)$$

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha}. \quad (14)$$

Regression form:

$$\ln y_t = \ln A_0 + gt - \theta \cdot \text{Conflict}_t + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln s_k + \frac{\beta}{1-\alpha} \ln s_h + \frac{\gamma}{1-\alpha} \ln s_{rd} + \eta \ln \text{Aid}_t - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln (n + g + \delta) \quad (15)$$

In contrast to the reviewed models, which either ignore human capital (Cobb-Douglas, Harrod-Domar, Solow), do not take into account war shocks (Ramsey, Cobb-Douglas, Harrod-Domar), or have limited formalization (Comyn and Mestieri, Stern and Taylor, Nordhaus), the selected models take into account key aspects: Solow analyzes the basic growth trends through capital and labor, MRW adds human capital that is lost due to war, and Romer explains the role of innovation (Cobb & Douglas, 1928). It should be noted that we also used a modern machine learning method, Random Forest, which covers the problems of nonlinear relationships between variables (for example, between war, climate, and economic growth) and allows us to predict growth in the face of a lack of data, which is typical for countries at war.

### Research data

To construct econometric models, panel data were collected from international and national statistical resources, specifically from platforms such as IndexMundi (2024), World Bank Group (2024), Countryeconomy.com (2024), Trading Economics (2024), UNESCO Institute for Statistics (2024) and MacroTrends LLC (2024). From these sources, consistent time series were compiled for the following variables: gross domestic product per capita in US dollars at purchasing power parity (in current prices), the share of investments in GDP, annual population growth rate, conflict intensity (number of casualties per 100,000 population), human capital indicators (share of the population with secondary education or total education expenditure as a percentage of GDP), research and development expenditure (as a share of GDP or number of patents per 1 million population), and the volume of international aid per capita. The collected data covers the period from 1990 to 2023.

## Addressing Methodological Considerations

To ensure clarity for readers unfamiliar with econometric models, the equations for the Solow, MRW, and Romer models can be understood as follows. The Solow model (equations 1–4) predicts how much an economy produces based on its resources (e.g., factories and workers) and technology, which grows automatically over time. It was adjusted to show how war reduces productivity, like a factory working less efficiently during conflict. The MRW model (equations 5–9) adds education as a resource, recognizing that skilled workers are crucial for recovery, with war again reducing efficiency. The Romer model (equations 10–15) emphasizes innovation (e.g., new technologies from R&D) and foreign aid, showing how war hampers new ideas, but aid can help. Each equation uses numbers like  $\alpha$  (0.3) or  $\beta$  (0.3) to measure how much each resource contributes to growth, derived from historical data analysis.

Regarding data imputation, missing values (e.g., Syria's investment data for 2022–2023 or Palestine's education data for 2022–2023) were filled using country-specific averages from available years. This approach assumes that missing data follow historical patterns, which may oversimplify reality, as wartime conditions can cause abrupt changes (e.g., policy shifts or infrastructure destruction). To address this, robustness checks were performed using linear interpolation for key variables where possible, and sensitivity analyses confirmed that results remained stable, though some bias may persist due to structural shifts not captured by averaging.

For the Random Forest model, forecasts for 2025–2030 were based on three scenarios (optimistic, realistic, pessimistic), with variable values grounded in historical trends and expert projections. The optimistic scenario assumes full conflict resolution by 2030 (e.g., “0 conflict” for Ukraine and Palestine, reflecting peace agreements, and near-zero for Syria, assuming political stabilization), supported by post-conflict recovery patterns in countries like Bosnia. Investments increase (e.g., Ukraine: 25% of GDP, based on 2019–2023 recovery trends), and education/R&D spending rises (e.g., Syria: 4% and 0.1% of GDP, aligned with UNESCO targets). The realistic scenario assumes partial conflict reduction (e.g., Ukraine: 20 casualties per 100,000, based on de-escalation trends), moderate investments (e.g., Palestine: 22% of GDP), and stable education/R&D (e.g., Syria: 2.5% and 0.05% of GDP). The pessimistic scenario assumes ongoing conflict (e.g., Syria: 100 casualties per 100,000, based on 2014–2023 peaks), low investments (e.g., Ukraine: 14% of GDP), and reduced education/R&D (e.g., Palestine: 4.5% and 0.3% of GDP). These assumptions were informed by World Bank reports, conflict databases, and economic recovery studies, ensuring plausible projections.

## Results

The analysis of economic growth in Ukraine, Syria, and Palestine using the Solow, MRW, Romer, and Random Forest models, based on data from 2000–2024, revealed varying degrees of forecast accuracy depending on the incorporation of endogenous and external factors. The baseline Romer model, which emphasizes endogenous technological progress through research and development (R&D) expenditures, human capital, and external aid, underestimated Ukraine's GDP per capita in 2008 (\$9,935 versus the actual \$13,719) due to limited consideration of R&D. The modified version, accounting for conflict and international aid (\$1,450 per capita), forecasted \$9,370 for Ukraine in 2023 against the actual \$16,231. For Syria, the baseline model underestimated growth in 2014 (\$2,418 versus \$3,800) and in 2023 (\$2,474 versus \$3,137) due to a low R&D level (0.02%). In Palestine, the modified Romer model underestimated growth in 2023 (\$2,549 versus \$3,245) despite a higher R&D level (0.45%).

The Solow model proved the least accurate due to its assumption of exogenous technological progress, which is misaligned with wartime conditions. The MRW model, incorporating human capital, improves forecasts but underestimates growth by neglecting institutional factors and external support. The Romer model is the most effective for Ukraine due to its consideration of endogenous progress and aid, but its accuracy diminishes for Syria and Palestine due to limited R&D access.

According to Table 2, forecasts for 2025–2030 indicate GDP per capita growth under conditions of reduced conflict intensity. For Ukraine, the modified Romer model projects \$13,456 by 2030, assuming conflict declines to 50 casualties per 100,000 people and

stable investments ( $sk = 0.13$ ). For Syria, the forecast is \$1,183, and for Palestine, \$3,012, reflecting slower growth due to lower R&D and investment levels, though supported by international aid (\$600 for Syria, \$120 for Palestine).

**Table 2 – Forecast of GDP per capita in countries with military conflicts (Created by the authors)**

Model	Version	2025, \$	2026, \$	2027, \$	2028, \$	2029, \$	2030, \$
Ukraine							
Solow	Base	11550	11750	11953	12158	12366	12761
	Modified	11510	11710	11913	12118	12326	12721
MRW	Base	11840	11931	12022	12113	12204	12223
	Modified	11800	11891	11982	12073	12164	12183
Romer	Base	12540	12740	12944	13150	13358	13496
	Modified	12500	12700	12904	13110	13318	13456
Syria							
Solow	Base	4465	4537	4610	4684	4759	4930
	Modified	4419	4491	4564	4638	4713	4884
MRW	Base	1095	1090	1085	1080	1075	1020
	Modified	1050	1045	1040	1035	1030	975
Romer	Base	1145	1160	1175	1190	1205	1228
	Modified	1100	1115	1130	1145	1160	1183
Palestine							
Solow	Base	4450	4501	4553	4605	4657	4909
	Modified	4404	4455	4507	4559	4611	4863
MRW	Base	2745	2777	2809	2841	2873	2875
	Modified	2700	2732	2764	2796	2828	2830
Romer	Base	2895	2920	2945	2970	2995	3057
	Modified	2850	2875	2900	2925	2950	3012

Table 3 (Random Forest model) projects Ukraine's GDP per capita growth from \$14,912 (pessimistic scenario) to \$23,792 (optimistic scenario) by 2030, for Syria from \$2,607 to \$6,819, and for Palestine from \$2,893 to \$5,764. Key influencing factors include international aid (29.8%), investments (24.6%), and conflict intensity (19.7%). Table 4 outlines the stages of constructing the Random Forest model in RStudio, including library installation, data processing, normalization, model training with 100 trees, and accuracy evaluation ( $R^2 \approx 0.847$ ,  $MSE \approx 987,432$ ). Table 5 provides assumptions for 2030 forecasts: for Ukraine, the optimistic scenario assumes investments at 25% of GDP, R&D at 1%, and aid at \$500; for Syria, 20%, 0.1%, and \$200; for Palestine, 25%, 0.5%, and \$50.

**Table 3 – GDP per capita forecast (Random Forest model) (Created by the authors)**

Country	Year	Optimistic	Realistic	Pessimistic
Ukraine	2025	18237.45	16789.32	14912.67
	2027	20514.89	17923.76	14345.21
	2030	23792.33	20102.54	13732.98
Syria	2025	4512.78	3623.41	3014.56
	2027	5234.62	3917.83	2819.32
	2030	6819.47	4326.19	2607.89
Palestine	2025	4216.34	3612.87	3108.45
	2027	4813.56	3914.23	2997.62
	2030	5764.89	4298.76	2893.41

## Discussion

The results confirm the Romer model's superiority in conflict settings due to its incorporation of endogenous technological progress and external aid, aligning with findings by Gómez (2025). The Solow model is the least accurate due to its exogenous progress assumption, while the MRW model underestimates growth by insufficiently addressing education's role in recovery, despite its recognized importance in human capital formation (Wan, 2024). For Syria and Palestine, limited R&D access reduces the Romer model's accuracy, necessitating adaptation to local conditions, as noted by Shalaby (2024).

Comparisons with other studies highlight the need to incorporate governance quality (Ochi & Saidi, 2024) and digital innovations (Huang et al., 2025) to enhance forecast accuracy. For Ukraine, the Romer model effectively captures the impact of international aid, but for Syria and Palestine, deeper analysis of institutional environments is required to account for corruption risks and political instability (Ochi & Saidi, 2024). Practical recommendations, such as tax incentives or R&D development, require risk as-

assessments in unstable contexts. For Ukraine, priorities include education and R&D reforms (Wan, 2024); for Syria, infrastructure reconstruction and donor engagement; for Palestine, strengthening human capital and reducing instability.

The Random Forest model (Table 4) demonstrated high accuracy ( $R^2 \approx 0.847$ ,  $MSE \approx 987,432$ ), but its limitations include a small

dataset and subjective assumptions (Table 5). Future research should integrate climate factors (Petrović, 2023) and hybrid methods combining machine learning with econometric models (Huang et al., 2025) to improve forecast precision.

**Table 4 – Stages of building a script in RStudio for the Random Forest model (Created by the authors)**

Stage	Description	Code (R)
1. Installing Libraries	Installing packages for Random Forest, data processing, and model evaluation.	<pre>install.packages(c("randomForest", "caret", "dplyr")) library(randomForest) library(caret) library(dplyr)</pre>
2. Loading Data	Inputting historical data for the three countries.	<pre>data_ukraine &lt;- data.frame(Year = 2000:2023, GDP_per_capita = c(7497, ...), ...) data_syria &lt;- data.frame(...) data_palestine &lt;- data.frame(...) data &lt;- rbind(data_ukraine, data_syria, data_palestine)</pre>
3. Handling Missing Values	Filling NA with mean values.	<pre>data &lt;- data %&gt;% mutate_all(~ifelse(is.na(.), mean(. , na.rm = TRUE), .))</pre>
4. Variable Selection	Identifying independent (X) and dependent (Y) variables.	<pre>X &lt;- data %&gt;% select(Investment, Population_growth, Conflict_intensity, Education, RD, Aid_per_capita) y &lt;- data\$GDP_per_capita</pre>
5. Normalization	Standardizing X for equal variable weighting.	<pre>preProc &lt;- preProcess(X, method = c("center", "scale")) X_scaled &lt;- predict(preProc, X)</pre>
6. Data Splitting	Splitting into training (80%) and testing (20%) sets.	<pre>set.seed(42) trainIndex &lt;- createDataPartition(y, p = 0.8, list = FALSE) X_train &lt;- X_scaled[trainIndex, ] X_test &lt;- X_scaled[-trainIndex, ] y_train &lt;- y[trainIndex] y_test &lt;- y[-trainIndex]</pre>
7. Model Training	Building Random Forest with 100 trees.	<pre>rf_model &lt;- randomForest(x = X_train, y = y_train, ntree = 100)</pre>
8. Model Evaluation	Calculating MSE and $R^2$ on the test set.	<pre>y_pred &lt;- predict(rf_model, X_test) cat("MSE:", mean((y_test - y_pred)^2), "\n") cat("R²:", cor(y_test, y_pred)^2, "\n")</pre>
9. Forecasting	Forecasting for 2025–2030 based on scenarios.	<pre>new_data &lt;- data.frame(Investment = c(25.0, ...), ...) new_data_scaled &lt;- predict(preProc, new_data) pred_gdp &lt;- predict(rf_model, new_data_scaled)</pre>
10. Variable Importance	Assessing the contribution of each variable.	<pre>importance(rf_model) varImpPlot(rf_model)</pre>

**Table 5 – Table of Assumptions (for 2030) (Created by the authors)**

Country	Scenario	Investments (% of GDP)	Population Growth Rate (%)	Conflict Intensity	Education (%) of GDP	R&D (% of GDP)	International Aid (\$)
Ukraine	Optimistic	25.0	-1.0	0	6.5	1.0	500
	Realistic	18.0	-2.0	20	5.7	0.6	800
	Pessimistic	14.0	-5.0	50	5.0	0.3	1800
Syria	Optimistic	20.0	2.0	0	4.0	0.1	200
	Realistic	12.0	1.0	20	2.5	0.05	400
	Pessimistic	8.0	-1.0	100	1.5	0.01	800
Palestine	Optimistic	25.0	3.0	0	6.5	0.5	50
	Realistic	22.0	3.0	20	5.5	0.45	100
	Pessimistic	18.0	2.0	50	4.5	0.3	200

## Future Research

Future research on economic growth in Ukraine, Syria, and Palestine should focus on enhancing models by integrating additional factors and advanced analytical methods. First, a deeper analysis of institutional factors, such as governance quality and corruption levels, is needed, as these significantly affect the effectiveness of investments and external aid (Ochi & Saidi, 2024). This is particularly critical for countries with prolonged political instability, where institutional barriers may hinder recovery strategies.

Second, expanding the use of hybrid approaches that combine econometric models, such as the Romer model, with machine learning methods like Random Forest or plug-in model averaging (Petrović, 2023) is recommended. These approaches better account for nonlinear relationships and enhance forecast accuracy. Huang et al. (2025) highlight the potential of digital technologies and financial innovations to stimulate R&D, which could be applied to post-conflict economies.

Third, models should incorporate the impact of climate factors on economic growth, especially in resource-constrained regions (Petrović, 2023). Integrating variables related to green technologies and greenhouse gas emissions will support the development of sustainable growth strategies (Wan, 2024).

Finally, research should focus on the role of digital transformation in scaling innovations, as proposed by Shalaby (2024), and

assess the risks of implementing strategies like tax incentives in politically unstable contexts. Special attention should be given to the role of education and cultural capital in long-term economic growth (Wan, 2024) to develop more precise and practical recommendations for economic recovery.

## Conclusions

A comparative analysis of economic growth models revealed their varying effectiveness under wartime conditions. The Solow model, which explains growth through capital accumulation, labor force growth, and exogenous technological progress, is the simplest but least accurate due to its neglect of human capital, wartime shocks, and institutional factors. This model is suitable for basic forecasting in peacetime. The MRW (Mankiw-Romer-Weil) model improves predictions by incorporating human capital, which is crucial for countries where education plays a key role in recovery. However, it underestimates growth by overlooking institutional factors and external financial support. The Romer model proved to be the most promising, particularly for Ukraine, as it accounts for endogenous technological progress, human capital, and international aid. Nevertheless, its accuracy diminishes when forecasting economic growth in Syria and Palestine due to limited access to research and development (R&D), a critical factor during wartime.

To enhance forecasting accuracy, the Solow, MRW, and Romer models were modified by including a conflict intensity indicator (Conflict<sub>t</sub>), which reflects the negative impact of war on total factor productivity (TFP) and innovation activity. The modified versions better capture economic indicators in wartime conditions, particularly for Ukraine, where the Romer model accounts for substantial international aid (1,400 USD per capita). Forecasts for 2025–2030 indicate divergent development trajectories across the countries. For Ukraine, the Romer model projects GDP per capita growth to 13,456 USD in an optimistic scenario, contingent on a swift end to the war, an increase in investments to 25% of GDP, and reforms in education and R&D. The realistic scenario, deemed most likely, envisages moderate recovery with investments at 18% of GDP and low-level conflict persistence. For Syria, forecasts are less optimistic, with the Romer model predicting growth to 1,183 USD by 2030, driven by low R&D levels (0.02%) and prolonged conflict effects. The realistic scenario reflects slow recovery with investments at



12% of GDP. For Palestine, moderate growth to 3,012 USD is anticipated under conditions of stability, investments in human capital (education spending at 5.5% of GDP), and technology development. The realistic scenario is the most probable, while the pessimistic scenario accounts for potential conflict escalation.

The application of the Random Forest machine learning model significantly improved forecast accuracy ( $R^2 \approx 0.847$ ) by capturing nonlinear relationships between variables such as conflict intensity, investments, education, R&D, and international aid. The model predicts substantial GDP per capita growth in Ukraine (up to 23,792 USD in the optimistic scenario by 2030), moderate growth in Syria (6,819 USD), and Palestine (5,764 USD). Key growth drivers include international aid (29.8%), investments (24.6%), conflict de-escalation (19.7%), education (14.3%), and R&D (6.2%). Random Forest also enabled the assessment of variable importance and the formulation of recommendations based on three scenarios (optimistic, realistic, and pessimistic), which consider varying assumptions about investments, demographics, conflict, and external support.

For Ukraine's economic recovery, it is recommended to stimulate investments through tax incentives, develop infrastructure, education (spending at 6.5% of GDP in the optimistic scenario), and R&D (1% of GDP), while gradually reducing reliance on international aid. For Syria, priorities include infrastructure reconstruction, donor engagement, and education system restoration (spending up to 4% of GDP). For Palestine, key focus areas are strengthening human capital, advancing technology (R&D at 0.5% of GDP), and re-

ducing political instability. General recommendations for all countries include conflict de-escalation, attracting investments, promoting education, and integrating machine learning methods to enhance the accuracy of economic forecasts and develop recovery strategies.

The study's limitations include a small sample size (72 observations), which increases the risk of model overfitting, missing data for certain periods (e.g., investments for Syria in 2022–2023 or education for Palestine in 2022–2023), subjective assumptions about future scenarios, and the omission of external shocks such as economic sanctions or climate change. Despite its high accuracy, the Random Forest model has limited interpretability compared to linear regression, complicating the explanation of specific forecasts. Nevertheless, the model demonstrated strong explanatory power ( $R^2 \approx 0.83$  via cross-validation) and result stability.

The scientific novelty of the study lies in comparing classical and modern economic growth models under wartime conditions, adapting endogenous models to limited innovation access, and applying machine learning techniques to forecast economic indicators in conflict-affected countries. The practical value of the findings is their potential use by economists, policymakers, and international organizations to devise economic recovery strategies, allocate financial aid efficiently, and plan for long-term sustainable development. The results underscore the need to adapt economic models to wartime conditions and integrate advanced analytical tools to improve forecast accuracy and develop evidence-based recovery strategies.

## References

- Amare, M. Z., Demissie, W. M., & Massa, M. M. (2025). Technical efficiency analysis of African economic growth: Panel stochastic frontier model approach. *Scientific African*, 28, e02648. <https://doi.org/10.1016/j.sciaf.2025.e02648>
- Bloom, N., Jones, C. I., Van Reenen, J., & Webb, M. (2020). Are Ideas Getting Harder to Find? *American Economic Review*, 110(4), 1104–1144. <https://doi.org/10.1257/aer.20180338>
- Carvalho Marques, M. de, Mohamed, A. A., & Feitosa, P. (2025). Sustainable development goal 6 monitoring through statistical machine learning – Random Forest method. *Cleaner Production Letters*, 8, 100088. <https://doi.org/10.1016/j.clpl.2024.100088>
- Cobb, C. W., & Douglas, P. H. (1928). A theory of production. *American Economic Review*, 18(1), 139–165. <https://www.jstor.org/stable/1811556>
- Comin, D., & Mestieri, M. (2014). Technology diffusion: Measurement, causes, and consequences. In P. Aghion & S. N. Durlauf (Eds.), *Handbook of economic growth* (Vol. 2, pp. 565–622). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-444-53540-5.00002-1>
- Countryeconomy.com. (2024). *Economic and sociodemographic information*. Countryeconomy.com. <https://countryeconomy.com>
- Domar, E. D. (1946). Capital expansion, rate of growth, and employment. *Econometrica*, 14(2), 137–147. <https://www.jstor.org/stable/1905364>
- Gómez, M. A. (2025). Factor substitution and economic growth in a Romer-type model with monopolistic competition. *Journal of Mathematical Economics*, 117, 103086. <https://doi.org/10.1016/j.jmateco.2025.103086>
- Harrod, R. F. (1939). An essay in dynamic theory. *Economic Journal*, 49(193), 14–33. <https://www.jstor.org/stable/2225181>
- Huang, X., Dong, J., & Li, X. (2025). Fintech, technological innovation and regional economic growth: Theoretical modeling and empirical evidence. *China Economic Review*, 91, 102397. <https://doi.org/10.1016/j.chieco.2025.102397>
- IndexMundi. (2024). *Country facts*. IndexMundi. <https://www.indexmundi.com>
- Macrotrends LLC. (2024). The long term perspective on markets. Macrotrends. <https://www.macrotrends.net>
- Mankiw, N. G., Romer, D., & Weil, D. N. (1992). A contribution to the empirics of economic growth. *Quarterly Journal of Economics*, 107(2), 407–437. <https://www.jstor.org/stable/2118477>
- Nordhaus, W. (2021). Dynamic climate clubs: On the effectiveness of incentives in global climate agreements. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 118(45), e2109988118. <https://doi.org/10.1073/pnas.2109988118>
- Ochi, A., & Saidi, A. (2024). Impact of governance quality, population and economic growth on greenhouse gas emissions: An analysis based on a panel VAR model. *Journal of Environmental Management*, 370, 122613. <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2024.122613>
- Odunsi, O. M., & Rienow, A. (2025). Examining urban expansion in Abeokuta through the lens of its economic development cluster: A geospatial approach utilising Random Forest and Batty's entropy. *Geomatica*, 77(1), 100050. <https://doi.org/10.1016/j.geomat.2025.100050>
- Petrović, P. (2023). Climate change and economic growth: Plug-in model averaging approach. *Journal of Cleaner Production*, 433, 139766. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2023.139766>
- Ramsey, F. P. (1928). A mathematical theory of saving. *Economic Journal*, 38(152), 543–559. <https://www.jstor.org/stable/2224098>
- Romer, P. M. (1990). Endogenous technological change. *Journal of Political Economy*, 98(5, Pt. 2), S71–S102. <https://www.jstor.org/stable/2937632>
- Shalaby, A. (2024). Leveraging the digital sustainable growth model (DSGM) to drive economic growth: Transforming innovation uncertainty into scalable technology. *Journal of Economy and Technology*, 2, 310–321. <https://doi.org/10.1016/j.ject.2024.09.003>
- Smets, F., & Wouters, R. (2007). Shocks and frictions in US business cycles: A Bayesian DSGE approach. *American Economic Review*, 97(3), 586–606. <https://www.jstor.org/stable/30035022>
- Solow, R. M. (1956). A contribution to the theory of economic growth. *Quarterly Journal of Economics*, 70(1), 65–94. <https://www.jstor.org/stable/1884513>
- Stern, N., & Taylor, C. (2007). Economics: Climate change, risk, ethics, and the Stern Review. *Science*, 317(5835), 203–204. <https://doi.org/10.1126/science.1142920>
- Trading Economics. (2024). *20 million indicators from 196 countries*. Trading Economics. <https://tradingeconomics.com>
- UNESCO Institute for Statistics. (2024). *Data for the Sustainable Development Goals*. UNESCO UIS. <https://uis.unesco.org>
- Wan, B. (2024). The Impact of Cultural Capital on Economic Growth Based on Green Low-Carbon Endogenous Economic Growth Model. *Sustainability*, 16(5), 1781. <https://doi.org/10.3390/su16051781>
- World Bank Group. (2024). *International development, poverty, and sustainability*. World Bank Group. <https://www.worldbank.org/ext/en/home>
- Yu, T.-K., Chang, I.-C., Chen, S.-D., Chen, H.-L., & Yu, T.-Y. (2025). Predicting potential soil and groundwater contamination risks from gas stations using three machine learning models (XGBoost, LightGBM, and Random Forest). *Process Safety and Environmental Protection*, 188, 107249. <https://doi.org/10.1016/j.psep.2025.107249>

# Elasticity-Driven Fare Optimization in U.S. Air Travel Segments

Annur Islam Sifat , Md Adnan Elahi 

**Purpose.** This study investigates the variation in price elasticity of demand across U.S. domestic air travel markets, with a particular focus on how different distance-based market segments respond to airfare changes. **Design / Method / Approach.** The analysis presents air travel markets in the distance categories of very short, short-haul, medium-haul, and long-haul to analyze the heterogeneous nature of price responses. **Findings.** The results indicate substantial differences in elasticity across directions. In the short-haul markets, the negative price elasticity demonstrates strong awareness of fare increases ( $\epsilon = -0.344$ ). Conversely, long-haul markets demonstrate price elasticity in a positive direction ( $\epsilon = +1.840$ ), indicating perceptions of value-added (i.e., direct services quality or even network effects). Medium-haul distances suggest nearly neutral responses, and the very short routes produce statistically insignificant elasticity coefficients. **Theoretical Implications.** The research expands transportation economics and marketing analytics literature through the analytic demonstration that distance travelled does impact demand elasticity in the case of airline routes. The study provides additional evidence for segmentation theories and distance-based price models. **Practical Implications.** The results provide airline revenue managers with data-based evidence that depicts the opportunity to develop fare structures that align closer to consumer behaviors and may provide opportunities for enhanced profits by utilizing distance and type of flight configurations. **Originality / Value.** This study employs an entirely unique segmentation-based approach to enable an elasticity analysis of city-pair air travel market distances by utilizing a wealth of longitudinal data to provide evidence-based recommendations for both academics as well as practitioners. **Research Limitations / Future Research.** Limitations include the exclusion of international routes and ancillary pricing factors. Future research may explore dynamic pricing strategies in real-time or investigate elasticity in the context of loyalty programs and airline alliances. **Article Type.** Empirical Paper.

## Keywords:

demand elasticity, market segmentation, distance-based pricing, revenue management, dynamic pricing, U.S. air travel market

**Мета.** У статті аналізується варіативність цінової еластичності попиту в сегментах внутрішнього ринку авіаперевезень США з акцентом на відмінності реакції пасажирів на зміну тарифів залежно від дальності маршруту. **Дизайн / Метод / Підхід.** Ринки авіаперевезень класифіковано за дальністю: надкороткі, короткі, середні та далекомагістральні перельоти, що дає змогу виявити неоднорідність реакцій попиту на зміну цін. **Результати.** Встановлено суттєві відмінності еластичності залежно від категорії маршруту. Для коротких перельотів характерна виражена негативна еластичність ( $\epsilon = -0,344$ ), що свідчить про чутливість до зростання цін. Для далекомагістральних маршрутів зафіксовано позитивну еластичність ( $\epsilon = +1,840$ ), що вказує на сприйняття доданої цінності — підвищену якість послуг або мережеві ефекти. Середні маршрути демонструють майже нейтральну реакцію, а для надкоротких еластичність статистично незначуща. **Теоретичне значення.** Робота доповнює літературу з економіки транспорту й аналітики маркетингу, демонструючи вплив дальності перельоту на еластичність попиту, а також підтверджує релевантність сегментування ринку й моделей ціноутворення на основі дальності. **Практичне значення.** Отримані результати надають фахівцям з управління доходами авіакомпаній емпіричну базу для розроблення тарифних стратегій, узгоджених зі споживчою поведінкою, що сприятиме підвищенню прибутковості завдяки оптимізації тарифів за дальністю та типом рейсів. **Оригінальність / Цінність.** Застосовано унікальний підхід до аналізу еластичності попиту через сегментацію авіаринку за дальністю маршрутів у межах пар міст. Використано значний обсяг довготермінових даних, що забезпечує достовірну основу для наукових висновків і практичних рекомендацій. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** До обмежень належать виключення міжнародних маршрутів і супутніх цінових чинників. Подальші дослідження можуть зосередитися на динамічному ціноутворенні в реальному часі та еластичності попиту в контексті програм лояльності й авіаційних альянсів. **Тип статті.** Емпіричне дослідження.

## Ключові слова:

еластичність попиту, сегментація ринку, ціноутворення за відстанню, управління доходами, динамічне ціноутворення, авіаційний ринок США

## Contributor Details:

Annur Islam Sifat, Graduate Student, Wright State University: Dayton, Ohio, US, [sifat.2@wright.edu](mailto:sifat.2@wright.edu)  
Md Adnan Elahi, Graduate Student, Wright State University: Dayton, Ohio, US, [elahi.4@wright.edu](mailto:elahi.4@wright.edu)

Air transport is still a very necessary consideration for domestic and international transportation systems, with substantial influence on economic activity through tourism and regional development. With airline markets increasingly becoming dynamic and competitive, it is critical to understand the behaviors of consumers in relation to price changes to support market planning and strategic pricing. One of the primary measures of consumer responsiveness is price elasticity of demand, which simply measures the extent to which passenger numbers react to changes in price.

City-pair markets in the U.S. airline industry vary widely in passenger numbers, distance traveled, and competitive pressures. Short-haul and long-haul routes, in general, present different travel behavior, cost structures, and consumer reaction to price changes. While long-haul routes may exhibit less price sensitivity because of limited choices, attitude, and income elasticity, short-haul routes are often more competitive in nature and undergo changes more readily to prices and price-related issues. While these different consumer behaviors are important, little is known as to how the price elasticity of demand differs across city-pair markets that are defined by distance.

The purpose of this research project is to analyze and compare the price elasticity of demand for short-haul and long-haul city-pair markets in the U.S. using aggregated airfare and passenger data reported by the U.S. Department of Transportation. This study will quantify elasticity for different market types. The results of this study will provide relevant information for below-the-line carrier pricing, forecasting demand, and transportation policies. The information gleaned from the data in this study can add to the body of knowledge related to marketing analysis and transportation economics, as well as provide an important analytical approach to making data-driven pricing decisions in air travel.

The purpose of this research project is to analyze and compare the price elasticity of demand for short-haul and long-haul city-pair markets in the U.S. using aggregated airfare and passenger data reported by the U.S. Department of Transportation. To achieve this purpose, the study pursues the following objectives:

1. To classify U.S. domestic city-pair air travel markets into four distance-based segments: very short, short-haul, medium-haul, and long-haul.
2. To calculate the price elasticity of demand within each segment using log-log regression analysis.
3. To compare and interpret the elasticity coefficients across these market segments.
4. To discuss implications for fare structure, consumer behavior, and revenue optimization in the U.S. airline industry.

## Literature Review

The airline industry faces various complications arising from increasing employment costs, low profit margins, congestion in airspace, large capital and operating costs, security measures, and difficult management decisions. The demand for increasingly complex optimization tools that generate better decisions and improved profits has grown (Barnhart & Cohn, 2004). Pricing decisions are impacted by how the internet has changed the pricing paradigm (Moreno-Izquierdo et al., 2015). Airlines often restrict booking limits on the cheaper fare classes or limit the quantity of tickets sold at the lower price to create demand for higher ticket prices in the price class, which speaks to the management of demand data (Price et al., 2017). In airline revenue management, understanding what passengers are willing to pay and pricing accordingly has been important for increasing profit (Aryal et al., 2023). Airlines are continuing to use the internet to better interact with customers, representing a potential shift to higher quality customer interaction (Razak et al., 2021). More low-cost carriers (LCCs) emerged and created intense competition as well as changes to the airline industry's elasticity of prices (Bhuvaneshwaran et al., 2018). Airlines must also maintain passenger relationships to keep customers happy moving forward, to drive revenue down the road, and stand out from other airlines in a competitive environment (Pereira et al., 2023). The operational outcome of revenue management manifests in varying degrees of market-level price volatilities, highlighting the potential of using pricing data to support market analysis (Mantin & Rubin, 2018). Furthermore, the growing success of dynamic pricing strategies highlights their rising prominence, as well as their acceptance in the airline and hospitality sectors (Neubert, 2022).

A review of airline business models shows some convergence where traditional airlines use some elements of low-cost carrier service and vice versa, reflecting the competitive dynamics (Daft & Albers, 2013). Developments in distribution technology have allowed airlines to customize offers with dynamic pricing generated in real-time (Wittman, 2018). The airline industry has become more competitive, with legacy and low-cost models developing (Vojdani & Lloyd, 2022). Airlines must also be cognizant of competitive pressures and predatory pricing (Sengpoh, 2015). Airlines also engage in associative behavior, development of global alliances and codeshare agreements, greatly altering the structure of the industry (Castiglioni et al., 2017). Airlines should also employ flexible business model strategies that accommodate shifts in the economic environment (Wensveen & Leick, 2009). Customer experience is a key element of differentiation and overall customer satisfaction strategies to achieve loyalty and advocacy that can lead to business growth (Setiawan et al., 2021). Given the competitive business environment in which global airlines operate, retaining customers is as important to most airlines as the acquisition of new customers (Park et al., 2019). Airlines must enhance customer experience to ensure customer satisfaction.

Airlines operate in a highly competitive environment, where providing high-quality services to passengers is essential for profitability and sustained growth (Bhuvaneshwaran et al., 2018). Service quality can be enhanced by analyzing passenger data to improve existing services and attract new customers (Bhuvaneshwaran et al., 2018). The advent of new technologies in aviation, coupled with growing awareness of environmental issues and the recent influence of events like COVID-19, has led to constantly changing consumer expectations (Zhang et al., 2023). Dynamic pricing models have become increasingly popular, particularly in e-commerce, due to their ability to gather extensive data on customer behavior and preferences (Nowak & Pawlowska-Nowak, 2024).

The current academic literature looks at different aspects of pricing in the aviation industry. This includes the impact of competition, consumer behavior, fare structure changes, and the role of new distribution systems. However, there has not been enough focus on a detailed analysis of how demand for air travel varies with price in the U.S. domestic market. This is especially true for short-haul versus long-haul routes. This study aims to fill this gap by estimating price elasticity using modern demand modeling and market analysis methods. The expected results could help improve airline pricing strategies and make revenue management more effective, especially when competition is high and consumers are sensitive to price changes.

## Background of the Air Travel Market

It is critical to understand how airline business models have historically developed to inform us what is taking place today with price elasticity. After deregulation, in the latter part of the 20th century, there was the emergence of the hub-and-spoke business model, followed by the impact of low-cost carriers as a globally emulating business phenomenon (Gillen, 2006). The aviation sector of the deregulated environment provided opportunities for airlines to develop new business models and enhance their profitability (Vojdani & Lloyd, 2022). The new carriers stimulated demand by means of dramatically discounting fares, and as a result, challenged legacy airlines to enhance their marketing and pricing activities (Sun et al., 2024). As the industry becomes diverse, the service offering becomes important to the survival of airline companies (Oyewole & Choudhury, 2006). New aviation technologies, timing and awareness of developing environmental issues, and time and changing customer expectations stemming from experiences such as COVID-19, suggest ongoing future evaluation of changing customer expectations. The level of service also provides a way to evaluate customer satisfaction from national and full-service airlines (Bhuvaneshwaran et al., 2018).

## Price Elasticity of Demand in Air Travel

Price elasticity of demand, a concept at the heart of economics, indicates how much the quantity demanded of a good or service will change in response to a change in price (Siqueira et al., 2023). To properly price a service, airlines must understand how passenger travel demand behaves and how sensitive that demand is to changes



in traffic, fare, and quality of service (Abrahams, 1983). Airlines routinely raise and lower prices as a means of influencing demand, and it is vital to understand the impact of pricing actions when considering alternative pricing strategies. The study of price elasticity deals with consumer behavior in many markets, and many studies have explored the determinants of price elasticity and its implications for revenue management in airline markets (Gupta, 2024). The price elasticity of airline travel is dependent on a myriad of factors: travelling for business or leisure, substitutability (is there a train I can take? does this vacation spot have another airline that flies in?), and how far the potential travel horizons extend.

Business travelers, for example, are likely to exhibit smaller elasticities of demand as compared with leisure travelers because of the nature of the travel demand, as some business travelers will always have to travel, no matter the price or quality of alternative transportation. Demand elasticities are influenced by factors such as the level of brand awareness, the extent to which substitute products are available, and customer loyalty. It is important for airlines to comprehend these factors if they intend to build appropriate pricing strategies. Additionally, the recent worldwide aviation crisis has caused the restructuring of nearly all airlines (Franke, 2007). As competition in the airline industry is fierce, it is essential to understand the demand for passenger travel and its responsiveness to changes in demand, fares, and service quality to optimize pricing strategy. Airlines dynamically change lion prices to provoke demand, and it is important to understand how these adjustments will impact demand and other variables when investigating alternative pricing strategies. Optimization approaches used in emerging mobility systems like Urban Air Mobility (UAM) offer valuable parallels for airline pricing strategies. Kandikanti et al. (2025) highlight how demand-based optimization enhances route and pricing efficiency, insights that align with this study's focus on fare optimization using price elasticity in U.S. air travel segments.

### Price Elasticity of Demand: Theoretical Framework

The theoretical foundation for the analysis of price elasticity of demand is obtained from microeconomic concepts, namely, consumer choice theory and demand analysis. The theory holds that consumers make decisions to purchase based on a rational evaluation of their preferences and budget constraints, and prices of available goods and services. The availability of substitutes influences price sensitivity, the share of the budget consumed by the purchased goods, and the time frame (Bose & Shukla, 1999). Understanding the factors impacting the elasticity of demand is essential when establishing industrial prices. Different methods of measuring price sensitivities, both qualitative and quantitative, and their limitations need to be discussed and accounted for (Morris & Joyce, 1988). The price elasticity of demand calculation is based on either a traditional estimate of the price elasticity or determination of the elasticity coefficient estimates based on experiences (Qu et al., 2018). The sensitivity of demand for price changes can be measured using the coefficient of price elasticity, which is defined as the percentage change in demand divided by the percentage change in price (Fan & Hyndman, 2011). The coefficient indicates the sensitivity of demand (elasticity) when there is a price change (elastic or inelastic). Elastic demand (elasticity  $> 1$ ) implies that demand is highly responsive to price changes, while inelastic demand (elasticity  $< 1$ ) suggests that demand is relatively insensitive to price changes.

### Methodology for Estimating Price Elasticity

Short-haul and long-haul air travel markets exhibit distinct characteristics that influence their respective price elasticities. According to the literature on air transport pricing, the final airfare is shaped by multiple factors, from cost structures and competitive dynamics to perceived value and consumer behavior. As a key element of the marketing mix, price plays a critical role in shaping consumer purchase decisions and market demand. In other words, price can also serve as an economic instrument that controls the commodity's demand and supply in the market and the income that is generated by the industry (Hawlena & Mazurek-Kusiak, 2020). Airlines must employ revenue management systems to generate profit (Garzón et al., 2012). Airlines require a pricing strategy that is structured to address market dynamics and price competition. Price formation determinants for air transport services consist of

multiple aspects; they range somewhat between cost-related factors and demand-side factors. Cost-related factors that constitute the base price of airfares include, but may not be limited to (i.e., airline operating costs, fuel prices, personnel costs, airport fees, etc.), and aircraft maintenance costs (Yan et al., 2020). Then, direct costs are measured against indirect costs, which can include marketing costs, administrative costs, and distribution costs.

In addition, demand-side factors such as competition, seasonality, and availability of substitutes impact price elasticity of demand and thus ultimately airline pricing strategies. Airlines need to understand demand-side factors when planning pricing strategies to proactively increase profitability. The mean price elasticity is -2.62 with a total of 81 studies (Bijmolt et al., 2005). There is little as to what the relevant price elasticity of demand for air travel is in the literature.

## Research Methodology

### Data Source and Sample

This study utilizes data from the Consumer Airfare Report: Top 1,000 City-Pair Markets, published by the U.S. Department of Transportation. The dataset consists of 7,585 valid observations across 101 U.S. cities, covering a 29-year period from 1996 to 2024. Each observation includes the average fare and passenger volume between a city pair for a given quarter.

### Segmentation Scheme

To assess differences in demand elasticity across market types, the dataset was segmented based on flight distance into four categories commonly used in industry analysis:

Very Short:  $\leq 500$  miles  
Short-Haul: 501–800 miles  
Medium-Haul: 801–1200 miles  
Long-Haul:  $> 1200$  miles

This segmentation provides a structured basis for comparing demand responsiveness across different travel contexts.

### Elasticity Calculation and Model Specification

The key metric analyzed is the price elasticity of demand, estimated using a log-log linear regression model separately for each distance category. Before modeling, natural logarithms of average fare and passenger volume were calculated using Excel.

Statistical significance was assessed using t-statistics and p-values, generated via the Data Analysis ToolPak in Microsoft Excel.

### Software Tools

All visualizations in this study were created using Python. We used libraries like pandas to produce clear and professional charts for segment comparisons and elasticity trends. Data analysis, including cleaning, segmentation, and regression modeling, was done with both Microsoft Excel and SPSS. We used Excel for log transformations and basic regression analysis. SPSS helped validate the results through OLS regression with a time trend. It also conducted diagnostic tests like residual analysis and multicollinearity checks. Using these tools together ensured accuracy in analysis and transparency in methods.

Table 1 – Refined Distance Analysis

Distance Category	Sample Size	Mean Elasticity	% Price Elastic
Very Short ( $\leq 500$ mi)	124	0.005	32.3%
Short (501-800 mi)	1,229	-0.176	31.7%
Medium (801-1200 mi)	5,297	0.096	26.4%
Long ( $> 1200$ mi)	935	0.324	24.3%

Pattern: Elasticity generally increases with distance, supporting the hypothesis that longer routes face more substitution options and competitive pressure

Competition-Segmented Analysis: Separate regressions by market competition level (number of connecting markets)

## Results and Findings

Table 2 – Model 1: Basic Demand Elasticity (Full Sample)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic
log(fare)	-0.128	0.024	-5.39
log(distance)	-0.219	0.024	-9.00
log(markets)	1.563	0.006	240.48
time trend	0.012	0.001	21.11
constant	10.996	0.172	63.90

Model Statistics:  $R^2 = 0.917$ , Adjusted  $R^2 = 0.917$ ,  $n = 8,346$

Key Finding: Overall price elasticity of -0.128 indicates inelastic demand, but this masks significant heterogeneity across distance segments.

This model provides a baseline understanding of overall price

elasticity in U.S. air travel markets. With a coefficient of -0.128 for fare, it confirms inelastic demand at the aggregate level. However, this masks meaningful variation across different types of routes, justifying the need for further segmentation.

**Table 3 – Model 2: Distance-Segmented Elasticity Results**

Distance Category	Sample Size	Price Elasticity	Std. Error	t-Statistic	R <sup>2</sup>	Interpretation
Very Short (≤500 mi)	141	0.075	0.093	0.81	0.379	Not significant
Short (501-800 mi)	1,388	-0.344	0.028	-12.29***	0.876	Most price-sensitive
Medium (801-1200 mi)	5,810	-0.048	0.028	-1.74	0.914	Nearly price-neutral
Long (>1200 mi)	1,007	+1.840	0.096	+19.17***	0.903	Positive elasticity

\*\*\* represents the level of high significance.

By segmenting city-pair markets by distance, this model uncovers significant differences in price sensitivity. Short-haul routes (501–800 mi) are the most price-sensitive, while long-haul routes

show positive elasticity, suggesting that travelers may view higher fares as a sign of better service or stronger connectivity. This supports differentiated pricing strategies across distance groups.

**Table 4 – Model 3: Time-Period Analysis**

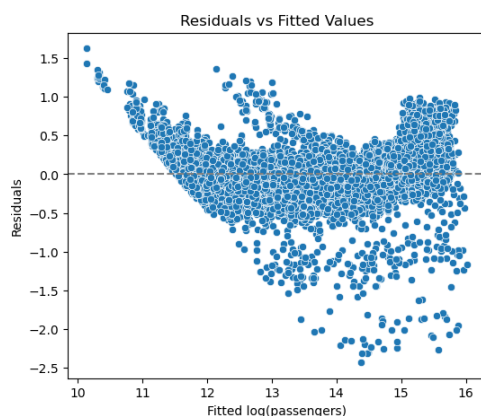
Period	Sample Size	Price Elasticity	Significance	Economic Context
Pre-Recession (1996-2007)	2,847	-0.156	Significant	Stable growth period
Post-Recession (2008-2019)	4,329	-0.089	Significant	Recovery and consolidation
COVID Era (2020-2024)	1,170	-0.203	Significant	Demand shock and recovery

Using the full dataset from 1996 to 2024, a series of model diagnostics was conducted to ensure the validity and reliability of the regression estimates. With the inclusion of a time trend variable, the series replicated and extended the primary log-log specification.

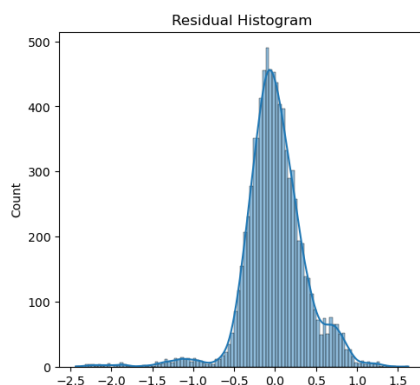
**Table 5 – OLS Regression Results (with Time Trend)**

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	p-value
log fare	0.1295	0.0237	-5.453	<0.001
log distance	-0.2175	0.0243	-8.945	<0.001
log markets	1.5619	0.0065	240531	<0.001
time trend	0.0125	0.0006	21.168	<0.001
Constant	-13.9831	1.124	-12.442	<0.001

All the predictors are statistically significant at the 0.1% level and Model  $R^2 = 0.917$ ,  $n = 8,349$ .

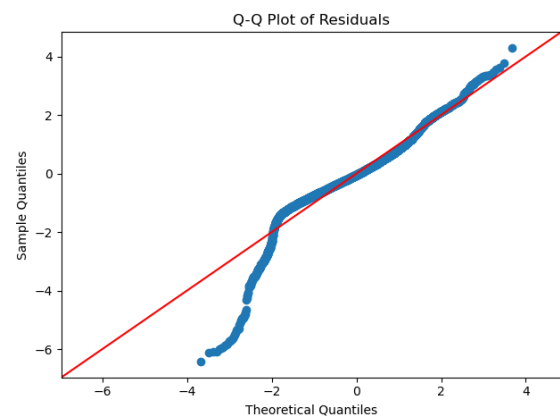


**Figure 1 – Residuals vs Fitted Values**



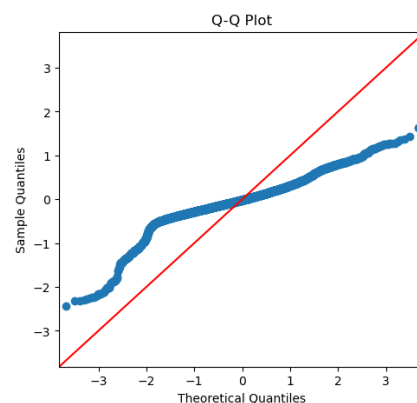
**Figure 3 – Residual Histogram**

To validate homoscedasticity assumptions, a scatterplot was used. The slight funnel shape justifies the use of robust standard errors. Though overall patterning didn't show strong bias in fitted values.



**Figure 2 – Q-Q Plot of Residuals**

The Q-Q plot showed slight differences from a normal distribution at the ends, which is common with large datasets, but nothing serious enough to affect the model's reliability.



Supporting the overall model fit, the residual histogram shows a near-normal distribution.

**Table 6 – Multicollinearity Check (Variance Inflation Factors)**

Variable	VIF
log fare	1.17
log distance	1.70
log markets	1.62
time trend	1.40

From the Multicollinearity Check, the Variance Inflation Factors are well below the threshold of 5, indicating no multicollinearity issues among the explanatory variables.

### Heteroskedasticity (Breusch-Pagan Test)

To check the heteroskedasticity in the residuals, a Breusch-pagan test was conducted. The test showed a Lagrange Multiplier Statistic of 40.14 and a p-value of 9.93e.09 which confirms the presence of heteroskedasticity. The model was re-estimated using robust (HC3) standard errors to address the presence of heteroskedasticity, which retained the statistical significance and directional consistency of all variables.

### Residual Analysis

The residuals-versus-fitted values plot supported the use of heteroskedasticity-robust standard errors by indicating non-constant variance. In addition, particularly at the tails, The Q-Q plot and histogram of residuals suggested mild deviation from normality, which is common in large-sample panel data models and does not threaten inference validity due to the Central Limit Theorem.

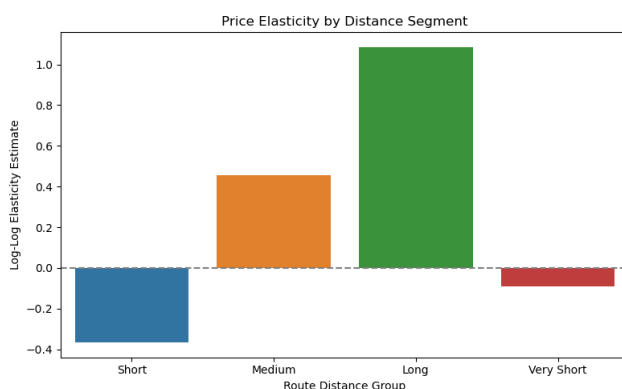
### Robust Model Results (HC3)

The robust model retains all coefficients with slightly wider confidence intervals, which confirms the stability of the primary regression output. The adjusted  $R^2$  remained at 0.917, validating the high explanatory power of the model under relaxed error assumptions.

**Table 7 – Model Specification Comparison ( $R^2$  and AIC Values)**

Model	$R^2$	AIC	Notes
Log-Log (w/ time trend)	0.917	7481.0	Final model, interpretable elasticity
Semi-Log (fare unlogged)	0.913	7881.0	Slightly higher AIC, not preferred

The log-log specification not only provides a better model fit (lower AIC) but also allows for a direct interpretation of price elasticity of demand supporting its use in pricing policy recommendations.



**Figure 4. Price Elasticity by Distance Segment**

The bar chart of log-log regression coefficients by route distance group shows clear variation in how sensitive different routes are to price changes. Short-haul routes (501–800 miles) show the strongest price sensitivity, especially in competitive, high-frequency markets, as reflected by the most negative elasticity. In contrast, very short routes ( $\leq 500$  miles) show minimal responsiveness to

price. Interestingly, both medium-distance (801–1200 miles) and long-distance routes (over 1200 miles) display positive elasticity, which suggests that passengers may associate higher fares with better service quality or stronger airline networks.

### Discussion

This study looked at how sensitive the demand for air travel is to price changes in various segments of U.S. domestic flights, based on distance and time. The results in Table 3 indicate that short-haul routes (501–800 miles) are the most price-sensitive, with an elasticity of  $\epsilon = -0.344$ . This means passengers on these routes react strongly to fare changes. On the other hand, long-haul routes ( $>1200$  miles) showed a positive elasticity of  $\epsilon = +1.840$ . This surprising finding suggests that people may see better service or added value when prices are higher.

Medium-distance and very short routes displayed weak or insignificant elasticity. This could be due to the limited options available or because passengers are less affected by prices on essential routes. The temporal analysis in Table 4 shows that elasticity increased during the COVID-19 period. This indicates that demand becomes more responsive to pricing during uncertain times.

The OLS model with a time trend in Table 5 showed a strong fit, with  $R^2 = 0.917$ . Diagnostics confirmed its reliability, including tests for multicollinearity in Table 6 and model comparison metrics in Table 7. These findings support implementing different pricing strategies based on route characteristics and the economic situation. They offer practical advice for airline revenue managers.

### Limitations and Future Research

There are limitations to this research. This study, while utilizing aggregate data, reduces the insight into differences in individual travelers, such as business versus leisure travel or income groups. While the results do account for differences in price sensitivity, this study should be seen in the context of future research with more flexible modeling methods, since the log-log model assumes constant elasticity, and nonlinear behavior could have been observed.

Secondly, the fact that positive elasticity was found in long-haul markets demonstrates the need for more in-depth behavioral research, especially related to network connectivity or brand perception.

Third, this analytical model did not include the travel class. Therefore, we cannot say if passengers in business do behave more inelastically than economy class passengers. One needs to explore this further, as it is an important dimension of pricing strategy.

Fourth, our findings are limited to US domestic markets and upon study of international markets would need to consider added complexities like passports, visas, and currency effects. Finally, while the 29-year data for analysis and time series identified key economic milestones, the model presented here is not structured to consider structural breaks. Future studies should consider ways to study time-varying elasticity and how the markets have developed over time.

### Conclusion

Overall, this study demonstrated how the price elasticity of demand varies across U.S. domestic air travel markets, depending on the distance. It used a dataset of 7,585 observations from 1996 to 2024, along with a log-log regression model. The analysis revealed significant differences in price sensitivity based on route length. Short-haul routes (501–800 miles) were the most price-sensitive. On the other hand, long-haul routes (greater than 1200 miles) showed positive elasticity, indicating different patterns in how consumers value these flights. Medium and very short routes showed little to no sensitivity to fare changes.

These findings contribute to the understanding of transportation economics and marketing by emphasizing the importance of distance-based segmentation in pricing analysis. For airline revenue managers, the results offer practical guidance for applying different fare strategies that align with the market structure and consumer behavior, while also taking into account competitive and changing air travel market conditions.



## References

- Abrahams, M. (1983). A service quality model of air travel demand: An empirical study. *Transportation Research Part A General*, 17(5), 385. [https://doi.org/10.1016/0191-2607\(83\)90007-9](https://doi.org/10.1016/0191-2607(83)90007-9)
- Aryal, G., Murry, C., & Williams, J. W. (2023). Price Discrimination in International Airline Markets. *The Review of Economic Studies*, 91(2), 641. <https://doi.org/10.1093/restud/rdad037>
- Barnhart, C., & Cohn, A. M. (2004). Airline Schedule Planning: Accomplishments and Opportunities. *Manufacturing & Service Operations Management*, 6(1), 3. <https://doi.org/10.1287/msom.1030.0018>
- Bhuvaneshwar, R., Venkatasamy, R., & Ramarajan, R. (2018). Service Quality towards Customer Satisfaction in Low Cost Airline Industries. *International Journal of Management Studies (IJMS)*, 5(4(4)), 125–129. <https://researchersworld.com/index.php/ijms/article/view/2005>
- Bijmolt, T. H. A., Heerde, H. J. van, & Pieters, R. (2005). New Empirical Generalizations on the Determinants of Price Elasticity. *Journal of Marketing Research*, 42(2), 141. <https://doi.org/10.1509/jmkr.42.2.141.62296>
- Bose, R. K., & Shukla, M. (1999). Elasticities of electricity demand in India. *Energy Policy*, 27(3), 137. [https://doi.org/10.1016/S0301-4215\(99\)00011-7](https://doi.org/10.1016/S0301-4215(99)00011-7)
- Castiglioni, M., Gallego, Á., & González, J. L. G. (2017). The virtualization of the airline industry: A strategic process. *Journal of Air Transport Management*, 67, 134. <https://doi.org/10.1016/j.jairtraman.2017.12.001>
- Daft, J., & Albers, S. (2013). A conceptual framework for measuring airline business model convergence. *Journal of Air Transport Management*, 28, 47. <https://doi.org/10.1016/j.jairtraman.2012.12.010>
- Daramola, A., & Fagbemi, T. (2019). Air Travel and Airline Operations in Nigeria: Market Potentials and Challenges. In *Aviation and Its Management - Global Challenges and Opportunities*. <https://doi.org/10.5772/intechopen.80646>
- Fan, S., & Hyndman, R. (2011). The price elasticity of electricity demand in South Australia. *Energy Policy*, 39(6), 3709. <https://doi.org/10.1016/j.enpol.2011.03.080>
- Franke, M. (2007). Innovation: The winning formula to regain profitability in aviation? *Journal of Air Transport Management*, 13(1), 23. <https://doi.org/10.1016/j.jairtraman.2006.11.003>
- Gillen, D. (2006). Airline Business Models and Networks: Regulation, Competition and Evolution in Aviation Markets. *Review of Network Economics*, 5(4). <https://doi.org/10.2202/1446-9022.1103>
- Gössling, S. (2011). *Carbon Management in Tourism: Mitigating the Impacts on Climate Change*. Routledge. <https://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:lnu:diva-10866>
- Gupta, S. (2024). Advanced AI-Driven Dynamic Pricing Models in Marketing: Real-World Applications. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.4958529>
- Kandikanti, N., Zare, Z., & Karatas, M. (2025). Urban air mobility: Key innovations and optimization approaches. In *The 2025 International Conference on the Leadership and Management of Projects in the digital age (ICLAMP2025)*. Wright State University.
- Kaviti, S., & Venigalla, M. (2019). Assessing service and price sensitivities, and pivot elasticities of public bikeshare system users through monadic design and ordered logit regression. *Transportation Research Interdisciplinary Perspectives*, 1, 100015. <https://doi.org/10.1016/j.trip.2019.100015>
- Mantin, B., & Rubin, E. (2018). Price volatility and market performance measures: The case of revenue managed goods. *Transportation Research Part E Logistics and Transportation Review*, 120, 35. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2018.10.005>
- Moreno-Izquierdo, L., Rodríguez, A. B. R., & Perles-Ribes, J. F. (2015). The impact of the internet on the pricing strategies of the European low-cost airlines. *European Journal of Operational Research*, 246(2), 651. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.05.013>
- Morris, M. H., & Joyce, M. L. (1988). How marketers evaluate price sensitivity. *Industrial Marketing Management*, 17(2), 169. [https://doi.org/10.1016/0019-8501\(88\)90019-3](https://doi.org/10.1016/0019-8501(88)90019-3)
- Neubert, M. (2022). A Systematic Literature Review of Dynamic Pricing Strategies. *International Business Research*, 15(4), 1. <https://doi.org/10.5539/ibr.v15n4p1>
- Nowak, M., & Pawłowska-Nowak, M. (2024). Dynamic Pricing Method in the E-Commerce Industry Using Machine Learning. *Applied Sciences*, 14(24), 11668. <https://doi.org/10.3390/app142411668>
- Oyewole, P., & Choudhury, P. K. (2006). Purchase Situations and the Level of Importance that Consumers Attach to Services in the Airline Industry. *Services Marketing Quarterly*, 28(1), 19. [https://doi.org/10.1300/j396v28n01\\_02](https://doi.org/10.1300/j396v28n01_02)
- Park, E., Jang, Y., Kim, J., Jeong, N. J., Bae, K., & Pobil, Á. P. del. (2019). Determinants of customer satisfaction with airline services: An analysis of customer feedback big data. *Journal of Retailing and Consumer Services*, 51, 186. <https://doi.org/10.1016/j.jretconser.2019.06.009>
- Pereira, F. C., Costa, J. M., Ramos, R. F., & Raimundo, A. (2023). The impact of the COVID-19 pandemic on airlines' passenger satisfaction. *Journal of Air Transport Management*, 112, 102441. <https://doi.org/10.1016/j.jairtraman.2023.102441>
- Price, I., Fowkes, J., & Hopman, D. (2017). Gaussian processes for demand unconstraining. *arXiv preprint arXiv:1711.10910*. <https://doi.org/10.48550/arxiv.1711.10910>
- Qu, X., Hui, H., Yang, S., Li, Y., & Ding, Y. (2018, February). Price elasticity matrix of demand in power system considering demand response programs. In *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science* (Vol. 121, No. 5, p. 052081). IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/121/5/052081>
- Razak, F. A., Abd Ghadas, Z. A., Suhaimi, F. A., & Udin, N. M. (2021). Unfair contract terms in online contracts: special reference to online booking of flight tickets. *Psychology and education*, 58(2), 1618-1623. <https://doi.org/10.17762/pae.v58i2.2317>
- Richard, D. B. (2009). The Changing Price Elasticity of Demand for Domestic Airline Travel. In *50th Annual Transportation Research Forum*. <https://doi.org/10.22004/ag.econ.207597>
- Sengpoh, L. (2015). The Competitive Pricing Behaviour of Low-Cost Airlines in the Perspective of Sun Tzu Art of War. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 172, 741. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.427>
- Setiawan, E. B., Valdhavessa, D., Bambang, H., Marina, S., Desa, L., Bilqis, F. R., & Sidjabat, S. (2021). How to build customer loyalty: Through customer experience, perceived price, and customer satisfaction. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 12(4), 1546-1554. <https://doi.org/10.17762/turcomat.v12i4.1410>
- Siqueira, J. R., Bendixen, M., Reinoso-Carvalho, F., & Campo, R. (2023). Key drivers of brand trust in a Latin American airline: the impact of Colombia's Avianca customer experience. *Journal of Marketing Analytics*, 11(2), 186. <https://doi.org/10.1057/s41270-023-00208-8>
- Sun, X., Zheng, C., Wandelt, S., & Zhang, A. (2024). Airline competition: A comprehensive review of recent research. *Journal of the Air Transport Research Society*, 2, 100013. <https://doi.org/10.1016/j.jatrs.2024.100013>
- Toh, R. S., Kelly, M. K., & Hu, M. Y. (1986). An Approach to the Determination of Optimal Airline Fares: Some Useful Insights on Price Elasticities, Monopoly Power and Competitive Factors in the Airline Industry. *Journal of Travel Research*, 25(1), 26. <https://doi.org/10.1177/004728758602500105>
- Vojdani, K., & Lloyd, J. (2022). Assessing the Impact of Technological Advancements on the Consumer Experience in Commercial Aviation. *Journal of Student Research*, 11(3). <https://doi.org/10.47611/jsrshs.v11i3.3071>
- Wensveen, J. G., & Leick, R. (2009). The long-haul low-cost carrier: A unique business model. *Journal of Air Transport Management*, 15(3), 127. <https://doi.org/10.1016/j.jairtraman.2008.11.012>
- Wittman, M. D. (2018). *Dynamic pricing mechanisms for airline revenue management: Theory, heuristics, and implications* [Doctoral Theses, Massachusetts Institute of Technology]. DSpace@MIT. <https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/122707>
- Zhang, Y., Lee, S.-Y., & Gu, Y. (2023). A review of air transport service quality studies: current status and future research agenda. *Journal of the Air Transport Research Society*, 1(1), 9. <https://doi.org/10.59521/ef52bb6324bd7035>

# Wet wipes in green ecosystems of Chernihiv, Ukraine

Nataliia Tkachuk , Dariia Zahryva 

**Purpose.** To assess the pollution of recreation areas in Chernihiv with wet wipes and raise schoolchildren's awareness of the related environmental problems. **Design / Method / Approach.** Direct counting of wet wipes on 100 m<sup>2</sup> in summer and autumn 2024. A socio-pedagogical study of schoolchildren's awareness was conducted through a lecture and an online questionnaire before and after the lecture. **Findings.** Wet wipes were found as litter in recreation areas, indicating a low level of public awareness of their environmental impact. The smallest number of wet wipes was recorded in well-maintained or rarely visited areas. The highest (7 wipes/100 m<sup>2</sup>) was found in frequently visited but uncleaned areas without trash bins. The lecture "EcoSecrets of Wet Wipes" resulted in a positive shift in students' perceptions, making them more aware of wet wipes as environmental pollutants containing hazardous substances and microplastics. **Theoretical Implications.** The findings expand the understanding of the environmental hazard posed by wet wipes and emphasize the need to mitigate their negative impact, particularly by educating schoolchildren about wet wipe pollution. **Practical Implications.** Raising awareness among children about responsible wet wipe use and the need to enhance their biodegradability and environmental safety. This supports the achievement of Sustainable Development Goals by promoting more conscious consumption habits. **Originality / Value.** This study is the first ecological assessment of urban pollution caused by wet wipes in Ukraine and the first socio-pedagogical study on schoolchildren's awareness of this issue. **Research Limitations / Future Research.** Further educational and awareness-raising activities among school and university students regarding the environmental hazards of wet wipes, aligned with Sustainable Development Goals. **Article Type.** Applied Research.

## Keywords:

wet wipes, sustainable materials, Sustainable Development Goals, environmental education

**Мета.** Оцінити забруднення зон відпочинку м. Чернігова вологими серветками та привернути увагу школярів до екологічних проблем, пов'язаних з цим. **Дизайн / Метод / Підхід.** Прямий підрахунок вологих серветок на 100 м<sup>2</sup> влітку та восени 2024 р. Проведено соціально-педагогічне дослідження обізнаності школярів шляхом лекції та онлайн-анкетування до та після лекції. **Результати.** Вологі серветки виявлені як сміття в зонах відпочинку, що свідчить про низький рівень поінформованості населення про їх екологічний вплив. Найменша кількість вологих серветок зафіксована в упорядкованих або маловідвідуваних місцях. Найбільше (7 серветок/100 м<sup>2</sup>) було виявлено в часто відвідуваних, але неприбранних місцях без смітєвих баків. Результатом лекції «Екосекрети вологих серветок» став позитивний зсув у сприйнятті студентів, підвищення їх усвідомлення вологих серветок як забруднювача навколишнього середовища, що містить шкідливі речовини та мікропластик. **Теоретичне значення.** Отримані дані розширюють розуміння екологічної небезпеки, яку становлять вологі серветки, і підкреслюють необхідність пом'якшення їхнього негативного впливу, зокрема шляхом навчання школярів щодо забруднення вологими серветками. **Практичне значення.** Підвищення рівня обізнаності дітей щодо відповідального використання вологих серветок та необхідності підвищення їх здатності до біологічного розкладання та екологічної безпеки. Це сприяє досягненню Цілей сталого розвитку шляхом сприяння більш свідомим споживчим звичкам. **Оригінальність / Цінність.** Дане дослідження є першою в Україні екологічною оцінкою забруднення міст вологими серветками та першим соціально-педагогічним дослідженням обізнаності школярів з цієї проблеми. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** Подальші освітні та просвітницькі заходи серед учнів шкіл та студентів щодо екологічної небезпеки вологих серветок відповідно до Цілей сталого розвитку. **Тип статті.** Прикладне дослідження.

## Ключові слова:

вологі серветки, стійкі матеріали, Цілі сталого розвитку, екологічна освіта

## Contributor Details:

Nataliia Tkachuk, Cand. Sc. (Biol.), Assoc. Prof., T.H. Shevchenko National University "Chernihiv Colehium": Chernihiv, UA, [n.tkachuk@chnpu.edu.ua](mailto:n.tkachuk@chnpu.edu.ua)

Dariia Zahryva, schoolgirl, Chernihiv Gymnasium No. 32: Chernihiv, UA, [zagriva2011@ukr.net](mailto:zagriva2011@ukr.net)

Today, the issues of environmental friendliness of materials, a conscious attitude to their use and disposal, occupy an important place in solving the tasks of achieving the Sustainable Development Goals (Kobayashi & Nakajima, 2021; Gu, 2024). At the same time, attention to safety and biodegradability is directed to hygiene products that are used both in everyday life and in medicine, in particular wet wipes (Shruti et al., 2021; Allison et al., 2023). The media and environmental campaigns have paid significant attention to the plastic crisis, but practices regarding single-use plastics have remained largely unchanged (Rudman & Rudman, 2021). The production and use of wet wipes are increasing every year (Ramya & Amutha, 2021). Calculations by Turkish researchers showed that if children continue the practice of using their parents' wet wipes, the number of wet wipes used daily, which is currently around 210 million, will increase to over 250 million between 2040 and 2060 (Köklü et al., 2023). Reducing the impact of human activities is only possible through the joint commitment of all sectors involved (Martín-Jaime et al., 2021). Young people have great potential to act as agents of change and raise awareness about environmental issues (Torres et al., 2019). The implementation of preventive environmental education programs can shape individual behavior and increase people's ability and motivation to adopt behaviors and attitudes conducive to caring for and respecting the environment (Torres et al., 2019). The significant deficit in environmental education regarding vital aspects of citizens' daily behavior determines the negative impact of most actions on sustainability (Alonso-Sainz, 2021). In other words, the preventive aspect of environmental education is important, as it affects the root of sustainability problems, and correcting their consequences can be very expensive from an economic point of view and even lead to irreversible changes in ecosystems (Martín-Jaime et al., 2021).

Ultimately, safety of wet wipes for environmental and human health due to potential risks of exposure to wetting solutions containing hazardous compounds (Siegert, 2011; Tkachuk & Zelena, 2023), low biodegradability (Shruti et al., 2021; Allison et al., 2023) has not been resolved. With the unconscious attitude of some citizens towards the disposal of wet wipes, they end up in the environment and are considered pollutants (Hu et al., 2022; Bach et al., 2025). A number of environmental problems are associated with the production and use of wet wipes: their accumulation in the environment, water and soil pollution; increased greenhouse gas emissions; increased microplastic content in the environment (Ó Briain et al., 2021; Shruti et al., 2021; Zhang et al., 2021; Tkachuk et al., 2024). Currently, there are no scientific publications devoted to the problem of pollution of the territories of Ukrainian cities with wet wipes, and this study fills this gap to a certain extent and is relevant. The purpose of the study was to assess the pollution of recreation areas in Chernihiv with wet wipes and raise schoolchildren's awareness of the related environmental problems. The study determined the number of wet wipes in the green zones of the Chernihiv city and conducted a socio-pedagogical study of the awareness of schoolchildren about environmental problems associated with wet wipes. At the same time, during the questionnaires conducted before and after the lecture on environmental problems associated with wet wipes, the intensity of students' use of wet wipes, changes in their attitude towards wet wipes, and understanding of environmental problems associated with wet wipes were found out. The results obtained have important practical significance, as they contribute to the conscious attitude of children to the use of wet wipes and the understanding of the need to improve their biological and environmental safety, which, in turn, supports the achievement of the Sustainable Development Goals.

## Materials and Methods

### *Estimation of the number of wet wipes that have become garbage in recreation areas of Chernihiv residents*

The territory selected for the study covered some recreation areas (green ecosystems) of the Chernihiv city: the territory of Chernihivsky Val (Dytynets) 51°29'24"N 31°18'22"E; near the Strizhen River (the area of the military hospital 51°29'53"N 31°18'25"E and in the area of Yalivshchyna, the first dam 51°30'54"N 31°17'40"E); the courtyard of Chernihiv Gymnasium No. 32 51°30'23"N 31°16'37"E; in the Central Park of Culture and Recreation 51°29'59"N 31°19'22"E; in the park in front of Chernihiv City Polyclinic No. 3 51°29'52"N 31°17'17"E; in the park near the Central Department Store 51°30'00"N 31°17'08"E. The green areas selected for

the study are located in the city center, are actively visited by locals in the summer, and are safe for conducting such studies, as they have not been subjected to military influence, unlike green areas on the outskirts and outside the city. The method of assessing the contamination of the indicated territories with wet wipes by directly counting them in the most littered areas of the studied territory with an area of 100 m<sup>2</sup> was used (Zero Waste Scotland, 2018). The research was conducted in summer (August 2024) and autumn (October-November 2024). In addition to counting the number of wet wipes found, they and other garbage found in the studied areas were cleaned up and thrown into a trash can.

### *Socio-pedagogical research on the awareness of school youth regarding environmental problems associated with wet wipes*

In order to raise awareness among students about environmental problems associated with wet wipes, on November 18, 2024, a lecture-presentation "EcoSecrets of Wet Wipes" was held for students of grades 8-9 of Chernihiv Gymnasium No. 32 (T.H. Shevchenko National University..., 2024). The following methods were used during the lecture: story, conversation, posing a problem question, and anonymous questionnaire survey. Theoretical questions considered at the lecture: 1. Wet wipes - an environmental problem? 2. Wet wipes - an ornament of Chernihiv? 3. Ideal wet wipes - are there any? (Fig.1).



Fig. 1. During the lecture "EcoSecrets of Wet Wipes"

A week before and immediately after the lecture, an online survey was conducted using Google Forms - survey 1 and survey 2, respectively. The survey was conducted mainly with children aged 10 to 15 years: survey 1 - 130 respondents (84 females and 46 males); survey 2 - 46 respondents (33 females and 13 males). The questionnaire for survey 1 contained 9 questions, including questions with an extended answer form:

- Question 1: Indicate your age (answer options: up to 10 years; 10-12 years; 13-15 years; 16-17 years; 18-20 years; Other).
- Question 2: Indicate your gender (answer options: female; male).
- Question 3: Do you use wet wipes? (answer options: yes; no).
- Question 4: If you use it, how often do you use it? (answer options: 1-2 times a day; 3-5 times a day; 1-2 times a week; 3-5 times a week; 1-2 times a month; Other).
- Question 5: Have there been situations in your life when you threw wet wipes NOT into the trash can? (answer options: yes; no).
- Question 6: Do you agree that wet wipes do not cause environmental problems? (answer options: yes; no).
- Question 7: In your opinion, what environmental problems can there be when using wet wipes? (no answer options, open-ended answer form).
- Question 8: Do you agree that there is no difference between using a wet wipe or a handkerchief? (answer options: yes; no).
- Question 9: Write your question to the organizers regarding the eco-secrets of wet wipes, if any (no answer options, extended answer form).

The questionnaire for survey 2 contained 7 questions, including multiple-choice and open-ended questions:



- Question 1: Please indicate your age (answer options: up to 10 years; 10-12 years; 13-15 years; 16-17 years; 18-20 years; Other).
- Question 2: Please indicate your gender (answer options: female; male).
- Question 3: Did you participate in the first survey “EcoSecrets of Wet Wipes”? (answer options: yes; no).
- Question 4: Did you attend the presentation “EcoSecrets of Wet Wipes”? (answer options: yes; no).
- Question 5: What environmental problems are associated with the use of wet wipes? (multiple choice questions: environmental pollution; toxicity to living organisms; source of microplastics; increased greenhouse gas emissions; irrational use of resources).
- Question 6: Has your attitude towards wet wipes changed: (answer in the form of a rating from 1 (strongly disagree) to 10 (strongly agree)).
- Question 7: Explain why your attitude towards wet wipes has changed (or not changed) (no answer options, extended answer form).

## Results and Discussion

Due to the low level of awareness of the population regarding the environmental hazards of wet wipes, low environmental culture, wet wipes can get into the environment. Therefore, we investigated the number of wet wipes in the recreation areas of residents of Chernihiv. The obtained quantitative indicators are shown in Fig. 2.

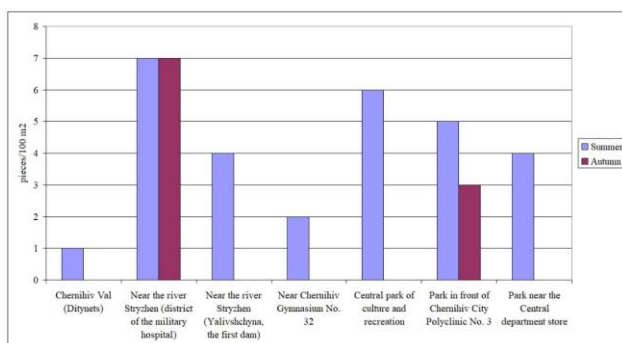


Fig. 2. Number of wet wipes in the territory of recreation areas in the city of Chernihiv (summer-autumn 2024)

It was found that both in summer and autumn, the territories least contaminated with wet wipes were Chernihivskiy Val (Dytynets) and courtyard of Chernihiv gymnasium No. 32 – 1/0 and 2/0 wet wipes per 100 m² of the studied territory, respectively. Obviously, the low number of wet wipes is associated with regular cleaning of the territory of Chernihivskiy Val and summer holidays in Chernihiv Gymnasium No. 32. An increase in the number of wet wipes in the form of garbage up to 4 pieces/100 m² was noted for the territories near the Strizhen River (Yalivshchyna, first dam) and the park near the Central Department Store. In these cases, the greater number of wet wipes found can be explained by the greater frequency of visits to these places by Chernihiv residents in the summer – the green zone near the Strizhen River and the playground in the park near the Central Department Store. An even larger number of wet wipes was found in the park in front of Chernihiv City Polyclinic No. 3 (5 pieces/100 m²) and in the Central Park of Culture and Recreation (6 pieces/100 m²). It is obvious that these areas are also actively visited in the summer, but their cleaning is probably carried out irregularly and of poor quality. On September 20, 2024, the territory of the Central Park of Culture and Recreation was cleaned by volunteers under the coordination of the public organization Let's do it Ukraine (Gornova, 2024). A study of the number of wet wipes in this area after cleaning, carried out by us in October 2024, showed the absence of wet wipes, which is possibly due to the fact that in the fall there are much fewer visitors to the Central Park of Culture and Recreation than in the summer. A slightly smaller number of wet wipes was also noted in the fall and in the park in front of Chernihiv City

Polyclinic No. 3, which is also actively visited by Chernihiv residents in the fall.

The area most contaminated with wet wipes in both summer and autumn was the one near the Strizhen River in the area of the military hospital – 7 pieces/100 m² (Figs.2-3). Probably, during the war, the increase in the number of visitors to the hospital, residents of Chernihiv, who are attracted by the green area in the summer, as well as the lack of garbage cans led to this result.



a



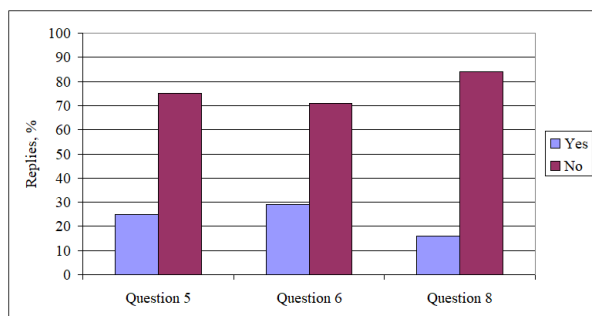
b

Fig. 3. Wet wipes found near the Strizhen River (area of the military hospital): a – August 2024; b – November 2024.

## Results of a socio-pedagogical study on the use of wet wipes

The results of the student survey on the use of wet wipes are presented, including an analysis of the responses of 130 respondents (survey 1) and 46 respondents (survey 2). It was found that among the pupils who participated in the survey of survey 1, the largest proportion was children aged 13-15 years (49.2% of respondents). It should be noted that the age group of 8–12 years is more appropriate as a target in environmental education (Martin-Jaime et al., 2021). This is an age at which families usually communicate well, allowing participants to exchange and transmit pro-environmental behaviors and values (Martin-Jaime et al., 2021). The authors note that students are able to influence the behavior of their parents, contributing to the transformation of values and habits, which overall contributes to sustainable management of sanitary waste. Every small aspect of a person's hygiene habits has a direct impact on the care and protection of the natural environment (Martin-Jaime et al., 2021). Increasing students' awareness will ensure the acquisition of new habits, behaviors, and attitudes in their families and immediate environment (Martin-Jaime et al., 2021). In particular, the study by Ablak and Yeşiltaş (2020) showed that talking with the family about relevant aspects of environmental education increases the level of environmental awareness of students and households. The distribution of respondents by gender was 64.6% female and 35.4% male. The majority of respondents (94.6%) answered positively to the question about their use of wet wipes. At the same time, approximately the same number of respondents answered that they use wet wipes 1-2 times a week (26.9%), 1-2 times a month (23.8%) and 1-2 times a day (21.5%). 12.3% of respondents use wet wipes 3-5 times a week, and 9.2% of respondents use them 3-5 times a day. 6.3% of respondents had their own answers, such as “whenever possible”, “whenever available, I use them”, “I use dry wipes”. Despite the fact that the vast majority of respondents often use wet wipes, most of the answers to the question “Have there been situations in your life when you threw wet wipes NOT into the trash can?” were “no” (75.4% of respondents) (Fig. 4).

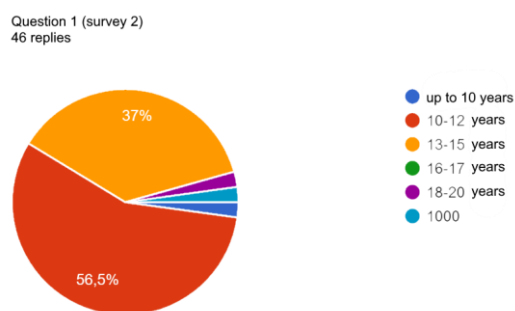
It should be noted that the vast majority of respondents (70.8%) understand that wet wipes can cause environmental problems (Fig. 4), and primarily pollution of the environment (“nature”, “planet”, “earth”, “water”, “rivers”, “lakes”, “oceans”, according to the respondents), since they contain compounds that do not decompose. At the same time, the vast majority of pupils was not familiar with other environmental problems associated with the use of wet wipes. At the same time, the majority of respondents (83.8%) understand that there is a difference between using a wet wipe or a handkerchief (Fig. 4).



**Fig. 4. Distribution of answers to questions 5 (Have there been situations in your life when you threw wet wipes NOT into the trash can?), 6 (Do you agree that wet wipes do not cause environmental problems?) and 8 (Do you agree that there is no difference between using a wet wipe or a handkerchief?) of survey 1**

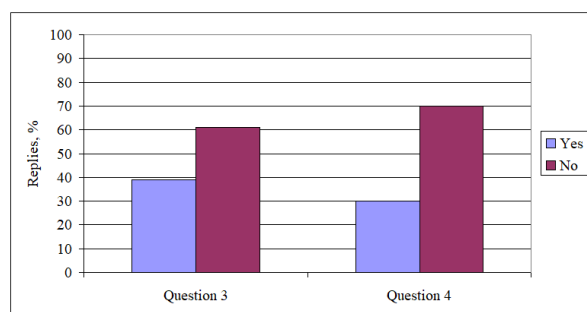
Regarding the topic of the survey, respondents were interested in the duration of decomposition of wet wipes in the environment, the composition and safety of the solution for wetting them, the possibility of manufacturing wet wipes that decompose quickly after use and do not harm the environment.

After the lecture “EcoSecrets of Wet Wipes” we conducted, a survey was also conducted (survey 2). In survey 2, the majority of respondents were aged 10 to 12 years (56.5%), although there were also children aged 13-15 (37% of respondents), under 10 years (2.2%), and young people aged 18-20 (2.2%) (Fig. 5).



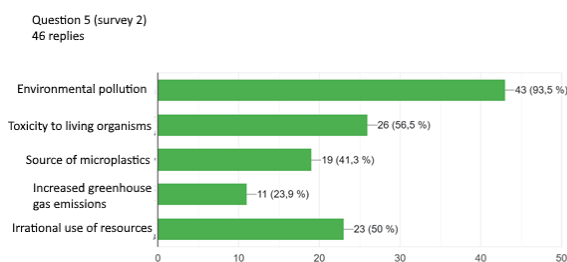
**Fig. 5. Distribution of answers to question 1 of survey 2: Please indicate your age**

Females were the majority of respondents – 71.7%, while males were 28.3%. According to survey 2, the majority of respondents (60.9% and 69.6%, respectively) indicated that they did not participate in survey 1 (Fig. 6) and did not attend the lecture-presentation “Eco-secrets of wet wipes” (Fig. 6).



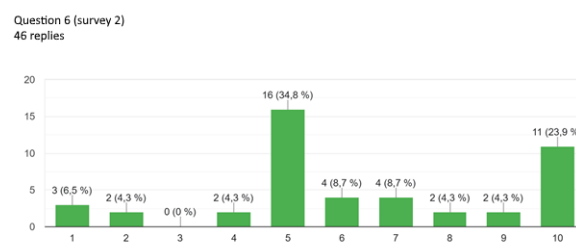
**Fig. 6. Distribution of answers to questions 3 (Did you participate in the first survey “EcoSecrets of Wet Wipes?”) and 4 (Did you attend the presentation “EcoSecrets of Wet Wipes?”) of survey 2**

Among the environmental problems associated with the use of wet wipes, 93.5% of respondents named environmental pollution, 56.5% - toxicity to living organisms, 50% - irrational use of resources, 41.3% - a source of microplastics, 23.9% - increased greenhouse gas emissions (Fig. 7).



**Fig. 7. Distribution of answers to question 5 of survey 2: What are the environmental issues associated with using wet wipes?**

23.9% of respondents completely agreed with the idea that their attitude towards wet wipes had changed, while 6.5% of respondents completely disagreed with this (Fig. 8).



**Fig. 8. Distribution of answers to question 6 of survey 2: Has your attitude towards wet wipes changed: [from 1 (totally disagree) to 10 (totally agree)]**

At the same time, the arguments in favor of changing the attitude towards wet wipes were that they pollute the planet (“environment”, “world”, “nature”), contain hazardous substances, and are a source of microplastics. The arguments in favor of maintaining the attitude towards wet wipes were that they are convenient (“cool”, “smell delicious”).

An environmental education lesson with Japanese school students included a lecture (on reducing the use of plastic products to save energy in daily life), a board game (the goal of which was to learn how to reduce plastic waste), and a worksheet for reflection (Kurokawa et al. 2023). A survey after this lesson showed a significant improvement in students' basic environmental knowledge and an increase in their concern about plastic waste, including wet wipes. At the same time, students who were nudged or stimulated during the worksheet session were more likely to refuse free wet wipes offered in stores, but not more likely to refuse plastic bottles. These results also indicated that interventions through environmental education can change students' pro-environmental behaviors only if the cost of behavioral change is low (Kurokawa et al., 2023).

The combination of field and socio-pedagogical research creates synergy: factual data allows us to assess the real state of pollution, and educational work promotes behavioral change, which in the long term can reduce the problem. This allows us not only to document the problem, but also to initiate its solution through the upbringing of an ecological culture (Vasylenko et al., 2021; El Az-zouzi et al., 2023; Tolochko, 2024).

Simultaneous field research (counting the pollution of the territory) and socio-pedagogical research (lecture and questionnaires of schoolchildren) within the framework of an ecological study of pollution of green areas with wet wipes has several important advantages:

1. Integrated approach to the problem. The combination of two types of research allows you to obtain both objective data on the degree of pollution of the territory and subjective perceptions of the problem among schoolchildren. This helps to assess not only the level of pollution, but also the level of awareness of it.

2. Possibility of data correlation. Thanks to simultaneous conduct, it is possible to compare actual data (the number of wipes in a certain area) with what students know and how they relate to the problem. For example, it is possible to find out whether littering is more common in places where children are less aware of the environmental consequences.

3. Effective educational interaction. When schoolchildren

simultaneously participate in an educational lecture and research, they see the problem with their own eyes, which makes learning more visual and influential. This contributes to the formation of environmental awareness.

4. Stimulating an active position. After the lecture, students can actively participate in the study (for example, help in counting pollution), which forms a responsible attitude towards nature and promotes environmental volunteerism.

5. Increasing trust in the results of the study. If the pollution is counted and the opinions of the participants are collected at the same time, this gives a more representative picture of the problem, which is important for further decisions on its solution.

In general, biological and ecological education of students plays an important role in the sustainable development of society (Vasylenko et al., 2021; Tkachuk & Zelena, 2022; Povidaichyk & Hryn, 2024). Understanding by young people of the need to improve the biological and environmental safety of wet wipes, their conscious use and disposal will contribute to the achievement of the Sustainable Development Goals: Good health and well-being (Goal 3), Clean water and adequate sanitation (Goal 6), Industry, innovation and infrastructure (Goal 9), Sustainable development of cities and communities (Goal 11), Responsible consumption and production (Goal 12), Combating climate change (Goal 13), Protecting and restoring terrestrial ecosystems (Goal 15) (Fig. 9).

## Conclusions

Therefore, wet wipes were found in the form of garbage in the recreation areas of the residents of Chernihiv, which indicates a low level of awareness of the city's population regarding wet wipes as a source of environmental hazards. The smallest number

of wet wipes in recreation areas in Chernihiv is noted for areas that are thoroughly cleaned or almost not visited in summer or autumn. The largest number (7 wet wipes/100 m<sup>2</sup>) is noted for a green area that is actively visited, but is not cleaned regularly, and where there are no garbage cans. A positive result of the lecture-presentation "EcoSecrets of Wet Wipes" is a change in the attitude of some pupils towards wet wipes as polluting the environment, containing hazardous substances, and being a source of microplastics. We hope that children will approach the use of wet wipes more responsibly and realize the importance of improving their biological and environmental safety.



Fig. 9. Sustainable Development Goals relevant to environmental issues related to wet wipes

A further perspective is the need to continue raising awareness among students and schoolchildren about the environmental problems associated with wet wipes, given their environmental hazards and the achievement of the Sustainable Development Goals.

## References

- Ablak, S., & Yeşiltaş, E. (2020). Secondary School Students' Awareness of Environmental Education Concepts. *RIGEO*, 10, 445–466. <http://dx.doi.org/10.33403/rigeo.745951>
- Allison, T., Ward, B. D., Harbottle, M., & Durance, I. (2023). Do flushed biodegradable wet wipes really degrade? *Science of the Total Environment*, 894, 164912. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2023.164912>
- Alonso-Sainz, T. (2021). Educación para el desarrollo sostenible: Una visión crítica desde la Pedagogía. *Rev. Complut. Educ.*, 32, 249–259. <https://doi.org/10.5209/iced.68338>
- Bach, L., Strand, J., Salame, H., Simon, M., Fritt-Rasmussen, J., & Jensen, P. E. (2025). Wet wipes in untreated wastewater are a source of litter pollution to the arctic marine environment – a case study on the loads of litter and microplastics in wastewater effluents in Greenland. *Environmental Science: Advances*, 4(2), 223–234. <https://doi.org/10.1039/d4va00233d>
- El Azzouzi, A., Elachqar, A., & Kaddari, F. (2023). Integrating Environmental Education Into Physics Instruction: Insights From Teachers Regarding Students' Engagement. *Randwick International of Education and Linguistics Science Journal*, 4(3), 491–499. <https://doi.org/10.47175/rielsj.v4i3.787>
- Gornova, V. (2024). Chernihiv volunteers collected 85 bags of garbage in the Central Park of Culture and Recreation [in Ukrainian]. *Suspilne Chernihiv*. <https://tinyurl.com/44h442nm>
- Gu, W. (2024). Research on strategy optimization of sustainable development towards green consumption of eco-friendly materials. *Journal of King Saud University - Science*, (6), 103190. <https://doi.org/10.1016/j.jksus.2024.103190>
- Hu, T., Shen, M., & Tang, W. (2022). Wet wipes and disposable surgical masks are becoming new sources of fiber microplastic pollution during global COVID-19. *Environ. Sci. Pollut. Res. Int.*, 29(1), 284–292. <https://doi.org/10.1007/s11356-021-17408-3>
- Kobayashi, T., & Nakajima, L. (2021). Sustainable development goals for advanced materials provided by industrial wastes and biomass sources. *Current Opinion in Green and Sustainable Chemistry*, 28, 100439. <https://doi.org/10.1016/j.cogsc.2020.100439>
- Köklü, R., Ateş, A., Deveci, E. Ü., & Sivri, N. (2023). Generic foresight model in changing hygiene habits with the pandemic: use of wet wipes in next generations. *J. Mater. Cycles Waste Manag.*, 25, 74–85. <https://doi.org/10.1007/s10163-022-01515-5>
- Kurokawa, H., Igei, K., Kitsuki, A., Kurita, K., Managi, S., Nakamuro, M., & Sakano, A. (2023). Improvement impact of nudges incorporated in environmental education on students' environmental knowledge, attitudes, and behaviors. *J. Environ. Manage.* 325(Pt B), 116612. <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2022.116612>
- Martin-Jaime, J.-J., Velasco-Martinez, L.-C., & Tójar-Hurtado, J.-C. (2021). Evaluation of an Environmental Education Program Using a Cross-Sectoral Approach to Promote the Sustainable Use of Domestic Drains. *Sustainability*, 13(21), 12041. <https://doi.org/10.3390/su132112041>
- Zero Waste Scotland. (2018). *Litter Monitoring Methodology. Guidance for practitioners*. Zero Waste Scotland. <https://cdn.zerowastescotland.org.uk/managed-downloads/mf-hjcmjf3l-1681397520d>
- Ó Briain, O., Marques Mendes, A. R., McCarron, S., Healy, M.G., Morrison, L. (2020). The role of wet wipes and sanitary towels as a source of white microplastic fibers in the marine environment. *Water Res.*, 182, 116021. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2020.116021>
- Povidaichyk, O., & Hryn, O. (2024). The concept of sustainable development as the basis of continuous ecological training of future teachers [in Ukrainian]. *Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Series: «Pedagogy. Social Work»*, (154), 154–157. <https://doi.org/10.24144/2524-0609.2024.54.154-157>
- Ramya, K., & Amutha, K. (2021). Eco-friendly wet wipes - A review. In *Proceedings of the International Conference on Advances in Technical Textiles (Sathyamangalam, Tamilnadu, India, October 2021)*. [https://www.researchgate.net/publication/355522200\\_Eco\\_Friendly\\_Wet\\_Wipes\\_-\\_A\\_Review](https://www.researchgate.net/publication/355522200_Eco_Friendly_Wet_Wipes_-_A_Review)
- Rudman, S., & Rudman, L. (2021). Reconfiguring the everyday: Plastic waste as performance art in addressing the incongruity between the 'talk' and the 'walk' in the plastic crisis. *Environ. Educ. Res.*, 27, 1487–1501. <https://doi.org/10.1080/13504622.2021.1947986>
- Shruti, V. C., Pérez-Guevara, F., & Kutralam-Muniasamy, G. (2021). Wet wipes contribution to microfiber contamination under COVID-19 era: An important but overlooked problem. *Environmental Challenges*, 5, 100267. <https://doi.org/10.1016/j.envc.2021.100267>
- Siebert, W. (2011). Preservative Trends in Wet Wipes. *SOFW-J.*, 137, 44–51. [https://www.researchgate.net/publication/232273400\\_Preservative\\_Trends\\_in\\_Wet\\_Wipes](https://www.researchgate.net/publication/232273400_Preservative_Trends_in_Wet_Wipes)
- T. H. Shevchenko National University "Chernihiv Colehium". (2024). *Eco-secrets of wet wipes and the Sustainable Development Goals* [in Ukrainian]. T. H. Shevchenko National University "Chernihiv Colehium". <http://chnpu.edu.ua/component/k2/item/4963-ekosekrety-volohykh-servetok-ta-tsili-staloho-rozvytku>



- Tkachuk, N. V., & Zelena, L. B. (2022). Experience in preparing students' scientific and research works of ecological and biological orientation in view of the goals of sustainable development [in Ukrainian]. *Ecological Sciences*, 1(40), 174-178. <https://doi.org/10.32846/2306-9716/2022.eco.1-40.32>
- Tkachuk, N., & Zelena, L. (2023). Evaluation of the toxicity of wet wipes based on the growth test with *Lepidium sativum* L. *Eng. Proc.*, 56, 5. <https://doi.org/10.3390/ASEC2023-15495>
- Tkachuk, N., & Zelena, L., & Novikov, Y. (2024). Wet wipes as a cause of environmental problems: a mini review. *Selected Papers of VI International Conference on European Dimensions of Sustainable Development (May 15–17, 2024, Kyiv, Ukraine)*, 88-94. <https://doi.org/10.24263/EDSD-2024-6-12>
- Tolochko, S. V. (2024). The influence of environmental problems of modern Ukraine on the formation of environmental competence of high school students [in Ukrainian]. *Pedagogical Academy: scientific notes*, (6), 1-29. <https://doi.org/10.57125/pedacademy.2024.05.29.04>
- Torres, H. R., Reynolds, C. J., Lewis, A., Muller-Karger, F., Alsharif, K., Mastenbrook, K. (2019). Examining youth perceptions and social contexts of litter to improve marine debris environmental education. *Environ. Educ. Res.*, 25, 1400–1415. <https://doi.org/10.1080/13504622.2019.1633274>
- Vasylenko, I. A., Nikolayenko, L. P., Ivanchenko, A. V., Gulyaev, V. M., Chuprynov, E. V., Skyba, M. I., Kovalenko, I. L. (2021). *Advanced education for sustainable development: a manual* [in Ukrainian]. Accent PP. <https://www.dstu.dp.ua/Portal/Data/5/7/5-7-b1.pdf>
- Zhang, Yu., Wen, Z., Lin, W., Hu, Yu., Kosajan, V., Zhang, T. (2021). Life-cycle environmental impact assessment and plastic pollution prevention measures of wet wipes. *Resources, Conservation and Recycling*, 174, 105803. <https://doi.org/10.1016/j.resconrec.2021.105803>

# Сучасний стан розвитку відновлювальної енергетики в Україні та можливі рішення

Ольга Медведєва , Заряна Гальченко , Олексій Демченко 

**Purpose.** To examine the current state of development and implementation of renewable energy sources in Ukraine and to investigate the prospects for their utilization. **Design / Method / Approach.** The study analyzes the current state and prospects of renewable energy sources use worldwide and in Ukraine, presents the inventory and current status of wind power plants in Ukraine considering the impact of military actions. The most efficient wind energy installations for mining regions are identified, along with their advantages and disadvantages. **Findings.** The prospects for the use of wind energy installations to ensure the country's energy security are established; it is emphasized that wind power plants (WPPs) represent one of the most competitive electricity generation technologies, with economic and ecological benefits. **Theoretical Implications.** The advantages of WPPs, conditions for their application, and promising directions for their use, including the possibility of placement on technogenically disturbed lands, are defined. **Practical Implications.** The existing WPPs in Ukraine, their current status, and the prospects for renewable energy development globally and nationally to ensure energy independence and security are analyzed. **Originality / Value.** The article provides original data on the current global status of renewable energy; it analyzes the relevance of renewable energy use during wartime and post-war periods for achieving energy independence through the deployment of WPPs on technogenically disturbed lands in mining regions. **Research Limitations / Future Research.** Further studies will focus on the potential use of wind energy installations with vertical axis rotation in mining regions on technogenically disturbed lands. **Article Type.** Empirical.

## Keywords:

renewable energy sources, wind power, wind energy potential, wind power plants in Ukraine, wind power plants, environmental factors

**Мета.** Розглянути сучасний стан розвитку та впровадження відновлювальних джерел енергії в Україні та дослідити перспективи їх використання. **Дизайн / Метод / Підхід.** Проаналізовано сучасний стан і перспективи використання відновлювальних джерел енергії у світі та в Україні, наведено перелік та сучасний стан вітроелектростанцій в Україні з урахуванням впливу військових дій. Визначено найбільш ефективні вітроенергетичні установки для гірничодобувних регіонів, наведено їх переваги та недоліки. **Результати.** Встановлено перспективи використання вітроенергетичних установок для забезпечення енергетичної безпеки держави; підкреслено, що вітроенергетичні станції (ВЕС) є одним із найбільш конкурентоспроможних джерел електроенергії серед існуючих технологічних рішень, а їх використання є економічно і екологічно вигідним. **Теоретичне значення.** Визначено переваги ВЕС, умови їх застосування та перспективні напрями використання, зокрема можливість розміщення на техногенно порушених землях. **Практичне значення.** Проаналізовано всі існуючі ВЕС в Україні, їх сучасний стан та перспективи розвитку відновлюваної енергетики у світі й Україні для забезпечення енергетичної незалежності та безпеки держави. **Оригінальність / Цінність.** Наведено оригінальні дані про сучасний стан відновлювальної енергетики світу; проаналізовано актуальність застосування відновлювальної енергетики в умовах воєнного та післявоєнного періодів для енергетичної незалежності через використання ВЕС, розміщених на техногенно порушених землях у гірничодобувних регіонах. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** Подальші дослідження будуть спрямовані на можливості використання вітроенергетичних установок із вертикальною віссю обертання у гірничодобувних регіонах на техногенно порушених землях. **Тип статті.** Емпірична.

## Ключові слова:

відновлювальні джерела енергії, вітроенергетика, потенціал вітрової енергії, вітроелектростанції України, вітроенергетичні установки, екологічні фактори

## Current State of Renewable Energy Development in Ukraine and Possible Solutions

### Contributor Details:

Olha Medvedieva, Dr. Sc., Senior Researcher, M. S. Poliakov Institute of Geotechnical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine: Dnipro, UA, medvedevaolga1702@gmail.com  
Zariana Halchenko, MSc, PhD Student, M. S. Poliakov Institute of Geotechnical Mechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine: Dnipro, UA, zhalchenko85@gmail.com  
Oleksii Demchenko, PhD Student, Ukrainian State University of Science and Technologies: Dnipro, UA, dem4enkoalex@gmail.com

Сьогодні дуже гостро стоїть питання щодо розвитку відновлювальної енергетики. Відновлювальні джерела енергії (ВДЕ) мають прийти на заміну традиційним викопним паливам, запаси яких вичерпуються щодня. Відновлення промислової галузі та забезпечення енергетичної незалежності можливе шляхом використання ВДЕ у гірничих регіонах за рахунок їх розташування на техногенних об'єктах. Проте, необхідно враховувати, що ВДЕ, такі як сонячна та вітрова енергія, мають високу невизначеність через переривчастий характер вітру та сонячного світла. Передові технології, включаючи різні стратегії управління, методи оптимізації, накопичувачі енергії та обмежувачі струму короткого замикання використовуються для вирішення цих проблем. Використання ВДЕ набуло значних масштабів у всьому світі, особливо за останні два десятиліття. Хоча високий рівень проникнення ВДЕ зменшує негативний вплив на навколишнє середовище порівняно з традиційним виробництвом енергії на основі викопного палива, питання контролю стають більш складними. (Medvedieva et al., 2025).

В роботі вчених із Саудівської Аравії (Alam et al., 2020) надано огляд задокументованих переліків щодо можливостей і ризиків використання вітрової і сонячної енергетики, надані також рекомендації щодо вирішення проблем інтеграції ВДЕ, які можуть стати ключовими напрямками досліджень для промислового персоналу та дослідників. Al-Shetwi (2020) досліджує роль інтеграції ВДЕ у сталий розвиток та його прогресуючий вплив на світовий енергетичний сектор, робить оцінку впливу ВДЕ на навколишнє середовище. У роботі Duggan (2025) зроблено огляд останніх досліджень, що стосуються сталого розвитку енергетичних систем та інтеграції ВДЕ, з особливим акцентом на інвестиціях, роботі енергетичної системи з відновлювальними ресурсами та інструментах декарбонізації.

Також питанням інтеграції ВДЕ з метою дотримання політики декарбонізації займаються американські вчені Patankar et al. (2023). Afridi et al. (2021) вивчають складні та гібридні системи генерації ВДЕ, що проектуються і розробляються для забезпечення енергетичних потреб та гарантування енергетичної безпеки країни, з оглядом на використання штучного інтелекту для прогнозного обслуговування систем ВДЕ. Hayitbayeva and Bebitov (2024) розглядають ключові проблеми, які пов'язані з прийняттям і впровадженням технологій ВДЕ, що включають високі початкові витрати, технологічні бар'єри та регуляторні виклики. Вони також досліджують потенційні рішення, такі як державні стимули, державно-приватне партнерство, а також досягнення в галузі зберігання енергії та інтеграції з мережею, обговорюють перспективні пропозиції та сучасні інноваційні технології, які можуть підвищити ефективність і масштабованість систем ВДЕ.

Falcone (2023) пропонує ґрунтовний аналіз викликів та можливостей, які пов'язані з прийняттям політики сталого енергетичного розвитку в окремих країнах, що розвиваються, наприклад, Албанія, Бразилія, Індія, Кенія, за рахунок збільшення використання ВДЕ в цих країнах. Li et al. (2022) зібрали результати досліджень, опублікованих відповідними статистичними відомствами та авторитетними установами, які узагальнюють міжнародну ситуацію в галузі енергетики, аналізується стан розвитку енергетики в Європейському Союзі, США, Австралії, Індії, Бразилії та інших країнах світу, розглядаються перспективи застосування ВДЕ у Китаї. Icaza et al. (2024) розглядають можливості впровадження ВДЕ на островах в Америці із розробкою спеціальних дорожніх карт на основі енергетичного потенціалу, наявного на територіях, і майбутнього попиту на енергію.

Fernández-Guillamón et al. (2019) розглядають концепції впровадження та еволюції ВДЕ за останні десятиліття. Крім того, вони детально обговорюють вітрові та фотоелектричні електростанції та їх внесок у розвиток енергоефективності. Проектування енергетичних систем ускладнюється реальними цільовими функціями, що складаються з поєднання технічних і соціально-економічних завдань, з різними обмеженнями. Як наслідок, економічно неоптимальні рішення, швидше за все, будуть кращими. Pedersen et al. (2021) розробили метод, здатний визначити послідовність, яка містить всі економічно близькі до оптимальних рішення. Запропонований метод застосовано для дослідження низки технічних і соціально-економічних показників на моделі європейської електроенергетичної

системи. Вони виявили, що область біля оптимуму є відносно плоскою, яка дозволяє приймати рішення, що є дещо дорожчими за оптимальні, але кращими з точки зору рівності, землекористування та часу реалізації. Xin et al. (2022) вивчили інноваційні технології відновлювальної енергетики з урахуванням економічного зростання, соціальної інтеграції та низьковуглецевого розвитку. Erdiwansyah et al. (2021) провели конкретні дослідження різних технологічних рішень та викликів, особливо у сфері енергосистем. Вони розробили матрицю з різними технологічними рішеннями у сфері ВДЕ. Завдяки цьому, автори очікують, що потенціал розроблених технологічних рішень зможе допомогти і визначити їх пріоритетність, особливо для економічно ефективної енергетики і підвищити прозорість процесу інтеграції відновлювальної енергетики в майбутньому.

Ugwu et al. (2021) зробили комплексний огляд наявного потенціалу відновлювальної енергетики в Нігерії, рівня використання ВДЕ в Нігерії в порівнянні з іншими країнами, порівняння сценаріїв розвитку відновлювальної енергетики в африканських країнах, фактори, що перешкоджають розвитку відновлювальної енергетики в Нігерії, політику країни в галузі відновлювальної енергетики та шляхи покращення її статусу в країні. Jurasz et al. (2020) зробили комплексний огляд досліджень, в яких вивчався, аналізувався, кількісно оцінювався та використовувався ефект часової, просторової та просторово-часової компліментарності між ВДЕ в контексті використання гібридних електростанцій, що ґрунтуються на взаємодоповнюваності ВДЕ, наприклад, вітро-сонячна, сонячно-гідро або сонячно-вітро-гідро. Weinand et al. (2023) зробили глобальний огляд приведеної вартості електроенергії (LCOE) для автономних енергетичних систем. Підвищення надійності енергопостачання досягається використанням децентралізованих позамережевих систем відновлювальної енергетики.

Економічну ефективність використання ВДЕ розглянули López Prol and Schill (2021), вони вивчили ринкову динаміку збільшення застосування ВДЕ та їх інтеграцію в електроенергетичну систему, описали ефект меритоордеру — зниження оптових цін на електроенергію зі збільшенням застосування ВДЕ, та ефект канібалізації — зниження вартості ВДЕ зі збільшенням їх застосування. Pratiwi and Juerges (2020) зробили огляд впливу розвитку відновлювальної енергетики на навколишнє середовище та охорону природи в Південно-Східній Азії.

Nzeanorue et al. (2024) зробили комплексний аналіз сталого енергетичного розвитку, їх дослідження показують, що досягнення сталого енергетичного розвитку залежить від трьох критично важливих дій — переходу на ВДЕ, підвищення енергоефективності та зменшення викидів парникових газів і забруднювачів повітря.

Wang et al. (2020) зробили багатовимірну оцінку регіонального розвитку відновлювальної енергетики в Китаї. Для оцінки було обрано п'ять вимірів факторів: економічна основа, інституції, потенціал технологічного розвитку, енергетична безпека та охорона навколишнього середовища, а також поточний стан сектору ВДЕ.

У зв'язку з війною в Україні перспективи розвитку ВДЕ розглядають і в країнах, які межують з нами. Так, польські вчені Iglinski and Pietrzak (2025) розглянули відновлювальну та сталу енергетику, де енергетичний перехід відбувається різними способами, наприклад, заміною джерел енергії на відновлювальні або створенням сховищ енергії, що допомагають забезпечити енергетичну незалежність та стабільне енергопостачання. У свою чергу латвійська дослідниця Atstāja (2025) вивчила досвід країн Балтії у впровадженні ВДЕ, ці країни вжили рішучих заходів у відповідь на війну в Україні, вирішивши повністю припинити імпорт електроенергії від країн агресорів. Країни Балтії мають на меті виробляти 98-100% електроенергії з відновлювальних джерел до 2050 року, ці країни слід розглядати як єдину енергетичну систему зі скоординованою стратегією досягнення сталого енергетичного розвитку шляхом співпраці та спільного планування. Аналіз висвітлює складнощі управління енергетичними ринками в умовах глобальних і регіональних викликів, підкреслюючи важливість добре продуманого державного втручання для забезпечення довгострокових переваг.

В Україні вивченню розвитку ВДЕ теж приділяється багато уваги, цю проблематику вивчають А. П. Вербовий, О.



Бялковська, А. С. Завербний, Ю. Б. Зборівець, І. І. Гуменюк, О. М. Гуменюк, В. О. Ковтун, Л. В. Левківська, С. А. Левківський, І. І. Набок, Д. Прокопов, Ю. Приходько, К. Ю. Редько, П. Ф. Сегеда, Г. Г. Стрелькова, Т. М. Ткаченко, В. В. Якімцов та інші. Вони розглядають проблеми розвитку відновлювальної енергетики у воєнний та післявоєнний періоди, аналізують поточний стан і перспективи (Zaverbnyi et al., 2023; Zborivets & Yakimtsov, 2024; Tkachenko & Seheda, 2021; O. Humeniuk & I. Humeniuk, 2023; Pecheniuk et al., 2024; Prokopov & Bialkovska, 2024; Redko & Furs, 2020; Levkivska & Levkivskyi, 2022). Отже, питання використання ВДЕ є актуальним у всьому світі, і для України зокрема. Розглянемо більш детально перспективи використання ВДЕ в Україні.

**Мета** представлено дослідження — розглянути сучасний стан розвитку та впровадження відновлювальних джерел енергії в Україні. Дослідити перспективи їх використання.

## Матеріали та методи

Війна внесла свої корективи в розвиток вітроенергетики, але й відкрила нові можливості для використання БЕУ. Сьогодні найважливішим є збереження наступних факторів, які забезпечують функціонування держави: продовольчий, енергетичний, інформаційний, екологічний тощо. Оцінка цих чинників з позиції надійного функціонування свідчить, що поряд із продовольчим найважливішими слід вважати енергетичний та

інформаційний. Чим більше джерела енергії зосереджені в одному місці, тим серйознішими будуть наслідки їх знищення для енергетичної безпеки як регіону, так і країни загалом. У зв'язку з цим, в умовах воєнного стану ключовим фактором енергетичної безпеки стає децентралізація енергетичних ресурсів. Такий підхід не лише зміцнює енергетичну стабільність, а й підвищує захищеність пов'язаних з нею інформаційних систем.

Тому необхідно визначити перспективні напрямки забезпечення енергетичної безпеки держави. Для цього необхідно зробити:

- аналіз сучасного стану та перспектив використання ВДЕ як у світі, так і в Україні;
- огляд сучасного стану вітроелектростанцій в Україні, та вплив на них військових дій;
- пошук рішень для забезпечення енергетичної незалежності держави;
- вивчити потенціал вітрової енергії для України;
- пошук нових територій для встановлення вітроелектростанцій;
- на підставі проведених досліджень визначити найбільш ефективні вітроенергетичні установки (ВЕУ) для умов гірничодобувних регіонів;
- вивчити недоліки та переваги БЕУ.

В таблиці 1 наведено районування території України за потенціалом вітрової енергії.

Таблиця 1 – Районування території України за потенціалом вітрової енергії (Dmytrenko & Barandich, 2007)

Район	Показники районування					Оцінка потенціалу вітрової енергії
	Середня річна швидкість ві- тру, м/с	Тривалість (год.) різної швидкості вітру, м/с				
		загальна	безперервна			
		<3	>3	>5	>3	
Узбережжя Чорного і Азовського морів, Південний берег Криму, вершини Українських Карпат, Кримських гір	5,5-6,5	1250-6500	5500-6500	3000-5500	20-35	Дуже високий потенціал. Найбільш сприятливі умови вітровикористання
Донецька височина, Приазовська та Причорноморська низовини	5,0-6,0	2250-2750	4500-5000	2000-3200	17-25	Високий потенціал. Сприятливі умови вітровикористання
Подільська та Придніпровська височини	4,0-5,0	2250-4750	4000-5500	2250-3000	15-20	Достатній потенціал. Досить сприятливі умови
Поліська та Придніпровська низовини, Волинська височина	3,0-4,5	4000-5000	3500-5000	1500-2800	12-17	Невисокий потенціал. Обмежено сприятливі умови
Прикарпаття, Закарпатська низовина, долини Українських Карпат, Кримських гір	1,5-2,5	5750-6250	2500-3000	500-1500	10-15	Низький потенціал. Несприятливі умови вітровикористання

Загальна встановлена потужність ВЕС в Україні становить 1,9 ГВт, але 1,3 ГВт перебувають під окупацією в Донецькій, Луганській, Херсонській та Запорізькій областях. (Dmytrenko & Barandich, 2007), Україна зупинила понад 2/3 своїх ВЕС. Згідно даних Української вітроенергетичної асоціації (УВЕА) станом вже на початок 2022 року у Херсонській області майже всі ВЕС компанії Vindkraft припинили роботу – працює лише «Новоросійська ВЕС» (9,23 МВт). На «Мирненській ВЕС» згоріла турбіна, знищено транспорт, персонал не може працювати через обстріли. Також зупинено «Сиваську ВЕС» і «Сиваську ВЕС Тотал Ірен» (245,7 МВт), де пошкоджено турбіну, підстанцію та ЛЕП. У Запорізькій області працює лише «Приморська-1» (99,58 МВт) компанії ДТЕК. Решта ВЕС – «Богівська», «Приморська-2», «Орлівська» та «Запорізька ВЕС» – зупинені через пошкодження електромереж і підстанцій у тимчасово окупованому Мелітополі. В Одеській області зупинилась ВЕС «Южне Енерджі» (76,5 МВт), частково працює «Дністровська ВЕС» (9 із 10 турбін). ВЕС «Овід Вінд» (32,67 МВт) залишається в роботі, але техпідтримка GE припинена. На Миколаївщині зупинено три турбіни на ВЕС «Причорноморський» (42,8 МВт) ТОВ «УК «Вітропарки України» (UWEA, 2025).

За результатами проведених досліджень буде доказано, що в умовах воєнного стану і післявоєнного відновлення застосування БЕУ може стати запорукою енергетичної незалежності з урахуванням мінімізації екологічної шкоди.

## Обговорення та результати

Міжнародне агентство з відновлювальної енергії (IRENA) зазначає, що перетворення світової енергетичної системи спрямоване на зміцнення енергетичної безпеки та забезпечення ширшого доступу до енергоресурсів. Для держав, які значною мірою залежать від імпорту викопного палива, енергетична

безпека є критично важливою складовою національної безпеки. ВДЕ в даному випадку будуть слугувати альтернативою, що сприятиме диверсифікації енергетичних ресурсів шляхом розвитку локального виробництва енергії, підвищуючи таким чином гнучкість енергосистеми та її здатність протистояти викликам (IRENA, 2025). У 2024 році у світі спостерігався приріст потужностей відновлювальної енергетики (рис. 1).

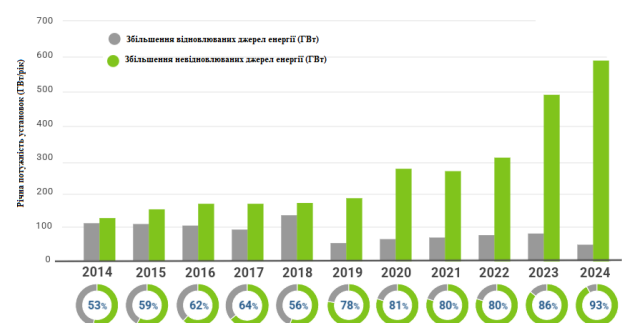


Рисунок 1 – Рекордне збільшення потужностей відновлювальної енергетики у 2024 році (IRENA, 2025)

Глобальна потужність відновлювальної енергетики збільшилася на 585 ГВт за один рік, про це свідчать рекордні темпи зростання на 15,1% на рік, що перевищує їх показники 2023 року на 14,3%. Це зростання визначає стійку тенденцію до щорічного побиття власних рекордів розвитку відновлювальної енергетики, що підкреслює її сильну бізнес- та інвестиційну привабливість. Оскільки вартість електроенергії, яка вироблена з більшості видів відновлювальної енергії, продовжує знижуватися, відновлювальні джерела енергії є не лише

екологічно безпечними, але й найбільш економічно ефективним джерелом енергії для країн всього світу.

Розглянемо основні види ВДЕ і їх зміну на кінець 2024 року (IRENA, 2025).

**Сонячна енергетика:** зросла на 451,9 ГВт. Лише Китай додав 278 ГВт до загального приросту, за ним слідує Індія (24,5 ГВт).

**Гідроенергетика (за винятком гідроакumuлюючих електростанцій):** потужність досягла 1283 ГВт, продемонструвавши помітне зростання з 2023 року завдяки Китаю. Ефіопія, Індонезія, Непал, Пакистан, Танзанія та В'єтнам додали понад 0,5 ГВт кожна.

**Вітроенергетика:** розширення вітроенергетичних потужностей дещо знизилося до 1133 ГВт на кінець 2024 року. У розширенні знову домінували Китай та Сполучені Штати Америки (США).

**Біоенергетика:** у 2024 році зростання відновилося, збільшившись на 4,6 ГВт потужності порівняно зі зростанням на 3,0 ГВт у 2023 році. Зростання відбулося завдяки Китаю та Франції, які додали по 1,3 ГВт.

**Геотермальна енергетика:** загальна потужність геотермальної енергії зросла на 0,4 ГВт, лідером стала Нова Зеландія, за нею йдуть Індонезія, Туреччина та США.

**Позамережева електроенергія (за винятком Євразії, Європи та Північної Америки):** розширення потужностей майже потроїлося, збільшившись на 1,7 ГВт і досягнувши 14,3 ГВт. Зростання домінувало за рахунок автономної сонячної енергетики, яка досягла 6,3 ГВт до 2024 року.

26 березня 2025 року в Абу-Дабі (Об'єднані Арабські Емірати) Міжнародним агентством з відновлювальної енергетики (IRENA) була опублікована Статистика потужностей відновлювальної енергетики за 2025 рік. Вона свідчить про значне зростання потужностей відновлювальної енергетики протягом 2024 року, які досягли 4 448 ГВт. Минулорічний приріст у 585 ГВт становить 92,5% від загального збільшення потужностей, а також рекордні темпи річного зростання (15,1%) (IRENA, 2025).

Хоча 2024 рік став ще одним орієнтиром для зростання потужностей відновлювальної енергетики, прогрес все ще не досягає 11,2 ТВт, необхідних для досягнення глобальної мети – потроєння встановлених потужностей відновлювальної енергетики до 2030 року. Щоб досягти цієї мети, потужність відновлювальних джерел енергії має зростати на 16,6 % щорічно до 2030 року. Крім того, прогрес знову відображає значні географічні диспропорції. Як і в попередні роки, більша частина приросту відбулася в Азії, причому найбільшу частку забезпечив Китай – майже 64% світового приросту потужностей, тоді як країни Центральної Америки та Карибського басейну внесли найменший внесок – лише 3,2%. На країни G7 та G20 у 2024 році припадало відповідно 14,3% та 90,3% нових потужностей (Omelchenko & Konechenkov, 2022).

Сонячна та вітрова енергетика продовжували зростати найбільшими темпами, на їхню частку припадало 96,6% усіх чистих потужностей відновлювальної енергетики у 2024 році. Понад три чверті приросту потужностей припало на сонячну енергетику, яка зросла на 32,2%, досягнувши 1 865 ГВт, за нею йде вітрова енергетика, яка зросла на 11,1%. На сьогодні частка відновлювальної енергії в енергобалансі України становить близько 10%. У порівнянні з Європою, Україна почала розвивати цю галузь із запізненням на 10-20 років – перші учасники ринку з'явилися лише у 2012 році. (Omelchenko & Konechenkov, 2022).

Подальший розвиток було пригальмовано у 2014 році через анексію Криму та війну на Донбасі. Проте після певної зупинки в період 2017-2019 років відбулося стрімке зростання, переважно в секторі сонячної енергетики, що дозволило довести частку «зеленої» енергії до 10%. Водночас повномасштабна війна призвела до втрати частини потужностей – вони були або знищені, або опинилися на тимчасово окупованих територіях (Omelchenko & Konechenkov, 2022).

До 2022 року використання ВДЕ в Україні демонструвало позитивну динаміку. У 2019 році країна увійшла до десятків світових лідерів за темпами розвитку ВДЕ, а вже у 2020 році – до п'ятірки провідних європейських держав у сфері сонячної енергетики. У 2019 році, за даними рейтингу Climatescope від

Bloomberg New Energy Finance (Bloomberg NEF), Україна посіла почесне восьме місце серед 104 країн світу в рейтингу інвестиційної привабливості у сфері розвитку низьковуглецевих джерел енергії та побудови «зеленої» економіки, значно підвищившись із 63-го місця. У 2021 році країна зайняла 48-му позицію серед 136 держав у загальному рейтингу інвестиційного потенціалу за рейтингом Bloomberg NEF (Climatescope, 2019).

13 серпня 2024 року Кабінет Міністрів схвалив Національний план дій з розвитку відновлювальної енергетики до 2030 року. (Cabinet of Ministers of Ukraine, 2024) Документ передбачає досягнення 24 ГВт встановленої потужності ВДЕ та 27% їх частки у загальному кінцевому енергоспоживанні. Для реалізації цього плану необхідно збудувати:

- 6,1 ГВт наземних вітрових електростанцій,
- 12,2 ГВт сонячних електростанцій,
- 876 МВт потужностей на біоенергетиці,
- 40 МВт геотермальної енергетики,
- 4,7 ГВт гідроелектростанцій.

За даними НКРЕКП — Національної комісії, що здійснює державне регулювання у сферах енергетики та комунальних послуг, на кінець 2021 року (UWEA, 2022), спостерігалася наступна картина щодо ВДЕ у Україні (рис. 2).

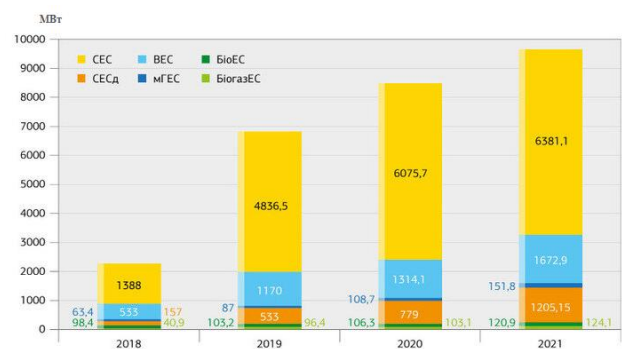


Рисунок 2 – Український сектор ВДЕ на 31 грудня 2021 року (UWEA, 2022)

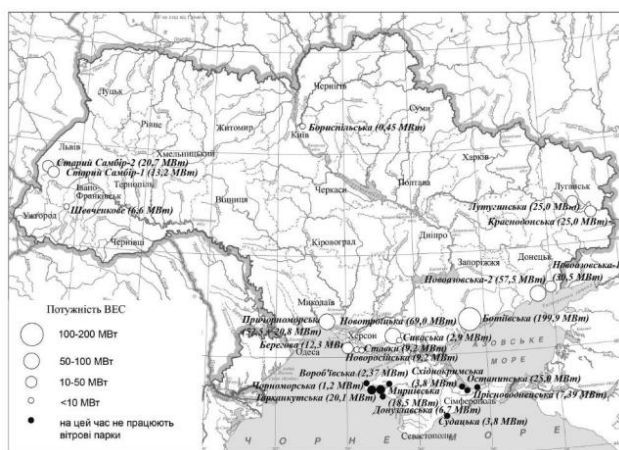
Для потреб країни, насамперед слід відновити ті ТЕС і ГЕС, які ще можливо відремонтувати. Водночас деякі об'єкти зазнали таких серйозних пошкоджень, що відновленню не підлягають. Тому необхідно зводити нові енергетичні потужності, запуск яких обійдеться дешевше і займе менше часу. В першу чергу йдеться про вітроенергетику.

Довоєнний аналіз вітроенергетичного потенціалу показав, що Україну можна було поділити на наступні райони (Dmytrenko & Barandich, 2007):

- найвищий вітроенергетичний потенціал належить узбережжю Чорного та Азовського морів, Південний берег Криму, вершини Карпат та Кримських гір. Цим територіям притаманні оптимальні умови для розвитку вітрових електростанцій (ВЕС) протягом усього року. На цих територіях ефективним є розміщення як потужних ВЕС, так і автономних вітроенергетичних установок (ВЕУ);
- високий потенціал властивий району Донецької височини, Приазовської та Причорноморської низовин;
- достатній вітроенергетичний потенціал належить Придніпровській та Подільській височинам, особливо у холодний період року;
- невисоким вітровим потенціалом відзначаються Придніпровська та Поліська низовини. Тут розподіл вітру нерівномірний, більш потужний у холодний період року, тому тут слід застосовувати тихохідні ВЕУ;
- низький потенціал у Закарпатті, Прикарпатті та на вузьких захищених долинах Українських Карпат та Кримських гір. Тут несприятливі умови для використання ВЕУ, за винятком окремих місць.

Взимку енергетичний потенціал вітру досягає найвищих показників. Середня швидкість вітру цього сезону складає 3,8-4,1 м/с у північних регіонах, 2,6-3,0 м/с – у Закарпатті, 3,8-4,9 м/с – у центральній частині, і зростає до 6 м/с у східних та південних районах України. У гірських регіонах Українських Карпат, а також на узбережжі Чорного й Азовського морів

На рис. 3 наведені потужності збудованих в Україні ВЕС станом на 2018 рік.



– Дмитрівська ВЕС: с. Дмитрівка, Миколаївська обл., 35 МВт. Будівництво було здійснено у дві черги: 2011 рік – 10 агрегатів (25 МВт), і це 4 турбіни у 2012 році. Завдяки розташуванню на північному узбережжі Чорного моря ВЕС працює на повну потужність;

- невисока собівартість виробництва;
- здатність конкурувати з атомною, вугільною та газовою енергетикою;
- відсутність витрат на паливо завдяки невичерпному та доступному джерелу енергії — вітру;



- екологічна безпечність і чистота технології;
- відсутність викидів CO<sub>2</sub> під час виробництва електроенергії;
- незалежність від коливань цін на викопні енергоресурси;
- зменшення енергетичної залежності від імпорту;
- швидке будівництво завдяки модульній структурі;
- потужності, які можуть забезпечити обсяги електроенергії, порівнянні з традиційними джерелами;
- рівномірне розміщення об'єктів по території країни;
- сумісність із сільським господарством та промисловістю поблизу вітрових електростанцій;
- можливість встановлення станцій на техногенно змінених землях у гірничодобувних районах.

Сучасні вітроустановки, незалежно від їх потужності, зазвичай бувають або горизонтально-осьовими або вертикально-осьовими вітроподвигунами. Ці два типи відзначаються найкращими техніко-економічними характеристиками (Medvedieva et al., 2023).

Для максимально ефективного використання енергії вітру необхідно впроваджувати економічно вигідні ВЕУ, які можуть стабільно працювати в автоматичному режимі протягом тривалого часу та забезпечувати надійну роботу при періодичному технічному обслуговуванні. На сьогодні більшість ВЕУ має горизонтальну вісь обертання і пропелерний тип вітроприймача. Такі установки зазвичай починають функціонувати при швидкості вітру 3,5–4,5 м/с, залежно від потужності та конструктивних особливостей. Із зростанням швидкості вітру зростає й частота обертання як вітроподвигуна, так і ротора електрогенератора. Проте генератор виходить на номінальний режим лише при швидкості вітру 8–12 м/с. У діапазоні швидкостей 2–6 м/с потужність, що виробляється, є незначною, тобто використовується лише невелика частина доступної енергії вітру. Крім того, при перевисхідній розрахунковій швидкості обертання вітроподвигуна штучно обмежують, через що значна частина енергії вітру залишається невикористаною. Це і зумовлює невисокий коефіцієнт використання енергії вітру сучасними ВЕУ, який зазвичай становить 0,41–0,47 (Medvedieva et al., 2023; Medvedieva et al., 2024).

З огляду на те, що в більшості регіонів України, зокрема в гірничодобувних зонах, таких як Кривбас, середньорічна швидкість вітру рідко перевищує 3,5–4,5 м/с, застосування ВЕУ з

горизонтальною віссю обертання є малоефективним. Тому доцільніше обрати інший тип ВЕУ, здатний забезпечити максимальний коефіцієнт корисної дії (ККД) навіть за умов низьких вітрових швидкостей (Medvedieva et al., 2024).

Цим вимогам відповідають ВЕУ з вертикальною віссю обертання – на основі роторів Дар'є, Савоніуса, Мاستрува, Еванса та їхніх модифікацій. Вони ефективно працюють при малих швидкостях вітру. До переваг вертикально-осьових ВЕУ належить відносно проста конструкція. Основні вузли – генератор, редуктор та система керування – розміщуються на землі, що значно полегшує технічне обслуговування. До того ж, такі установки не потребують орієнтації по напрямку вітру, що робить їх придатними для місцевостей із нестабільними вітровими потоками (Medvedieva et al., 2024).

З екологічної точки зору, вертикально-осьові ВЕУ мають низку переваг над горизонтальними: вони створюють значно менше шуму, а також радіо- та телеперешкод; у разі руйнування лопатей уламки мають менший радіус розльоту, а ймовірність саморуйнування конструкції нижча; ризик зіткнення лопатей із птахами також менший (Medvedieva et al., 2023).

Запуск обертання у вертикальних вітрогенераторів відбувається практично безшумно, а вироблення електроенергії починається вже при початковій швидкості вітру всього 0,5 м/с. Є можливість встановлення кількох ВЕУ на невеликій площі. Ці особливості забезпечують високу продуктивність і стабільну роботу таких установок (Medvedieva et al., 2023; Medvedieva et al., 2025).

Серед основних переваг вітрогенераторів із вертикальною віссю також варто відзначити (Medvedieva et al., 2023; Medvedieva et al., 2024):

- відсутність гіроскопічних нестабільностей, характерних для систем із горизонтальною віссю обертання;
- здатність надійно функціонувати при прямому підключенні до різних механізмів, таких як водяні насоси та інше обладнання;
- розташування генератора на землі, що суттєво зменшує витрати на його обслуговування порівняно з горизонтальними моделями.

Таким чином можна виділити наступні методи усунення негативного впливу ВЕУ на навколишнє середовище (табл. 2).

**Таблиця 2 – Методи усунення негативного впливу ВЕУ на навколишнього середовища (Medvedieva et al., 2024)**

Фактори впливу	Методи усунення
Вилучення земельних ресурсів, зміна властивостей ґрунтового шару	Розміщення ВЕУ на невикористовуваних землях. Оптимізація розміщення – мінімізація витрати землі за рахунок залучення техногенно порушених земель. Цілеспрямований облік зміни властивостей ґрунтового шару.
Акустичний вплив (шумові ефекти)	Використання ВЕУ з вертикальною віссю обертання
Вплив на ландшафт і його сприйняття	Облік властивостей ландшафту при розміщенні ВЕУ. Рекреаційне використання ВЕУ. Пошук різних форм опорних конструкцій тощо.
Електромагнітне випромінювання, теле- та радіозв'язок	Використання ВЕУ з вертикальною віссю обертання. Віддалення від комунікацій за рахунок використання техногенно порушених земель.
Вплив на перелітних птахів	Аналіз впливу на птахів. Використання ВЕУ з вертикальною віссю обертання, які мають малий діапазон шуму і розмах вітроколеса
Аварійні ситуації, безпека полонки і відлітання пошкоджених частин ВЕУ	Розрахунок вірогідності полонки вітроколеса, траєкторії і дальності польоту. Оцінка надійності безаварійної роботи ВЕУ. Зонування виробництва поряд із ВЕУ.
Фактори, які покращують екологічну ситуацію	Зменшення сили вітру. Зниження вітрової ерозії ґрунту. Зменшення вітрів з акваторій водоймищ і водосховищ.

## Висновки

Попри те, що війна тимчасово уповільнює економічне зростання, вона також продемонструвала можливості внутрішнього застосування ВЕД, як шлях до енергетичної незалежності. Наразі ВЕС демонструють один з найбільш

конкурентоспроможних напрямків отримання електроенергії серед усіх наявних енергетичних технологічних рішень. Навіть у короткостроковій перспективі вітроенергетика – достатньо економічно і екологічно вигідний варіант, незважаючи на початкові капітальні інвестиції.

## References

- Afridi, Y. S., Ahmad, K., & Hassan, L. (2021). Artificial intelligence based prognostic maintenance of renewable energy systems: A review of techniques, challenges, and future research directions. *International Journal of Energy Research*, 46(15), 21619–21642. Portico. <https://doi.org/10.1002/er.7100>
- Alam, Md. S., Al-Ismael, F. S., Salem, A., & Abido, M. A. (2020). High-Level Penetration of Renewable Energy Sources Into Grid Utility: Challenges and Solutions. *IEEE Access*, 8, 190277–190299. <https://doi.org/10.1109/access.2020.3031481>
- Al-Shetwi, A. Q. (2022). Sustainable development of renewable energy integrated power sector: Trends, environmental impacts, and recent challenges. *Science of The Total Environment*, 822, 153645. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2022.153645>
- Atstāja, D. (2025). Renewable Energy for Sustainable Development: Opportunities and Current Landscape. *Energies*, 18(1), 196. <https://doi.org/10.3390/en18010196>

- Cabinet of Ministers of Ukraine. (2024). *On approval of the National Action Plan for Renewable Energy until 2030 and the action plan for its implementation* [Order No. 761-r, August 13, 2024, in Ukrainian]. Verkhovna Rada of Ukraine. <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/761-2024-%D1%80>
- Climatescope. (2019). Climatescope 2019 by Bloomberg NEF. <https://2019.global-climatescope.org>
- Dmytrenko, L. V., & Barandich, S. L. (2007). Wind energy resources in Ukraine [In Ukrainian]. *Naukovi praci Ukraïns'kogo naukovo-doslidnogo gidrometeorologičnogo institutu*, 256, 166–173. <http://dspace.nbuv.gov.ua/handle/123456789/51529>
- Duggan, J. E. (2025). Recent Progress in Sustainable Energy Systems Development: Investment, Operations, and Decarbonization. *Current Sustainable/Renewable Energy Reports*, 12(1). <https://doi.org/10.1007/s40518-024-00248-3>
- Erdiwansyah, Mahidin, Husin, H., Nasaruddin, Zaki, M., & Muhibbuddin. (2021). A critical review of the integration of renewable energy sources with various technologies. *Protection and Control of Modern Power Systems*, 6(1). <https://doi.org/10.1186/s41601-021-00181-3>
- Falcone, P. M. (2023). Sustainable Energy Policies in Developing Countries: A Review of Challenges and Opportunities. *Energies*, 16(18), 6682. <https://doi.org/10.3390/en16186682>
- Fernández-Guillamón, A., Gómez-Lázaro, E., Muljadi, E., & Molina-García, Á. (2019). Power systems with high renewable energy sources: A review of inertia and frequency control strategies over time. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 115, 109369. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2019.109369>
- Hadnagy, I., Tar, K., & Molnar, J. (2020). Analysis of the current state of wind power in the world, Europe and Ukraine, especially in Transcarpathia. *Ukrainian Geographical Journal*, 1, 59–70. <https://doi.org/10.15407/ugz2020.01.059>
- Humeniuk, O. M., & Humeniuk, I. I. (2023). Renewable energy in the context of economic and national security threats under Russian aggression. *Podilian bulletin: agriculture, engineering, economics*, 36, 46–52. <https://doi.org/10.37406/2706-9052-2022-16>
- Icaza, D., Vallejo-Ramirez, D., Guerrero Granda, C., & Marin, E. (2024). Challenges, Roadmaps and Smart Energy Transition towards 100% Renewable Energy Markets in American Islands: A Review. *Energies*, 17(5), 1059. <https://doi.org/10.3390/en17051059>
- Igliński, B., & Pietrzak, M. B. (2025). Renewable and Sustainable Energy—Current State and Prospects. *Energies*, 18(4), 797. <https://doi.org/10.3390/en18040797>
- IRENA. (2025). *Renewables in 2024: 5 Key Facts Behind a Record-Breaking Year*. RENA - International Renewable Energy Agency. <https://purl.org/scimeta/298-4>
- Jurasz, J., Canales, F. A., Kies, A., Guezgouz, M., & Beluco, A. (2020). A review on the complementarity of renewable energy sources: Concept, metrics, application and future research directions. *Solar Energy*, 195, 703–724. <https://doi.org/10.1016/j.solener.2019.11.087>
- Levkivska, L. V., & Levkivskiy, S. A. (2022). Wind energy of Ukraine: current situation and forecasts for the future [In Ukrainian]. In *Vidnovlŭvana energetika ta energoefektivnist' u XXI stolitti* (pp. 191–193). Institute of General Energy of the National Academy of Sciences of Ukraine. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/63092>
- Li, L., Lin, J., Wu, N., Xie, S., Meng, C., Zheng, Y., Wang, X., & Zhao, Y. (2022). Review and outlook on the international renewable energy development. *Energy and Built Environment*, 3(2), 139–157. <https://doi.org/10.1016/j.enbenv.2020.12.002>
- López Prol, J., & Schill, W.-P. (2021). The Economics of Variable Renewable Energy and Electricity Storage. *Annual Review of Resource Economics*, 13(1), 443–467. <https://doi.org/10.1146/annurev-resource-101620-081246>
- Medvedieva, O. O., Halchenko, Z. S., Semenenko, Y. V., Mediany, V. Y., & Simes, V. Y. (2025). Assessment of the energy potential of an anthropogenic facility when it is converted for wind energy generation. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 1481(1), 012002. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1481/1/012002>
- Medvedieva, O. O., Larionov, H. I., & Halchenko, Z. C. (2024). To the selection of technology parameters for the use of renewable energy sources on man-made disturbed lands. In *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science* (Vol. 1319, No. 1, p. 012011). IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1319/1/012011>
- Medvedieva, O., Halchenko, Z., Shustov, O., & Akhmetkanov, D. (2023). Prospects for use of man-made disturbed lands in mining regions for the location of renewable energy sources facilities. *Geo-Technical Mechanics*, 165, 17–26. <https://doi.org/10.15407/geotm2023.165.017>
- Nzeanorue, C. C., Sobajo, M. S., Okpala, B. C., Opeyemi, A. M., Stephen, V. I., Madukwe, C. M., Olanrewaju, S. A., George, F. E.-P., Udoh, I. E., Olaleye, T. G., Olumide, A. V., Habeeb, A. O., Godwin, A. N., & Ugbin, O. F. (2024). A Comprehensive Analysis of Sustainable Energy Development: A Review of Existing Research. *Path of Science*, 10(8), 1014–1024. <https://doi.org/10.22178/pos.106-48>
- Omelchenko, V., & Konechenkov, A. (2022). *Ukraine's renewable energy sector before, during and after the war*. Razumkov Centre. <https://purl.org/scimeta/298-5>
- Patankar, N., Sarkela-Basset, X., Schivley, G., Leslie, E., & Jenkins, J. (2023). Land use trade-offs in decarbonization of electricity generation in the American West. *Energy and Climate Change*, 4, 100107. <https://doi.org/10.1016/j.egycc.2023.100107>
- Pecheniuk, A. V., Harasymchuk, I. D., & Patsyur, Y. I. (2024). Prospects and challenges of renewable energy development in Ukraine under martial law conditions [In Ukrainian]. *Podilian bulletin: agriculture, engineering, economics*, 45, 66–72. <https://doi.org/10.37406/2706-9052-2024-4.9>
- Pedersen, T. T., Victoria, M., Rasmussen, M. G., & Andresen, G. B. (2021). Modeling all alternative solutions for highly renewable energy systems. *Energy*, 234, 121294. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.121294>
- Pratiwi, S., & Juerges, N. (2020). Review of the impact of renewable energy development on the environment and nature conservation in Southeast Asia. *Energy, Ecology and Environment*, 5(4), 221–239. <https://doi.org/10.1007/s40974-020-00166-2>
- Prokopov, D., & Bialkowska, O. (2023). Current status and prospects for the development of alternative energy for Ukraine [In Ukrainian]. *Universum*, (2), 25-32. <https://archive.liga.science/index.php/universum/article/view/486>
- Redko, K., & Furs, O. (2020). The current situation and world trends of green energy development. *Scientific bulletin of Mukachevo State University. Series Economics* 7(1), 55–60. <https://purl.org/scimeta/298-1>
- Tkachenko, T. M., & Sehed, P. F. (2021). Development of renewable energy in Ukraine [In Ukrainian]. In *Ekologična bezpeka deržavi* (pp. 85–89). KNUCA. <https://repository.knuba.edu.ua/handle/987654321/9432>
- Ugwu, J., Odo, K. C., Oluka, L. O., & Salami, K. O. (2021). A Systematic Review on the Renewable Energy Development, Policies and Challenges in Nigeria with an International Perspective and Public Opinions. *International Journal of Renewable Energy Development*, 11(1), 287–308. <https://doi.org/10.14710/ijred.2022.40359>
- UWEA. (2022). Ukraine's wind energy sector in 2021: market overview before the war [In Ukrainian]. UWEA. <https://purl.org/scimeta/298-2>
- UWEA. (2025). Ukraine's wind energy sector in 2024: market overview [In Ukrainian]. UWEA. <https://purl.org/scimeta/298-3>
- Wang, Y., Zhang, D., Ji, Q., & Shi, X. (2020). Regional renewable energy development in China: A multidimensional assessment. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 124, 109797. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2020.109797>
- Weinand, J. M., Hoffmann, M., Göpfert, J., Terlouw, T., Schönauf, J., Kuckertz, P., McKenna, R., Kotzur, L., Linßen, J., & Stolten, D. (2023). Global LCOEs of decentralized off-grid renewable energy systems. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 183, 113478. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2023.113478>
- Xayitbayeva, M. S., & Bebitov, S. (2024). Problems, solutions, promising proposals and modern innovative technologies for the use of alternative energy. *Texas Journal of Engineering and Technology*, 36, 9–13. <https://zienjournals.com/index.php/tjet/article/view/5519>
- Xin, L., Sun, H., & Xia, X. (2022). Renewable energy technology innovation and inclusive low-carbon development from the perspective of spatiotemporal consistency. *Environmental Science and Pollution Research*, 30(8), 20490–20513. <https://doi.org/10.1007/s11356-022-23556-x>
- Zaverbnyi, A., Kis, M., & Bilous, Y. (2023). Problems and prospects for attracting foreign investment in renewable energy projects in Ukraine during the war and post-war periods [In Ukrainian]. *Ekonomika ta suspil'stvo*, 51. <https://doi.org/10.32782/2524-0072/2023-51-10>
- Zborivets, Yu. B., & Yakimtsov, V. V. (2024). Financing of renewable energy in Ukraine: current state and future trends [In Ukrainian]. *Scientific bulletin of UNFU*, 34(6), 68–75. <https://doi.org/10.36930/40340610>

# Статистичний аналіз і прогнозування динаміки ДТП з постраждалими в Дніпропетровській області

Тетяна Русакова 

**Purpose.** The study aims to identify seasonal and weather-related factors influencing the number of road traffic accidents (RTAs) with casualties in Dnipropetrovsk Oblast, in order to provide a basis for short-term accident forecasting and improve the effectiveness of traffic safety prevention measures. **Design / Method / Approach.** The study is based on monthly statistical data from 2020 to 2025, sourced from the Patrol Police of Ukraine and the Main Department of Statistics in Dnipropetrovsk Oblast. The analysis integrates boxplot visualization, one- and two-way ANOVA, correlation analysis, and multiple regression analysis, accounting for temperature, precipitation, humidity, wind speed, and calendar month. **Findings.** A statistically significant impact of the calendar month was confirmed as the main seasonal factor. The regression model showed a clear link between RTAs and combined weather and calendar variables. Accident rates peaked in summer–autumn and dropped in winter–spring, with February showing the least variation. Monthly factors proved useful for short-term forecasting. Time series analysis enabled tracking trends (2020–2024) and projecting them through 2026. **Theoretical Implications.** The results enhance the understanding of the interplay between seasonal, calendar, and weather-related factors and accident rates within a regional context. **Practical Implications.** The findings can be used by local authorities, police, and road safety services to plan preventive measures during periods of increased accident risk. **Originality / Value.** A comprehensive approach is proposed for analyzing RTAs at the regional level, involving various types of statistical analysis and seasonal forecasting. The methodology can be adapted for other regions of Ukraine. **Research Limitations / Future Research.** The study is limited to the 2020–2025 period and does not account for social, behavioral, or infrastructure-related factors. Future research should incorporate additional explanatory variables and apply multifactor forecasting methods. **Article Type.** Applied Research.

## Keywords:

road traffic accidents, road safety, analysis of variance, forecasting, temporal factors, seasonality, correlation and regression analysis

**Мета.** Дослідження спрямоване на виявлення сезонних та погодних чинників, що впливають на кількість дорожньо-транспортних пригод (ДТП) з постраждалими у Дніпропетровській області, з метою створення основ для короткострокового прогнозування аварійності та підвищення ефективності профілактичних заходів безпеки дорожнього руху. **Дизайн / Метод / Підхід.** У роботі використано щомісячні статистичні дані за 2020–2025 роки з відкритих джерел Патрульної поліції України та органів державної статистики. Для аналізу використано поєднання boxplot-візуалізації, одно- та двофакторного дисперсійного аналізу, кореляційного та множинного регресійного аналізу з урахуванням температури, опадів, вологості, швидкості вітру та календарного місяця. **Результати.** Встановлено статистично значущий вплив місяця року як головного сезонного чинника. Побудована регресійна модель виявила значущий зв'язок між кількістю ДТП та сукупністю погодних і календарних змінних. Найвищий рівень аварійності виявлено в літньо-осінні місяці, найнижчий – взимку та навесні, найменша варіативність фіксується у лютому. Підтверджено доцільність врахування місячного чинника для короткочасного прогнозування. Візуалізація часових рядів дозволила відстежити динаміку з 2020 по 2024 роки та побудувати короткостроковий прогноз до кінця 2026 року. **Теоретичне значення.** Результати дослідження розширюють розуміння взаємозв'язку сезонних, календарних та погодних чинників з аварійністю в регіональних межах. **Практичне значення.** Результати можуть бути використані органами влади, поліцією, службами безпеки для планування профілактичних заходів в періоди підвищеної аварійності. **Оригінальність / Цінність.** Запропоновано комплексний підхід до аналізу ДТП на регіональному рівні із залученням кількох типів статистичного аналізу та сезонного прогнозування. Методика може бути адаптована до інших регіонів України. **Обмеження дослідження / Майбутні дослідження.** Дослідження обмежене часовими рамками 2020–2025 років. Не враховано соціальні, поведінкові та інфраструктурні фактори. У подальших дослідженнях доцільно враховувати додаткові факторні змінні та застосовувати методи багатфакторного прогнозування. **Тип статті.** Прикладне дослідження.

## Ключові слова:

дорожньо-транспортні пригоди, безпека дорожнього руху, дисперсійний аналіз, прогнозування, сезонність, кореляційно-регресійний аналіз

## Statistical Analysis and Forecasting of Injury-Related Road Accidents in Dnipropetrovsk Region

### Contributor Details:

Tetiana Rusakova, Dr. Sc., Prof., Oles Honchar Dnipro National University: Dnipro, UA, [rusakova\\_t@365.dnu.edu.ua](mailto:rusakova_t@365.dnu.edu.ua)

Received: 2025-05-14

Revised: 2025-06-17

Accepted: 2025-06-21



Copyright © 2025 Authors.  
This work is licensed under a Creative  
Commons Attribution 4.0 International License.



Дорожно-транспортні пригоди (ДТП) залишаються однією з ключових соціальних та економічних проблем як на національному рівні, так і на рівні окремих регіонів України. У Дніпропетровській області, що є одним із найбільших транспортних вузлів країни, щорічно фіксується значна кількість ДТП, які спричиняють втрати людських життів, травмування учасників дорожнього руху та матеріальні збитки. У 2023 році в Дніпропетровській області було зафіксовано 2 140 випадків ДТП, у результаті яких 283 особи загинули, а 2 555 отримали травми. У 2024 році ситуація ускладнилася: кількість дорожно-транспортних пригод зросла до 2 379 випадків, загинуло 299 осіб, а 2 852 постраждали внаслідок аварій. Така динаміка свідчить про зростання як загальної кількості ДТП, так і тяжкості їх наслідків, що підкреслює актуальність проблеми та потребу в ефективних заходах з підвищення безпеки дорожнього руху в регіоні.

Таким чином, незважаючи на реалізацію національних програм підвищення безпеки дорожнього руху, кількість ДТП залишається стабільно високою, що вимагає системного аналізу причин та закономірностей їх виникнення. Зокрема, відсутність адаптивних моделей прогнозування ускладнює ефективне планування заходів, спрямованих на попередження небезпечних ситуацій на транспорті. Зростання аварійності зумовлене комплексом технічних, організаційних, поведінкових і природно-кліматичних чинників. Недостатньо вивченим залишається вплив погодних, сезонних та календарних змін на динаміку ДТП. Брак регіональних досліджень із використанням статистичних методів ускладнює розробку ефективних стратегій управління дорожніми ризиками. Тому актуальним є проведення аналізу з використанням математичних методів оцінювання та прогнозування на прикладі конкретного регіону

## Аналіз останніх досліджень

Основними факторами ризику в Україні залишаються незадовільний стан інфраструктури, порушення правил дорожнього руху та низька ефективність превентивних заходів (Lyashuk et al., 2024).

Комплексне дослідження рівня безпеки дорожнього руху в Україні, проведене із застосуванням системного підходу до оцінювання даних про ДТП, показало, що соціальний ризик залишається майже вдвічі вищим, ніж у провідних країнах (Semchenko et al., 2024). Смертність та інвалідність населення внаслідок дорожно-транспортних пригод завдають Україні значних матеріальних і людських втрат, що пов'язано з низьким рівнем правової свідомості громадян (Batyrgareieva et al., 2021). У ході дослідження клініко-анатомічних характеристик травм у постраждалих було встановлено, що найчастіше трапляються травми голови та шиї (94,60%), на другому місці – травми грудної клітки (63,17%), далі – травми кінцівок (53,33%), а найменш поширеними є травми живота (11,11%) (Guryev & Kushnir, 2024). Заходи контролю швидкості виявилися ефективними для її зниження, однак погане проєктування транспортних розв'язок і неадекватні штрафи можуть підвищувати ризик для учасників дорожнього руху. Самі по собі заходи безпеки, освіта та законодавство мають незначний ефект, проте у поєднанні можуть суттєво знизити рівень травматизму й смертності в ДТП (Gudugbe et al., 2023). Важливим напрямом є вивчення зарубіжного досвіду, зокрема європейських практик, таких як відеофіксація порушень, система штрафних балів та просвітницькі кампанії, що можуть бути ефективно адаптовані в українському контексті (Holina, 2024). Аналіз динаміки ДТП у Дніпропетровській області за 2017–2022 роки дозволив виявити тенденції змін і оцінити рівень впливу факторних змін на кількість аварій (Rusakova, 2023).

Таким чином, постає необхідність у проведенні комплексного аналізу динаміки ДТП з постраждалими у Дніпропетровській області з урахуванням факторів впливу.

## Мета та завдання

Мета дослідження – проаналізувати вплив сезонних і метеорологічних факторів на рівень ДТП з постраждалими, визначити найбільш значущі чинники, що впливають на аварійність, та здійснити прогнозування на основі статистичної кореляційно-регресійної моделі.

Для досягнення даної мети поставлено наступні завдання:

- проаналізувати статистику ДТП з постраждалими у Дніпропетровській області за 2020–2024 роки та перший квартал 2025 року, виявити основні сезонні й міжрічні коливання;
- здійснити однофакторний та двофакторний дисперсійний аналіз для визначення ступеня впливу чинників часу (місяць і рік) на рівень аварійності;
- провести кореляційний та регресійний аналіз для виявлення залежності між кількістю ДТП та метеорологічними змінними, а саме, температурою повітря, опадами, вологістю, швидкістю вітру;
- виявити взаємозв'язки та мультиколінеарність між факторними змінними і скоригувати модель для підвищення її точності;
- розробити математичну модель прогнозування кількості ДТП із урахуванням сезонних закономірностей.
- ідентифікувати періоди підвищеної аварійності для подальшого планування профілактичних заходів;
- цінити можливість використання результатів дослідження для управління безпекою дорожнього руху в інших регіонах України.

У дослідженні застосовано комплекс статистичних методів аналізу щодо активності ДТП в Дніпропетровській області за період 2020–2024 років. Для дослідження сезонної та міжрічної динаміки було використано: описову статистику для узагальнення основних характеристик вибірки; дисперсійний аналіз (ANOVA) для виявлення відмінностей у частоті ДТП між різними сезонами та роками; моделі часових рядів, зокрема ETS-модель (Error-Trend-Seasonality) для короткострокового прогнозування кількості ДТП з урахуванням сезонних коливань; методи візуалізації (графіки, діаграми), для наочного представлення динаміки та тенденцій; кореляційно-регресійний аналіз.

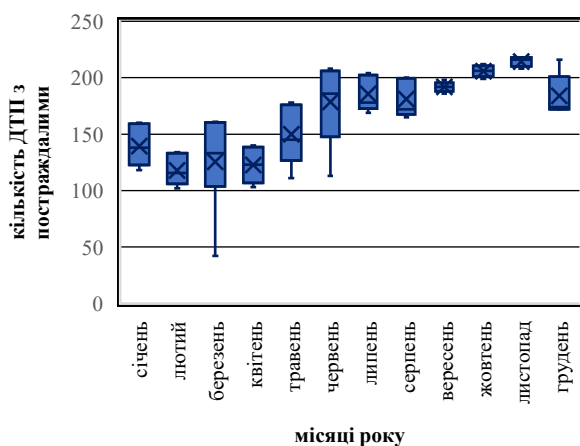
## Матеріали та методи

### Аналіз динаміки зміни ДТП з постраждалими

Для аналізу кількості ДТП з постраждалими у Дніпропетровській області використано статистичні дані Патрульної поліції України у Дніпропетровській області (Patrol Police of Ukraine, 2025) та Головного управління статистики у Дніпропетровській області (Main Department of Statistics in Dnipropetrovsk Region, 2024). З метою виявлення сезонних коливань кількості дорожно-транспортних пригод з постраждалими особами упродовж року було проведено графічний аналіз за допомогою boxplot-діаграми. Дослідження охоплює щомісячні дані за п'ятирічний період (2020–2024 рр.) по Україні. Результати аналізу наведено на рис. 1. Графік демонструє: середнє значення (позначене хрестиком), медіану (лінія в середині «коробки»), міжквартильний розмах (межі коробки), а також мінімальні й максимальні значення (вуса – тонкі лінії за межами коробки).

Такий підхід дозволяє наочно оцінити рівень розсіювання показників у кожному місяці, виявити наявність аномальних значень, а також порівняти сезонні характеристики різних періодів. Особливу увагу приділено місяцям з найбільшою варіативністю та відхиленнями від середніх значень, що свідчить про вплив додаткових факторів, таких як погодні умови, зміни інтенсивності руху або святкових періодів. Boxplot-діаграма також є підґрунтям для подальшого кількісного аналізу сезонного чинника за допомогою дисперсійного та кореляційно-регресійного аналізу, результати яких розглядаються у наступних розділах (рис. 1). Можна бачити, найбільша кількість ДТП з постраждалими спостерігається у літньо-осінній період – з червня по листопад. У цей період медіанні значення перевищують 190 випадків на місяць, при цьому варіативність (міжквартильний розмах) показників є незначною, що свідчить про стійку тенденцію до високого рівня аварійності. Найвищі середні значення зафіксовано в червні, липні, жовтні та листопаді.

Натомість найнижчі показники притаманні лютому, березню та квітню. Особливо варто відзначити березень, де спостерігається значна дисперсія значень, а також наявність викидів, що може бути пов'язано з метеорологічними умовами та зниженням мобільності населення в зимовий період.



**Рисунок 1 – Динаміка зміни кількості ДТП з постраждалими впродовж 2020–2024 років в Дніпропетровській області (Джерело: Автор)**

Поступове зростання кількості ДТП від весни до осені може бути обумовлене збільшенням дорожньої активності, сезонними поїздками, а також специфікою організації дорожнього руху в періоди відпусток та початку навчального року. Водночас, стабільність високих показників у вересні–листопаді свідчить про вплив сталих зовнішніх факторів, таких як погодні умови, щоденна мобільність і поведінкові звички учасників дорожнього руху. Таким чином, сезонний аналіз ДТП з постраждалими дозволяє виявити пікові періоди аварійності, що може бути використано для планування превентивних заходів, підсилення контролю за дотриманням ПДР у літньо-осінній період, а також для формування інформаційних кампаній.

### Однофакторний дисперсійний аналіз сезонної динаміки ДТП

З метою виявлення сезонної залежності кількості дорожньо-транспортних пригод з постраждалими упродовж календарного року було проведено однофакторний дисперсійний аналіз (ANOVA), що дозволяє оцінити статистичну значущість відмінностей між місячними середніми значеннями. В якості факторної ознаки було обрано місяць року (12 груп), а як залежну змінну – кількість ДТП з постраждалими на місяць за період 2020–2024 рр. (по 5–6 спостережень у кожній групі). Нульова гіпотеза  $H_0$  полягала у припущенні про відсутність впливу фактора "місяць" на рівень транспортних пригод.

Результати однофакторного дисперсійного аналізу показали, що отримане значення  $F_{\text{стат.}} = 541,23$  істотно перевищує критичне значення  $F_{\text{кр.}} = 1,93$  при рівні значущості  $\alpha = 0,05$ . Крім того,  $P_{\text{знач.}} (3,35 \times 10^{-7})$  набагато менше 0,05, що дозволяє з великою впевненістю відкинути нульову гіпотезу про рівність середніх значень. Це означає, що місяць року має статистично значущий вплив на кількість ДТП з постраждалими, тобто спостерігається чітка сезонна залежність.

Найвища середня кількість ДТП спостерігається у листопаді (214,4), жовтні (205,8), вересні (191,8). Найнижчі середні значення – у лютому (117,83), березні (125,5), квітні (122,5). Найменша варіативність показників зафіксована у вересні та листопаді (дисперсія – 19,2 та 18,8 відповідно), що вказує на стабільно високий рівень аварійності в ці місяці. Найбільша варіативність спостерігається у березні (дисперсія 1907,9) та червні (1469,8), що може свідчити про вплив додаткових зовнішніх факторів (зміни погодних умов, тощо).

Таким чином, результати дисперсійного аналізу підтверджують доцільність сезонного підходу до організації попереджувальних заходів, зокрема посилення контролю та інформаційної роботи в періоди пікового навантаження на транспортну систему (вересень–листопад), а також врахування факторів підвищеної варіативності у весняно-літній період.

### Зіставлення з науковими дослідженнями та міжнародною практикою

Результати однофакторного дисперсійного аналізу щодо впливу місяця року на кількість ДТП з постраждалими в

Дніпропетровській області у 2020–2024 рр. узгоджуються з даними національних та міжнародних досліджень. Зокрема, сезонний пік аварійності у вересні–листопаді співпадає з результатами досліджень, проведених в країнах ЄС, де саме осінній період характеризується збільшенням кількості дорожньо-транспортних пригод. Причинами цього є скорочення світлового дня, несприятливі погодні умови, початок навчального року та зростання транспортної активності (ETSC, 2022; WHO, 2023). Низькі показники в зимово-весняні місяці (лютий, березень, квітень) також підтверджують тенденції: зменшення інтенсивності руху, обережна поведінка водіїв, введення сезонних обмежень сприяють зниженню аварійності. Водночас у літній період (червень–серпень) фіксується підвищена варіативність рівня ДТП, що може бути пов'язано з активним рухом, збільшенням туристичних потоків та використанням менш захищених видів транспорту (велосипеди, мотоцикли). Таким чином, отримані результати підтверджують загальнонаукову позицію щодо впливу сезонних чинників на безпеку дорожнього руху та обґрунтовують необхідність сезонного підходу до попереджувальних заходів у сфері безпеки дорожнього руху.

### Однофакторний дисперсійний аналіз річної динаміки ДТП

Для оцінки динаміки зміни середньої кількості ДТП з постраждалими між роками з 2020 по 2024 роки було застосовано також однофакторний дисперсійний аналіз. Найменше середнє значення 143 ДТП спостерігається у 2022 році, а найбільше 182 ДТП у 2024 році. Однак результати дисперсійного аналізу свідчать, що відмінності не є статистично значущими.  $F_{\text{стат.}} = 1,66$  менше критичного значення  $F_{\text{кр.}} = 3,27$  при рівні значущості  $\alpha = 0,05$ . Крім того,  $P_{\text{знач.}} (0,1588)$  більше 0,05, що дозволяє з великою впевненістю відкинути нульову гіпотезу про рівність середніх значень. Таким чином, немає підстав стверджувати, що рік суттєво впливає на середню кількість ДТП з постраждалими, принаймні в межах наявних даних. Отже, щорічні коливання ймовірно є випадковими або обумовлені іншими факторами, такими як погодні умови, інфраструктурні зміни, соціальні події (війна) тощо.

### Відповідність міжнародній практиці та науковим дослідженням

Результати проведеного однофакторного дисперсійного аналізу, які не виявили статистично значущих відмінностей у середній кількості ДТП з постраждалими між роками (2020–2024), також збігаються з результатами зарубіжних досліджень, які наголошують, що річна динаміка ДТП найчастіше формується під впливом комплексних факторів. До таких відносяться: сезонні коливання; локальні інфраструктурні зміни (WHO, 2023); зміна соціально-економічної ситуації (ETSC, 2022); поведінкові фактори та ефективність національних політик (Gudugbe et al., 2023; Holina, 2024).

У дослідженні European Transport Safety Council (ETSC, 2022) підкреслюється, що статистично значуща річна різниця у кількості ДТП часто не виявляється, якщо не враховуються локальні зміни в законодавстві, заходах контролю або транспортній політиці. Крім того, Всесвітня організація охорони здоров'я (WHO, 2023) у своєму щорічному звіті зазначає, що зменшення або зростання кількості ДТП за роками без прив'язки до конкретних інтервенцій має тенденцію до статистичної нестабільності.

### Двофакторний дисперсійний аналіз сезонної та річної динаміки ДТП

На наступному етапі дослідження було проведено двофакторний дисперсійний аналіз без повторень із включенням факторів "місяць" та "рік", що виявив статистично значущий вплив обох чинників на динаміку дорожньо-транспортних пригод (табл. 1).

**Таблиця 1 – Основні результати аналізу впливу факторів "рік" та "місяць" (Джерело: Автор)**

Джерело варіації	$F_{\text{статистичне}}$	$P_{\text{значення}}$	$F_{\text{критичне}}$
місяці	22,3659	$1,7 \times 10^{-14}$	2,01405
роки	9,58405	$1,2 \times 10^{-5}$	2,58367

Зокрема, за результатами аналізу встановлено, що календарний місяць є високозначущим фактором ( $F_{\text{стат.}} = 22,37$ ;  $P_{\text{знач.}} < 0,00001$ ), що свідчить про виражену сезонну залежність кількості ДТП протягом року. Паралельно, фактор "рік" також продемонстрував статистично значущий вплив ( $F_{\text{стат.}} = 9,58$ ;  $P_{\text{знач.}} < 0,00002$ ), вказуючи на наявність міжрічних коливань у рівнях аварійності, ймовірно обумовлених соціально-економічними, інфраструктурними та правозастосовними змінами.

Порівняння значень  $F_{\text{стат.}}$  свідчить, що сезонний (місячний) фактор чинить сильніший вплив на варіативність показників ДТП, ніж фактор «рік», що узгоджується з загальними закономірностями сезонності у транспортному середовищі. Висока варіативність у деяких місяцях (наприклад, у березні та червні) може бути пов'язана з несприятливими погодними умовами, інтенсивністю дорожнього руху.

### Пояснення розбіжностей між результатами одного та двофакторного аналізу

У рамках однофакторного дисперсійного аналізу фактор "рік" не виявив статистично значущого впливу на середню кількість дорожньо-транспортних пригод ( $P_{\text{знач.}} = 0.1588 > 0,05$ ).



Рисунок 2 – Динаміка зміни кількості ДТП впродовж 2020–2026 років в Дніпропетровській області (Джерело: Автор)

На графіку представлено щомісячну кількість дорожньо-транспортних пригод з постраждалими у Дніпропетровській області за період з січня 2020 року по грудень 2024 року, а також прогнозні значення до грудня 2026 року. Дані за січень–квітень 2025 року (сині трикутники) порівнюються з прогнозом, що дозволяє оцінити достовірність побудованої моделі.

Динаміка ДТП демонструє чітку виражену сезонну циклічність: максимальні показники фіксуються в осінні місяці, тоді як мінімальні спостерігаються у лютому–березні. Це підтверджується результатами двофакторного дисперсійного аналізу, згідно з яким вплив місяця виявився статистично значущим ( $F_{\text{стат.}} = 22,37$ ;  $P_{\text{знач.}} < 0,00001$ ). Значущим, хоча й менш вираженим, виявився і вплив року ( $F_{\text{стат.}} = 9,58$ ;  $P_{\text{знач.}} < 0,00002$ ), що вказує на наявність помірних змін між роками.

Моделю прогнозу адекватно відтворює сезонні коливання та відповідає реальним даним за 2025 рік, що свідчить про її надійність і можливість подальшого використання для прогнозування. Відносна похибка становить від 5% до 12%. Це свідчить про достатню точність ETS-моделі на короткострокову перспективу та підтверджує її надійність принаймні до кінця 2026 року. Загалом, результати аналізу свідчать про необхідність врахування сезонного фактора під час планування профілактичних заходів, спрямованих на зниження аварійності. Зокрема, доцільно посилювати заходи з безпеки дорожнього руху напередодні осіннього зростання аварійності.

### Зв'язок між загиблими та постраждалими

У межах статистичного аналізу ДТП з постраждалими побудовано діаграми з вусами, що відображають розподіл кількості загиблих та травмованих на протязі чотирьох перших місяців року січні–квітні 2020–2025 років у Дніпропетровській області, базуючись на останніх даних поточного року (рис. 3–4). Цей тип графіка демонструє: середнє значення, медіану, міжквартильний розмах, а також мінімальні й максимальні

Проте у двофакторному аналізі без повторень, де одночасно враховувалися вплив календарного місяця та року, вплив року став статистично значущим ( $F_{\text{стат.}} = 9,58$ ;  $P_{\text{знач.}} = 1,2 \times 10^{-5} < 0,00002$ ). Така розбіжність пояснюється тим, що в двофакторному аналізі ефект кожного чинника оцінюється з урахуванням іншого, що дозволяє точніше ідентифікувати вплив року, незалежно від сезонних коливань. Отже, у присутності сильної сезонної варіації (місяць), річна динаміка стає виразнішою лише після її контролю, що й забезпечує більшу статистичну чутливість аналізу.

### ETS-прогнозування з урахуванням сезонної динаміки

На основі статистичних даних за 2020–2024 роки за допомогою методу експоненційного згладжування (ETS-прогнозування) було побудовано прогноз кількості ДТП до кінця 2026 року. Отриманий графік розподілу дозволяє не лише оцінити очікувану кількість ДТП, але й визначити довірчий інтервал прогнозу з ймовірністю 95%, що забезпечує високу вірогідність потрапляння фактичних значень у межі прогнозу. У моделі враховано сезонність (12 місяців), що підвищує її точність, оскільки вхідні дані мають річну циклічність (рис. 2).

значення.

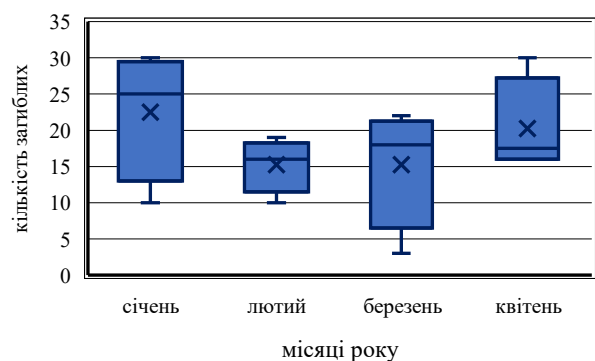


Рисунок 3 – Динаміка зміни кількості загиблих в ДТП впродовж січня–квітня 2020–2025 років в Дніпропетровській області (Джерело: Автор)

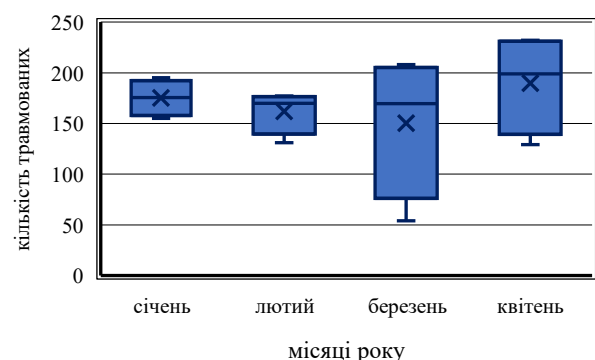


Рисунок 4 – Динаміка зміни кількості травмованих в ДТП



### впродовж січня-квітня 2020-2025 років в Дніпропетровській області (Джерело: Автор)

Ці результати свідчать про наявність вираженої сезонної динаміки смертності внаслідок ДТП, що варто враховувати при плануванні заходів, що запобігатимуть негативним подіям або зменшенню ризиків їх виникнення. Аналіз діаграм (рис. 3, 4) свідчить про наявність спільних сезонних закономірностей та відмінностей у варіативності обох показників.

У січні фіксується найвища медіана загиблих і висока медіана травмованих, що вказує на підвищений рівень дорожньої небезпеки в умовах зимового періоду. Це корелює з такими несприятливими погодними умовами, як ожеледиця, короткий світловий день, низькі температури, що можуть ускладнювати дорожню обстановку й підвищувати тяжкість наслідків ДТП. Варіативність у січні залишається помірною для обох показників.

Лютий характеризується найменшим розкидом значень як для загиблих, так і травмованих, що свідчить про стабільніші умови з нижчими ризиками. Така повторювана стабільність дає підстави вважати лютий умовно референтним періодом для міжрічних порівнянь.

Березень демонструє найбільшу варіативність серед усіх місяців для обох показників. Розширення діапазону значень може бути наслідком переходу до весняного періоду, що супроводжується зміною дорожніх умов, активізацією трафіку та ймовірним зниженням обережності учасників дорожнього руху. У березні також простежується потенційно нелінійний взаємозв'язок: зростання кількості травмованих не завжди супроводжується аналогічним збільшенням кількості загиблих.

У квітні спостерігається найбільша медіана травмованих і високий рівень варіативності, що вказує на посилення ризику травматизму з настанням весняно-літнього періоду. Кількість загиблих у квітні також є високою, але коливається менш значно, ніж у березні.

Загалом, аналіз підтверджує наявність сезонних тенденцій у динаміці ДТП з постраждалими: зимові місяці пов'язані з підвищеним ризиком летальних випадків, тоді як весняні – з високою варіативністю травм і потенційно зростаючими показниками загальної аварійності.

### Кореляційно-регресійний аналіз

Для встановлення зв'язків між результативним показником – загальною кількістю ДТП, та факторними змінними – температурою повітря, вологістю, опадами, швидкістю вітру, які потенційно впливають на залишкову дисперсію, виявлену в попередньому аналізі, було застосовано методи множинного кореляційно-регресійного моделювання.

Наявність та сила кореляційних зв'язків між факторними змінними і результативним показником (кількістю ДТП –  $y(x_i)$ ) наведені в табл. 2. До розгляду було включено такі змінні:  $x_1$  – температура повітря,  $x_2$  – кількість опадів,  $x_3$  – вологість,  $x_4$  – швидкість вітру,  $x_5$  – календарний місяць,  $x_6$  – рік. Незважаючи на те, що у попередніх дослідженнях встановлено існування сезонного та річного впливу на кількість ДТП, початковий кореляційний аналіз показав низький рівень зв'язку між роком і іншими змінними, що стало підставою для вилучення змінної  $x_6$  з подальшого аналізу. Крім того, змінні «вологість» та «швидкість вітру» продемонстрували або надто високі значення коефіцієнтів кореляції, вказуючи на наявність мультиколінеарності, або навпаки слабкий зв'язок. Тому було прийнято рішення використати їх комбінацію у вигляді інтегрованого показника  $x_3 \cdot x_4$ , що забезпечило більш стабільні результати, підтверджені кореляційною матрицею (табл. 2).

Таблиця 2 – Коефіцієнти кореляції між метеорологічними параметрами та кількістю ДТП (Джерело: Автор)

	$x_1$	$x_2$	$x_3 \cdot x_4$	$x_5$	$y(x_i)$
$x_1$	1	-0,5418	-0,6297	0,6502	0,4302
$x_2$		1	0,5297	-0,7231	0,6755
$x_3 \cdot x_4$			1	-0,4341	0,5218
$x_5$				1	0,7129
$y(x_i)$					1

З аналізу видно, що найсильніший позитивний зв'язок з рівнем ДТП має змінна  $x_5$  (місяць) ( $r = 0,7129$ ), що вказує на

виражену сезонність аварійності. Комбінований показник  $x_3 \cdot x_4$  (вологість · швидкість вітру) має помірну позитивну кореляцію з  $y(x_i)$  ( $r = 0,5218$ ), що підтверджує доцільність об'єднання цих двох змінних для уникнення мультиколінеарності й посилення аналітичної чутливості. Змінна  $x_2$  (кількість опадів) також демонструє помірний позитивний зв'язок із кількістю ДТП ( $r = 0,6755$ ), що узгоджується з припущенням про негативний вплив несприятливих погодних умов на безпеку руху. Температура повітря ( $x_1$ ) має середній зв'язок з рівнем ДТП ( $r = 0,4302$ ), що може бути пов'язано зі збільшенням активності на дорогах у теплі періоди.

З метою кількісної оцінки впливу факторних змінних було побудовано множинну лінійну регресійну модель. Статистичні характеристики моделі свідчать про її добру якість. Значення множинного коефіцієнта кореляції склало  $R = 0,763$ , а коефіцієнта детермінації  $R^2 = 0,682$ , що означає, що 68,2% варіації кількості ДТП пояснюється включеними у модель чинниками. Нормований коефіцієнт  $R^2 = 0,654$ , що враховує кількість предикторів і підтверджує достовірність отриманих результатів. Отримане значення  $F$ -критерію Фішера виявився високим  $F = 20,57$  при значенні  $p < 0,12 \cdot 10^{-9}$ , що дозволяє стверджувати про статистичну значущість регресійної моделі. Рівняння множинної регресії, що описує залежність кількості ДТП від основних факторів впливу має наступний вид:

$$y(x_i) = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_{34} \cdot x_3 \cdot x_4 + a_5 \cdot x_5, \quad (1)$$

де  $x_1$  – температура повітря,  $x_2$  – кількість опадів,  $x_3$  – вологість,  $x_4$  – швидкість вітру,  $x_5$  – календарний місяць.

Відповідні коефіцієнти регресії:  $a_0 = 84,35$ ;  $a_1 = 2,62$ ;  $a_2 = 0,33$ ;  $a_{34} = 0,19$ ;  $a_5 = 6,76$ . Ймовірності, що дозволяють визначити значущість коефіцієнтів регресії для даної регресійної моделі, а саме  $P$ -значення, становлять для кожного коефіцієнта відповідно: 0,0007, 0,0038, 0,0437, 0,0278,  $5,6 \cdot 10^{-8}$ . Усі  $P$ -значення  $< 0,05$  або в межах цього значення, що говорить про значущий вплив усіх коефіцієнтів на результуючу змінну  $y(x_i)$ .

У результаті регресійного аналізу було виявлено, що серед метеорологічних факторів найбільш суттєвий вплив на рівень ДТП має календарний місяць ( $a_5 = 6,76$ ;  $p = 5,6 \cdot 10^{-8}$ ), що також підтверджує наявність вираженої сезонності. Зростання температури повітря, має позитивний і статистично значущий вплив на кількість ДТП ( $a_1 = 2,62$ ;  $p = 0,0038$ ), що може свідчити про підвищення аварійності в тепліші періоди, ймовірно, через зростання інтенсивності руху. Вплив опадів, хоча і статистично значущий, має менший ефект. Запропоноване введення інтегрованого метеорологічного показника, дозволило врахувати мультиколінеарність між вологістю та швидкістю вітру і забезпечило додаткову точність моделі.

За рівням регресійної моделі (1) було отримано розрахункові значення  $y(x_i)_{\text{розрах.}}$  та обчислено відносну похибку розрахункових даних відносно вихідних даних: середнє значення похибки – 8 %, а максимальне значення похибки – 13 %. Можна стверджувати, що математична регресійна модель (1) з точністю на 92 % описує вихідні дані, що говорить про її добру адекватність.

### Узагальнені результати дослідження

1. Встановлено статистично значущий вплив часу (місяця і року) на кількість ДТП з постраждалими у Дніпропетровській області впродовж 2020–2024 років та у першому кварталі 2025 року. Обидва чинники важливі, проте сезонний (місяць) має більш виражений ефект, що підтверджено як одно- та двофакторним дисперсійним аналізом, так і регресійною моделлю, де коефіцієнт для змінної «місяць» був найвищим і найбільш значущим ( $p < 0,0000001$ ).

2. Порівняння одно- і двофакторного дисперсійного аналізу виявило домінування короткострокових (сезонних) змін над міжрічною варіацією, що є підставою для зосередження профілактичних заходів саме у періоди сезонного підвищення ризику ДТП.

3. Графічний аналіз та ETS-прогнозування дали змогу виявити типові щомісячні закономірності зміни рівня аварійності та побудувати короткостроковий прогноз до кінця 2026 року. Дані підтверджують зростання аварійності у вересні–

листопаді, підвищену варіативність у літній період і зниження в зимово-весняні місяці.

4. Результати регресійного аналізу підтвердили суттєвий внесок метеорологічних змінних: температури, опадів, інтегрального показника вологості та швидкості вітру

5. Практична значущість результатів полягає в можливості: оперативного прогнозування аварійності на основі погодних і календарних даних; оптимізації профілактичних заходів у сезон ризику (вересень–листопад); можливості адаптації методики до інших регіонів України з урахуванням локальних кліматичних та інфраструктурних особливостей.

6. Також визначається сезонний характер ДТП з постраждалими, а саме, у зимовий період зростає ризик летальних наслідків, натомість навесні спостерігається підвищена варіативність травм і загальної аварійності.

## Висновки

Дослідження дозволяє точно визначити місяці з підвищеним ризиком дорожньо-транспортних пригод. Поєднання дисперсійного аналізу з візуалізацією часових рядів є ефективним інструментом для оцінки впливу часових чинників на ДТП, який може бути адаптований до інших регіонів. Підтверджено, що сезонний чинник (місяць року) має більший вплив на кількість ДТП, ніж міжрічні коливання, що дозволяє робити акцент на короткостроковому управлінні ризиками. Регресійно-кореляційний аналіз показав високий рівень зв'язку між кількістю ДТП та поєднаним впливом температури повітря, опадів, вітрового навантаження (%V) та місяця. Математична модель демонструє достатню якість ( $R^2 = 0.58$ ), що свідчить про можливість використання результатів для короткострокового прогнозування динаміки ДТП з урахуванням погодних і сезонних факторів.

## References

- Batyrgareieva, V. S., Shramko, S. S., & Samoilova, O. M. (2021). Mortality and injury in Ukraine as a result of traffic accidents in measuring of public health: to the analysis of social– legal and criminological problem. *Wiadomości Lekarskie*, 74(11), 2870–2876. Internet Archive. <https://doi.org/10.36740/wlek202111202>
- ETSC. (2022). *18th Annual Road Safety Performance Index (PIN Report)*. ETSC. <https://etsc.eu/18th-annual-road-safety-performance-index-pin-report>
- Gudugbe, S., Yeboah, D. K., Konadu, P., Awoonor-Williams, R., Clegg-Lamptey, J. N. A., Rahman, G. A., & Kokor, D. A. (2023). Approaches to the Effective Prevention of Road Traffic Injuries in Sub-Saharan Africa: A Systematic Review. *Open Journal of Social Sciences*, 11(02), 323–344. <https://doi.org/10.4236/jss.2023.112021>
- Guryev, S. O., & Kushnir, V. A. (2024). Analysis of clinical and anatomical characteristics of road transport injuries in the conditions of a rural location. Anatomical verification of damage [In Ukrainian]. *Reports of Vinnytsia National Medical University*, 28(1), 6–11. [https://doi.org/10.31393/reports-vnmedical-2024-28\(1\)-01](https://doi.org/10.31393/reports-vnmedical-2024-28(1)-01)
- Holina, V. V. (2024). The influence of foreign practice of ensuring road traffic safety on national concepts of prevention of traffic offenses in Ukraine. *Issues of Crime Prevention*, 47, 124–132. <https://doi.org/10.31359/2079-6242-2024-47-124>
- Lyashuk, O., Mironov, D., Martyniuk, V., Aulin, V., Tson, O., & Maruschak, P. (2024). Risk analysis of road traffic accidents in Ukraine. *Transport*, 39(4), 350–359. <https://doi.org/10.3846/transport.2024.23190>
- Main Department of Statistics in Dnipropetrovsk Region. (2024). *Environment* [In Ukrainian]. Main Department of Statistics in Dnipropetrovsk Region. <http://www.dneprstat.gov.ua/statinfo/ns>
- Patrol Police of Ukraine. (2025). *Statistics* [In Ukrainian]. Patrol Police of Ukraine. <https://patrolpolice.gov.ua/statystyka>
- Rusakova, T. (2023). Assessment of Road Traffic Danger [In Ukrainian]. *Challenges and Issues of Modern Science*, 1, 574–579. <https://cims.fti.dp.ua/j/article/view/107>
- Semchenko, N., Nikolaienko, I., Maslak, A., & Khara, M. (2024). Assessing the dynamics of changes in road safety indicators in Ukraine [In Ukrainian]. *Transport systems and transportation technologies*, 28, 52–59. <https://doi.org/10.15802/tst2024/312024>
- WHO. (2023). *Global status report on road safety 2023*. WHO. <https://www.who.int/teams/social-determinants-of-health/safety-and-mobility/global-status-report-on-road-safety-2023>









**CIMS**

ISSN 3083-5704 (Online)

# Challenges and Issues of Modern Science

**4(1)**  
**2025**